ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVII, № 3 *РАДИОФИЗИКА* *1984*

УДК 621.371.25

К ВОПРОСУ О ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОРРЕЛЯЦИИ СДВ РАДИОСИГНАЛОВ В МНОГОМОДОВОМ ВОЛНОВОДЕ ЗЕМЛЯ — ИОНОСФЕРА

В. Г. Безродный

Исследованы особенности пространственной корреляции сверхдлинных радиоволн, обусловленные интерференционной структурой электромагнитного поля в волноводном канале Земля — ионосфера. Показано, что на некоторых расстояниях от излучателя должны существовать области, в которых наблюдается аномальное уменьшение величины пространственных корреляционных масштабов флуктуаций амплитуд и фаз. Анализируются условия образования таких областей и характер поведения в них продольных и поперечных коэффициентов корреляции.

Распространение сверхдлинных радиоволн в волноводе Земля — ионосфера в широком интервале частот и расстояний носит существенно неодномодовый характер [1] (это утверждение относится в большей мере к ночному волноводу, в меньшей — к дневному). Интерференция нормальных волн не только приводит к квазипериодическим замираниям вдоль дистанции амплитуд средних полей, но влияет также на статистические свойства радиосигналов [2,3], которые оказываются в этом случае жестко связанными с положением наблюдателя относительно интерференционной картины волноводного поля. Наиболее ярко эти особенности проявляются вблизи глубоких минимумов регулярного поля, где вследствие ослабления когерентной составляющей сигнала значительно возрастает роль его случайной компоненты. В указанных областях дисперсии флуктуаций амплитуды и фазы многомодового поля аномально возрастают, а пространственные корреляционные масштабы укорачиваются по сравнению с соответствующими характеристиками нормальных волн [4]. Изменение вида пространственных корреляционных зависимостей характерно не только для узловых точек волновода, но может наблюдаться также и в ряде других его областей, в том числе в окрестностях интерференционных максимумов. Качественная сторона указанного явления обсуждалась предварительно в [5]; в настоящей работе дано его строгое количественное описание и анализ выполнен более детально.

Как и в [2, 3], рассмотрение проведем на двухмодовой модели волновода. В соответствии с этим поле радиосигналов представим в виде

$$E = a_1 e^{i\varphi_1} + a_2 e^{i\varphi_2} = a_1 e^{i\varphi_1}(1 + ae^{-i\varphi}) = Ae^{i\Psi}, \tag{1}$$

где $a = a_2/a_1$ — соотношение амплитуд, $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ — разность фаз двух первых волноводных мод (низшую моду будем условно называть первой, более высокую — второй). Следуя [2, 3], будем полагать также, что вариации $\delta A = A - \bar{A}$ амплитуды и $\delta\Psi = \Psi - \bar{\Psi}$ фазы результирующего поля (черта сверху означает статистическое усреднение) связаны в основном с флуктуациями второй моды, т. е. с параметрами δa, $\delta\varphi$. Раскладывая выражения для A и Ψ в ряд по степеням $\delta\varphi$, $\delta a/a$ с точностью до квадратичных членов, получим следующие соотношения:

$$\frac{\delta A}{A_0} \approx \frac{1}{A_0}\frac{\partial A_0}{\partial \varphi}\delta\varphi + \frac{a}{A_0}\frac{\partial A_0}{\partial a}\frac{\delta a}{a} + \frac{1}{2A_0}\frac{\partial^2 A_0}{\partial \varphi^2}\left[(\delta\varphi)^2 - \sigma_\varphi^2\right] +$$
$$+ \frac{a^2}{2A_0}\frac{\partial^2 A_0}{\partial a^2}\left[\left(\frac{\delta a}{a}\right)^2 - \sigma_a^2\right] + \frac{a}{A_0}\frac{\partial^2 A_0}{\partial a \partial \varphi}\left(\frac{\delta a}{a}\delta\varphi - \sigma_a \sigma_\varphi q\right); \tag{2}$$

$$\delta\Psi \approx \frac{\partial \Psi_0}{\partial \varphi}\delta\varphi + a\frac{\partial \Psi_0}{\partial a}\frac{\delta a}{a} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \Psi_0}{\partial \varphi^2}\left[(\delta\varphi)^2 - \sigma_\varphi^2\right] +$$
$$+ \frac{a^2}{2}\frac{\partial^2 \Psi_0}{\partial a^2}\left[\left(\frac{\delta a}{a}\right)^2 - \sigma_a^2\right] + a\frac{\partial^2 \Psi_0}{\partial a \partial \varphi}\left(\frac{\delta a}{a}\delta\varphi - \sigma_a \sigma_\varphi q\right), \tag{3}$$

$$A_0/a_1 = (1 + a^2 + 2a\cos\varphi)^{1/2},$$

$$\operatorname{tg}(\Psi_0 - \varphi_1) = -a\sin\varphi/(1 + a\cos\varphi).$$

Здесь A_0, Ψ_0 — нулевые члены разложений (регулярные значения) амплитуды и фазы результирующего поля, σ_a, σ_φ, q — стандарты и коэффициент взаимной корреляции модовых флуктуаций $\delta a/a$ и $\delta\varphi$, индекс «0» при регулярных значениях параметров a и φ для сокращения записи опущен.

