5 Липатов Б. Н Сизов А С Тезисы докладов XI Всесоюзной радиоастрономической конференции. — Ереван: АН АрмССР, 1978, с 224.
6 Sharma N. V G., Joshi M. N., Bagri D. S, Ananthakrishnan S — J. Institution of Electronics and Telecom. Engrs, 1975, **21**, № 3, p. 110.
7. Алексеев В А, Крюков А. Е., Липатов Б. Н, Сизов А. С Тезисы докладов XIV Всесоюзной радиоастрономической конференции. — Ереван: АН АрмССР, 1982, с 412; Изв вузов — Радиофизика, 1983, **26**, № 11, с. 1428

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
9 марта 1983 г.

УДК 538. 574

УЧЕТ КОРРЕЛЯЦИИ СРЕДА — ИСТОЧНИК ПРИ ОПИСАНИИ ИЗЛУЧЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ИСТОЧНИКОВ В РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЕ

Л. Апресян

Одним из основных способов описания первых моментов случайных полей, удовлетворяющих линейным стохастическим уравнениям, в настоящее время является использование уравнений Дайсона (УД) и Бете—Солпитера (УБС) [1]. Обычно при получении этих уравнений источники поля считаются либо детерминированными, либо флуктуирующими, но статистически не зависимыми от флуктуаций среды Между тем, это допущение может нарушаться в тех случаях, когда флуктуации источников и среды зависят от одних и тех же флуктуирующих параметров задачи. Например, в задаче о тепловом излучении в макроскопически случайно-неоднородной среде интенсивность тепловых источников пропорциональна поглощению, т е связана со свойствами среды В данной заметке мы приведем естественные обобщения УД и УБС на случай коррелированных источников и среды, и на простом примере для задачи о тепловом излучении в случайно-неоднородной среде обсудим условия, при которых в УБС этой корреляцией можно пренебречь

Пусть случайное комплексное поле $u = u(x)$ удовлетворяет линейному стохастическому уравнению

$$Lu \equiv (L_0 - V)\, u = q,$$

где L_0 — детерминированный невозмущенный оператор, V — случайный оператор возмущения, а q — функция источников Используя обычные алгебраические преобразования [2], нетрудно показать, что в общем случае коррелированных источников (q) и среды (V) первые два момента u удовлетворяют уравнениям

$$D\overline{u} = \overline{q}^{\text{эфф}}, \quad \left(D_1 D_2^* - K_{12}\right) \overline{u_1 u_2^*} = \overline{q_1 q_2^*}^{\text{эфф}}. \tag{1}$$

Здесь D — оператор Дайсона, K_{12} — оператор интенсивности, $u_1=u(x_1)$, $u_2=u(x_2)$, операторы с индексами 1 и 2 действуют по аргументам с теми же индексами, а $\overline{q}^{\text{эфф}}$ и $\overline{q_1 q_2^*}^{\text{эфф}}$ — эффективные функции источников:

$$\overline{q}^{\text{эфф}} = \overline{q} + \overline{A\tilde{q}}; \tag{2}$$

$$\overline{q_1 q_2^*}^{\text{эфф}} = \overline{q_1 q_2^*} + \left(1 + \overline{A_1 A_2^*}\right)^{-1} \overline{\left(A_1 + A_2^* + A_1 A_2^*\right) \widetilde{q_1 q_2^*}} \equiv \overline{q_1 q_2^*} + \delta\overline{q_1 q_2^*}, \tag{3}$$

где $\tilde{a}=a-\overline{a}$ — флуктуация случайной величины a (черта означает полное статистическое усреднение). Входящий в (2) и (3) случайный оператор A зависит от свойств среды и удовлетворяет уравнению

$$A = \tilde{V} G_0 + \widetilde{A V} G_0, \tag{4}$$

где $G_0 = L_0^{-1}$. Если решить это уравнение итерациями, то нетрудно получить следующее разложение A:

$$A = \tilde{V} G_0 + \widetilde{\tilde{V} G_0 V} G_0 + \ldots = \tilde{V} G_0 + \tilde{V} G_0 V G_0 - \overline{\tilde{V} G_0 V} G_0 + \ldots \tag{5}$$

При этом $\tilde{G} = \overline{G} A$.

