

УДК 517.951

ДИФРАКЦИЯ ПОЛЯ МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ НА ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕЙ СФЕРЕ, НАГРУЖЕННОЙ НА ПРЯМОУГОЛЬНУЮ ЩЕЛЬ

И. Б. Гаврис

Рассмотрена задача, моделирующая излучающую систему, состоящую из магнитного дипольного источника и идеально проводящей сферы, нагруженной на прямоугольную щель. Результаты численного решения представлены в виде диаграмм направленности и графиков, характеризующих поведение составляющих проводимости нагрузки в зазоре щели, обеспечивающей рассматриваемой излучающей системе максимальную мощность излучения.

В настоящей работе исследуется решение задачи, моделирующей излучающую систему, состоящую из магнитного дипольного источника с произвольной ориентацией момента и идеально проводящей сферы, нагруженной на прямоугольную щель. Целью работы является анализ полученных на ЭВМ результатов численного решения этой задачи.

Предполагается, что диполь расположен в точке A однородного изотропного пространства на расстоянии b от начала координат (рис. 1). Момент диполя L расположен в плоскости xOz и ориентирован под углом α к оси Oz . Щель на сфере прорезана вдоль параллели и занимает область

$$|\theta - \theta_0| \leq \delta/2, \quad |\varphi - \varphi_0| \leq \varphi_1. \quad (1)$$

Центр сферы совпадает с началом координат. Тангенциальные составляющие вектора электрической напряженности суммарного поля на поверхности сферы задаются в виде [1]

$$E_\theta = \begin{cases} (V/a) f_\theta(\alpha, \theta, \varphi), & \text{на щели} \\ 0, & \text{вне щели} \end{cases}; \quad E_\varphi = \begin{cases} (V/a) f_\varphi(\alpha, \theta, \varphi), & \text{на щели} \\ 0, & \text{вне щели} \end{cases}, \quad (2)$$

где в соответствии с законом изменения рассеянного поля на сфере без щели [2]

$$f_\theta = -\delta^{-1} \sin \alpha \sin[\pi(\varphi - \varphi_0)/2\varphi_1]; \quad (3)$$

$$f_\varphi = -(\delta^{-1} \cos \alpha + \delta^{-1} \sin \alpha \cos[\pi(\varphi - \varphi_0)/2\varphi_1]). \quad (4)$$

В выражениях (1)–(3) a — радиус сферы, θ_0 , φ_0 — координаты центра щели, δ — ширина щели, $2\varphi_1$ — угловая длина щели (рис. 1), V — неизвестное напряжение на щели, r , θ , φ — сферические координаты.

По заданным значениям составляющих (2) необходимо определить векторы E , H электрической и магнитной напряженностей суммарного поля, а также величину нагрузки на щели, обеспечивающую рассматриваемой излучающей системе максимальную мощность излучения.

Решение краевой математической задачи, соответствующей данной физической, геометрическая модель которой изображена на рис. 1, является частным случаем решения общей краевой задачи дифракции волн дипольных источников на сфере с произвольной по форме щелью [1]. Поэтому опустим изложение всех вопросов, связанных с отысканием составляющих векторов \mathbf{E} , \mathbf{H} и нагрузки на щели, а приведем лишь расчетные формулы [1], определяющие величину нагрузки на щели, и значения комплексных амплитуд рассеянного поля в волновой зоне, позволяющие рассчитывать диаграммы направленности и строить графики, характеризующие поведение составляющих проводимости нагрузки на щели при различных значениях параметров задачи.

Итак, согласно [1] имеем, что максимальная мощность излучения достигается при значении проводимости нагрузки на щели

$$Y_l + Y = -N(A + iB)F^{-1},$$

при этом напряжение в заоре щели

$$V = k|L|b^{-1}N(Y_l + Y)^{-1},$$

где

$$N = \int_{\theta_0 - (\delta/2)}^{\theta_0 + (\delta/2)} \int_{\varphi_0 - \varphi_1}^{\varphi_0 + \varphi_1} [f_\varphi(H_\theta^{(0)} + H_\theta^{(1)}) - f_\theta(H_\varphi^{(0)} + H_\varphi^{(1)})] \sin \theta d\theta d\varphi,$$

$$Y = \int_{\theta_0 - (\delta/2)}^{\theta_0 + (\delta/2)} \int_{\varphi_0 - \varphi_1}^{\varphi_0 + \varphi_1} (f_\theta H_\varphi^{(2)} - f_\varphi H_\theta^{(2)}) \sin \theta d\theta d\varphi,$$

$$F = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (|S_\theta^{(0)} + S_\theta^{(1)}|^2 + |S_\varphi^{(0)} + S_\varphi^{(1)}|^2) \sin \theta d\theta d\varphi,$$