В общем виде выражения (2), (3) достаточно громоздки. Поэтому их анализ проведем в предельных случаях, когда можно выделить некоторый преобладающий вид стохастической модовой модуляции. На возможность существования ситуаций, в которых основную роль играют флуктуации либо фаз, либо амплитуд нормальных волн, указывают расчеты, выполненные в работах [6, 7]. Прежде всего, рассмотрим случай, когда ионосфера ведет себя по отношению к СДВ сигналам как стохастический фазовый экран, т. е. имеет место неравенство

$$\sigma_a^2 \ll \sigma_\varphi^2 \ll 1. \tag{4}$$

Если ограничиться в разложениях (2), (3) только линейными по $\delta\varphi$ членами (это соответствует приближениям, принятым в [2, 3]), то нетрудно видеть, что модули коэффициентов корреляции

$$K_A(d) = \frac{\overline{(\delta A/A_0)_1 (\delta A/A_0)_2}}{\sqrt{\overline{(\delta A/A_0)_1^2}\ \overline{(\delta A/A_0)_2^2}}}, \quad K_\Psi(d) = \frac{\overline{(\delta\Psi)_1 (\delta\Psi)_2}}{\sqrt{\overline{(\delta\Psi)_1^2}\ \overline{(\delta\Psi)_2^2}}}$$

(индексы «1» и «2» используются для обозначения разнесенных пунктов) оказываются равными друг другу и совпадают с абсолютным значением коэффициента корреляции $K_\varphi(d)$ модовых флуктуаций:

$$|K_A(d)| \approx |K_\Psi(d)| \approx |K_\varphi(d)|. \tag{5}$$

Относительно последних выполненные в [8] расчеты показывают, что характерные масштабы $l_\parallel$ изменений $K_\varphi(d)$ вдоль и $l_\perp$ поперек направления распространения существенно отличаются: $l_\perp \ll l_\parallel$. Что же касается знаков $K_A(d)$, $K_\Psi(d)$, то они зависят от положения каждой из точек наблюдения относительно интерференционной картины поля в волноводе и описываются формулами*

$$\operatorname{sgn} K_A(d) = \operatorname{sgn}[(\sin\varphi)_1 (\sin\varphi)_2]; \tag{6}$$

$$\operatorname{sgn} K_\Psi(d) = \operatorname{sgn}[(a + \cos\varphi)_1 (a + \cos\varphi)_2]. \tag{7}$$

* Соотношения (6), (7) справедливы при $K_\varphi(d) > 0$, при $K_\varphi(d) < 0$ знаки правых частей (6), (7) должны быть изменены на противоположные.

Каждой реальной точке волновода может быть однозначно сопоставлена пара величин a и φ. Так как разность фаз φ линейно связана с расстоянием x, то удлинение дистанции сопровождается ростом параметра φ. В пределах каждого периода интерференции значения $\varphi=0$, 2π соответствуют положениям максимумов, $\varphi=\pi$ — минимумов результирующего поля. С увеличением x происходит также экспоненциальное уменьшение величины параметра a с разностным декрементом затухания нормальных волн.

В соответствии с (6), (7) на земной поверхности могут быть введены некоторые границы, определенные условием обращения в нуль аргументов $f(a, \varphi)$ обобщенных функций $\operatorname{sgn}[f(a_1, \varphi_1)\ f(a_2, \varphi_2)]$, стоящих в правых частях (6), (7). Уравнения этих границ для (6) имеют вид $\varphi=0$, π, 2π, для (7) — $a=-\cos\varphi$. Их естественно называть линиями смены знаков корреляторов, поскольку для точек наблюдения, расположенных по одну сторону от любой из указанных границ, знак соответствующего коррелятора оказывается положительным, по разные — отрицательным. Анализ поведения знаков корреляторов $K_A(d)$, $K_\Psi(d)$ в многомодовом волноводе удобно выполнять с помощью диаграмм, предложенных в работе [2].