Легко видеть, что если корреляция среда — источник отсутствует, то согласно (2) и (3) $\overline{q}^{\text{эфф}} = \overline{q}$, $\overline{q_1 q_2^*}^{\text{эфф}} = \overline{q_1 q_2^*}$ и уравнения (1) принимают вид обычных УД и УБС.

Таким образом, учет корреляции среда—источник в УД и УБС сводится к замене функций источников $\bar{q}$ и $\overline{q_1 q_2^*}$ эффективными функциями источников (2) и (3), для которых, воспользовавшись (5), можно записать разложения в ряды по степеням V.

Рассмотрим теперь пример теплового излучения в случайно-неоднородной среде. Пусть u и q — спектры сопряженных по Лагранжу полей, причем $q=Lu$. Тогда в соответствии с флуктуационно-диссипационной теоремой [1] можно записать следующее выражение для пространственных корреляций источников q, усредненных по микрофлуктуациям.

$$\langle q_1 q_2^* \rangle = -(\theta/\pi\omega)\, L^a (1,2). \tag{6}$$

Здесь ω — частота, θ — средняя энергия осциллятора, $L^a(1,2)$ — ядро оператора $L^a=(L-L^+)/2i$ (плюс означает эрмитово сопряжение), рассматриваемое как функция двух аргументов $\boldsymbol{r}_1$ и $\boldsymbol{r}_2$, а угловые скобки означают усреднение по микроскопическим тепловым флуктуациям.

В случае среды с макроскопическими случайными неоднородностями для описания второго момента $\overline{u_1 u_2^*} = \overline{u(\boldsymbol{r}_1)\, u^*(\boldsymbol{r}_2)}$ в выражение для эффективной функции источников (3) нужно подставить вместо $q_1 q_2^*$ правую часть (6). В результате в $\overline{q_1 q_2^*}^{\,эфф}$ помимо среднего значения $\overline{L^a}$ войдет также поправка $\delta\overline{q_1 q_2^*}$, связанная с корреляцией флуктуаций источников (6) со свойствами среды. На примере простой модели оценим условия, при которых этим слагаемым можно пренебречь

Пусть $L=\Delta+k^2\varepsilon$ — скалярный волновой оператор, k — волновое число, $\varepsilon=\varepsilon'+i\,\varepsilon''$ — гауссова случайная функция с одним характерным радиусом корреляции $l_к$ Будем считать для простоты, что $\bar{\varepsilon}=1$, и в качестве невозмущенного оператора выберем $L_0=\bar{L}=\Delta+k^2$. Поскольку в данном случае $L^a(1,2)=\delta(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2)\, k^2\varepsilon''(\boldsymbol{r}_1)$, так что тепловые источники (6) дельта-коррелированы, в качестве условия малости корреляционной поправки в (3) примем неравенство

$$\left| \int \overline{q_1 q_2^*}\, d\boldsymbol{r}_1 \right| \gg \left| \int \delta\overline{q_1 q_2^*}\, d\boldsymbol{r}_1 \right|.$$

Ограничившись первыми неисчезающими членами разложения $\delta\overline{q_1 q_2^*}$ по степеням V, в случае мелкомасштабных флуктуаций ($kl_к \ll 1$) можно получить оценку

$$\overline{\varepsilon''} \gg \left| \overline{\tilde{\varepsilon}'\, \tilde{\varepsilon}''} \right| (k\, l_к)^2,$$

где численные множители опущены. Отсюда видно, что для возможности пренебрежения корреляцией среда — источник в УБС при описании теплового излучения должна быть достаточно малой корреляция вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рытов С. М., Кравцов Ю. А, Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч II. — М : Наука, 1978
2. Апресян Л. А — Изв вузов — Радиофизика, 1974, 17, № 2, с. 165.

Поступила в редакцию
18 апреля 1983 г.

УДК 621 371 24

ОБ УСИЛЕНИИ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ПРЕПЯТСТВИЙ В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

А. Б. Крупник, А. И. Саичев

Как показано в [1] (см также [2]), при обратном рассеянии в турбулентной среде, в режиме насыщенных флуктуаций интенсивности падающей на отражатель волны может иметь место эффект усиления средней интенсивности обратного рассеяния с коэффициентом усиления $N=2$. В работе [3] отмечено, что присутствие в турбулентной среде отражающих поверхностей может значительно увеличить коэффициент усиления. В данном сообщении показано, что коэффициент усиления обратного рассеяния может оказаться много больше $N=2$ при наличии препятствий, затеняющих падающую и обратно-рассеянную волну.