В узкой окрестности линий смены знаков условия применимости проведенного анализа нарушаются, поскольку здесь множители перед линейными по $\delta\varphi$ членами разложений (2), (3) обращаются в нуль, и на этом фоне возрастает роль малых (но не нулевых) флуктуаций $\delta a/a$ и следующих по $\delta\varphi$ членов. Рассмотрим, что происходит в указанных областях на примере коррелятора $K_A(d)$. Разлагая (2) вблизи $\hat\varphi=0$, π, 2π по малым отклонениям $|\Delta\varphi|=|\varphi-\hat\varphi|\ll 1$ и удерживая линейные по $\delta a/a$, $\Delta\varphi$ и квадратичные по $\delta\varphi$ члены (неравенство (4) считается по-прежнему выполненным), получим

$$\frac{\delta A}{A_0}\approx\mp\frac{a}{(1\pm a)^2}\left\{\Delta\varphi\delta\varphi-(1\pm a)\frac{\delta a}{a}+\frac{1}{2}\left[(\delta\varphi)^2-\sigma_\varphi^2\right]\right\},\tag{8}$$

где верхний знак соответствует $\hat\varphi=0$, 2π, нижний — $\hat\varphi=\pi$. Следует заметить, что в окрестности $\hat\varphi=\pi$ при значениях a, близких к единице ($|1-a|/\sigma_\varphi\lesssim 1$, глубокий минимум поля), применимость формулы (8) нарушается. Вопрос о корреляции в минимуме исследовался ранее в работе [4]. Здесь же подобные ситуации мы будем исключать из рассмотрения, т. е. предполагать $|1-a|\sim 1$.

Для выполнения дальнейших расчетов необходимо задание трех коэффициентов корреляции: $K_a(d)$, $K_\varphi(d)$, $K_{a\varphi}(d)$. Будем связывать флуктуации амплитуд $\delta a/a$ нормальных волн со случайными изменениями действительного импеданса $\delta\eta$ ионосферной границы волновода, а флуктуации фаз $\delta\varphi$ — с изменениями ее высоты δh. Можно показать, что такое утверждение оказывается справедливым, если ограничиться рассмотрением достаточно больших размеров неоднородностей и не слишком протяженных трасс, когда дифракционные эффекты пренебрежимо малы. В этом случае, основываясь на результатах расчетов [7] статистических свойств $\delta\eta$, δh в волноводе Земля — ионосфера, можно записать

$$K_a(d)=K_\varphi(d)=K(d),\quad K_{a\varphi}(d)=qK(d).\tag{9}$$

В итоге для коэффициента корреляции $K_A(d)$ и дисперсии флуктуаций σ_A^2 приходим к выражениям

$$K_A(d)=\frac{a^2\sigma_\varphi^4}{2(1\pm a)^4(\sigma_A)_1(\sigma_A)_2}\left[2\xi_1\xi_2+2(1-q^2)(1\pm a)^2\frac{\sigma_a^2}{\sigma_\varphi^4}+\right.$$

$$+ K(d)\Big] K(d), \qquad (10)$$

$$\sigma_A^2 = \frac{a^2\sigma_\varphi^4}{2(1\pm a)^4}\left[2\xi_{1,2}^2 + 2(1-q^2)(1\pm a)^2\frac{\sigma_a^2}{\sigma_\varphi^4} + 1\right],$$

где $\xi_{1,2} = \Delta\varphi_{1,2}/\sigma_\varphi - q(1\pm a)\sigma_a/\sigma_\varphi^2$ — безразмерные расстояния точек наблюдения, отсчитанные от линий смены знака. При выводе (10) предполагалось, что изменениями a, σ_a, σ_φ в малой окрестности $|\Delta\varphi_{1,2}| \ll 1$ можно пренебречь.

Формулы (10) допускают две следующие предельные ситуации:

$$(1-q^2)\sigma_a^2/\sigma_\varphi^4 \ll 1; \qquad (11)$$

$$(1-q^2)\sigma_a^2/\sigma_\varphi^4 \gg 1. \qquad (12)$$

Первое из неравенств выполняется, когда флуктуации амплитуд нормальных волн либо практически отсутствуют ($\sigma_a^2 \ll \sigma_\varphi^4$), либо полностью скоррелированы с флуктуациями фаз ($1-q^2 \to 0$). Для выполнения второго неравенства уровень флуктуаций $\delta a/a$ должен быть сравнительно высок ($\sigma_\varphi^2 \gg \sigma_a^2 \gg \sigma_\varphi^4$), а их корреляция с флуктуациями $\delta\varphi$ — не слишком большой ($1-q^2 \sim 1$).

В случае (11) выражения (10) могут быть преобразованы к виду

$$K_A(d) = K(d)\frac{K(d) + 2\xi_1\xi_2}{\sqrt{(1+2\xi_1^2)(1+2\xi_2^2)}},$$

$$\sigma_A^2 = \frac{a^2\sigma_\varphi^4}{2(1\pm a)^4}(1 + 2\xi_{1,2}^2), \qquad (13)$$

откуда следуют простые асимптотики коэффициентов продольной ($\xi_1 \neq \xi_2$, $K(d_\parallel) \approx 1$) и поперечной ($\xi_1 = \xi_2 = \xi$) корреляций:

$$K_A(d_\parallel) = \begin{cases} 1, & \max\{|\xi_1|, |\xi_2|\} \ll 1 \\ \operatorname{sgn}(\xi_1\xi_2), & \min\{|\xi_1|, |\xi_2|\} \gg 1 \\ 0(\max(|\xi_1|, |\xi_2|^{-1})), & |\xi_1| \ll 1 \ll |\xi_2| \\ 0(\max(|\xi_1|^{-1}, |\xi_2|)), & |\xi_1| \gg 1 \gg |\xi_2| \end{cases}, \qquad (14)$$

$$K_A(d_\perp) = \begin{cases} K^2(d_\perp), & |\xi| \ll 1 \\ K(d_\perp), & |\xi| \gg 1 \end{cases}. \qquad (15)$$

Приведенные формулы можно прокомментировать следующим образом. Если хотя бы одна из точек наблюдения оказывается расположенной вблизи от линии смены знака $K_A(d)$ ($|\xi| \lesssim 1$), то интервал пространственной корреляции амплитуды сигнала резко уменьшается. Этот вывод относится как к продольной, так и к поперечной корреляции. Характерная ширина области, в которой наблюдается уменьшение $|K_A(d)|$, может быть оценена величиной $|\Delta\varphi| \sim \sigma_\varphi$. Если же обе точки находятся вне указанной области ($|\xi| \gg 1$), в силе остаются соотношения (5)—(7), соответствующие линейному приближению.

В предельном случае (12) в выражении (10) удобно ввести новую переменную $\xi' = \xi\sigma_\varphi^2/\sqrt{2(1-q^2)}\,|1\pm a|\sigma_a$, после чего оно может быть преобразовано к виду

$$K_A(d) = K(d)(1 + 2\xi_1'\xi_2')/\sqrt{(1+2\xi_1'^2)(1+2\xi_2'^2)}. \qquad (16)$$

Нетрудно видеть, что для продольной корреляции с точностью до обозначений получаются знакомые уже асимптотики (14). Для поперечной корреляции результат оказывается иным, а именно: независимо от положения точек наблюдения по отношению к интерференционной картине поля (т. е. независимо от величины параметра ξ') справедливой остается формула (5), полученная вдали от линий смены знака коррелятора.

Если теперь проанализировать подобным же образом поведение статистических характеристик флуктуаций фазы вблизи линий смены знака $K_\Psi(d)$, то оказывается, что формулы для $K_\Psi(d)$ и σ^2_Ψ с точностью до множителей порядка единицы совпадают с выражениями (10). На этом основании можно сделать заключение о том, что все качественные выводы о поведении коэффициентов корреляции амплитуды, полученные выше (с учетом различий в положениях линий смены знаков $K_A(d)$ и $K_\Psi(d)$), полностью распространяются и на поведение коэффициентов корреляции фазы. Эти выводы кратко можно сформулировать следующим образом: вблизи от линий смены знака всегда наблюдается аномальное уменьшение продольного интервала корреляции. Что же касается корреляции поперечной, то ее ослабление имеет место только в тех случаях, когда случайные изменения амплитуд нормальных волн либо исчезающе малы, либо полностью следуют за флуктуациями фаз. В остальных ситуациях коэффициенты поперечной корреляции не чувствительны к интерференционной структуре волноводного поля.

Посмотрим теперь, к каким отличиям в пространственной корреляции многомодовых полей приводит изменение характера стохастической модовой модуляции. С этой целью рассмотрим ситуацию

$$\sigma^2_\varphi \ll \sigma^2_a \ll 1, \tag{17}$$

обратную (4). В этом предельном случае ионосфера ведет себя по отношению к СВД сигналам как статистически нерегулярный амплитудный экран. Если в разложениях (2), (3) ограничиться только линейными по $\delta a/a$ членами, то нетрудно видеть, что для коэффициентов корреляции $K_A(d)$ и $K_\Psi(d)$ остаются справедливыми соотношения (5)—(7) после замены в них $|K_\varphi(d)|$ на $|K_a(d)|$. Отличие сводится также к тому, что формулы для $\operatorname{sgn} K_A(d)$ и $\operatorname{sgn} K_\Psi(d)$ меняются между собой местами: равенство (6) описывает теперь поведение $K_\Psi(d)$, а (7) — $K_A(d)$.

Анализ поведения коэффициентов корреляции вблизи от линий смены знаков в этом случае также мало чем отличается от выполненного выше. В результате для корреляторов $K_A(d)$ и $K_\Psi(d)$ с точностью до способа введения параметров $\xi_{1,2}$ и $\xi'_{1,2}$ остаются справедливыми формулы (13)—(16), полученные в предположении о преобладающем характере фазовой модуляции. Отличие сводится лишь к замене в неравенствах (11), (12), характеризующих области применимости (13)—(16), параметра $\sigma^2_a/\sigma^4_\varphi$ на $\sigma^2_\varphi/\sigma^4_a$ при исследовании $K_A(d)$ и на σ_a^{-2} — при исследовании $K_\Psi(d)$.

Проведенный анализ дополняет результаты исследований [2–4] статистических свойств СДВ сигналов в многомодовом волноводе Земля — ионосфера. Он позволяет также иначе взглянуть на один известный в литературе результат, многие годы трактующийся как аномальный. Речь идет об описанном в [9] возрастании величины коэффициента корреляции амплитуды сигнала частоты $f=15{,}5$ *кГц* в ночном волноводе на больших поперечных разносах. Нам кажется, что объяснение указанной «аномалии» следует искать, прежде всего, в интерференционном характере флуктуационного поля. В пользу такого предположения свидетельствует тот факт, что приведенные в [9] данные представляют на самом деле результаты двух разных наблюдений: большие разносы ($d_\perp > 400$ *км*) выполнялись на более коротких, малые ($d_\perp < 300$ *км*) — на более длинных трассах. Различие дистанций ($\Delta x \approx 300$ *км*) приводило к существенному отличию в условиях сложения нормальных волн в точках наблюдения. В силу этого правомерность произведенного в [9] сшивания корреляционных кривых, полученных в разных условиях, а также сделанный на этом основании вывод о росте корреляции при значениях $d_\perp > 400$ *км*, перенесенный затем во многие обзорные статьи (см., например, [1, 10]), вызывает сомнение. К сожалению, недостаток исходной информации об условиях указанных экспериментов (прежде всего, о продолжительности временных интервалов, по которым определялись статистические оценки), не позволяет дать результатам [9] количественное объяснение.

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить благодарность Р. С. Шубовой за знакомство с рукописью и высказанные в процессе обсуждения полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1 Орлов А Б, Азарнин Г. В.— В сб.: Проблемы дифракции и распространения волн — Л.: Гос. ун-т, 1970, вып. 10, с. 3.
2. Безродный В Г., Шубова Р С.— Изв. вузов — Радиофизика, 1977, **20**, № 3, с. 337.
3. Безродный В Г, Шубова Р. С.— Изв. вузов — Радиофизика, 1978, **21**, № 8, с. 1107.
4. Безродный В. Г., Блиох П В, Ямпольский Ю. М.— Изв. вузов — Радиофизика, 1974, **17**, № 3, с. 383.
5. Безродный В. Г, Шубова Р. С. Тезисы докладов VIII Межведомственного семинара по распространению километровых и более длинных радиоволн — Омск: Педагогич ин-т, 1982, с 36.
6 Орлов А. Б, Уваров А Н.— В сб: Проблемы дифракции и распространения волн.— Л.: Гос ун-т, 1977, вып. 15, с. 83.
7 Безродный В. Г. — Изв вузов — Радиофизика, 1984, **27**, № 2, с. 137.
8 Безродный В. Г., Фукс И. М — Изв. вузов — Радиофизика, 1972, **15**, № 12, с. 1875
9 Pressey B. G, Ashwell G. E., Hargreaves J. — Proc. IEE, 1961, **108B**, № 38, p 214.
10. Котяшкин С И., Головушкин Г. В, Гузман А. С. и др.— Зарубежная радиоэлектроника, 1977, № 11, с. 28.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
29 марта 1983 г.

ON SPACE CORRELATION OF VLF IN THE MULTIMODE EARTH — IONOSPHERE WAVEGUIDE

V. G. Bezrodny

The features of the space correlation of VLF radio waves that are due to the field interference in the Earth — ionosphere waveguide are analyzed. As has been found, at certain distances from the source there should appear spatial regions where scale correlation lengths of the amplitude and phase fluctuations are anomalously short The conditions for the formation of such regions are analyzed, as well as the behaviour of correlation factors at both transverse and longitudinal separation.