$H_\theta^{(i)}$, $H_\varphi^{(i)}$ ($i = 0, 1, 2$) — составляющие вектора \mathbf{H} поля диполя ($i = 0$) [2], рассеянного поля ($i = 1$) [2] и поля щели ($i = 2$) [1]; A — действительная, B — мнимая части интеграла

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi [(\tilde{S}_\theta^{(0)} + \tilde{S}_\theta^{(1)})S_\theta^{(2)} + (\tilde{S}_\varphi^{(0)} + \tilde{S}_\varphi^{(1)})S_\varphi^{(2)}] \sin \theta d\theta d\varphi$$

(символ \sim означает комплексное сопряжение).

Комплексные амплитуды суммарного поля рассчитываются по формулам [1]

$$S_\theta(\theta, \varphi) = S_\theta^{(0)}(\theta, \varphi) + S_\theta^{(1)}(\theta, \varphi) - F(A + iB)^{-1} S_\theta^{(2)}(\theta, \varphi),$$

$$S_\varphi(\theta, \varphi) = S_\varphi^{(0)}(\theta, \varphi) + S_\varphi^{(1)}(\theta, \varphi) - F(A + iB)^{-1} S_\varphi^{(2)}(\theta, \varphi),$$

где $S_\theta^{(i)}(\theta, \varphi)$, $S_\varphi^{(i)}(\theta, \varphi)$ ($i = 0, 1, 2$) — комплексные амплитуды поля диполя ($i = 0$) [2], рассеянного поля ($i = 1$) [2] и поля щели ($i = 2$) [1], полученные с использованием асимптотических представлений для сферических волновых функций.

Ниже приведены результаты численного решения этой задачи, представленные диаграммами направленности и графиками, характеризующими поведение составляющих проводимости нагрузки на щели, полученными при значениях $ka = 3$, $b/a = 1,5$, $\varphi = 0^\circ$, $\varphi_0 = 0^\circ$, $\varphi_1 = 40^\circ$.

На рис. 2 сплошной линией изображены нормированные на свой максимум диаграммы направленности суммарного поля излучающей системы — графики функции

$$|S(\theta, \varphi)|^2 = |S_\theta(\theta, \varphi)|^2 + |\hat{S}_\varphi(\theta)|^2,$$

а пунктирной линией — нормированные на свой максимум диаграммы направленности поля щели — графики функции

$$|S'(\theta, \varphi)|^2 = |S_\theta^{(2)}(\theta, \varphi)|^2 + |S_\varphi^{(2)}(\theta, \varphi)|^2.$$

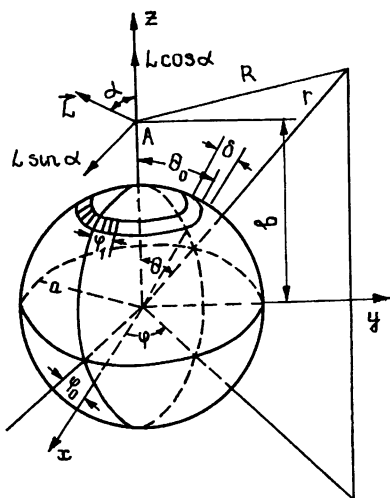
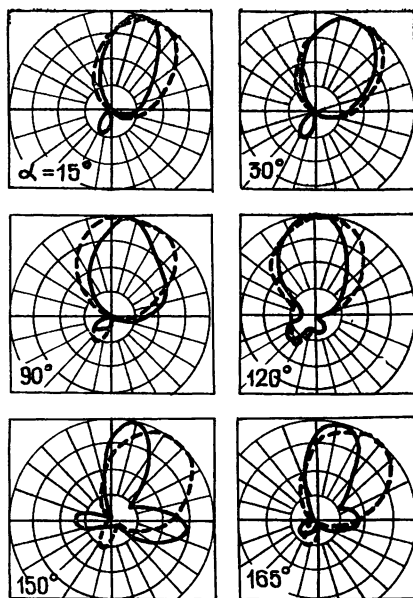
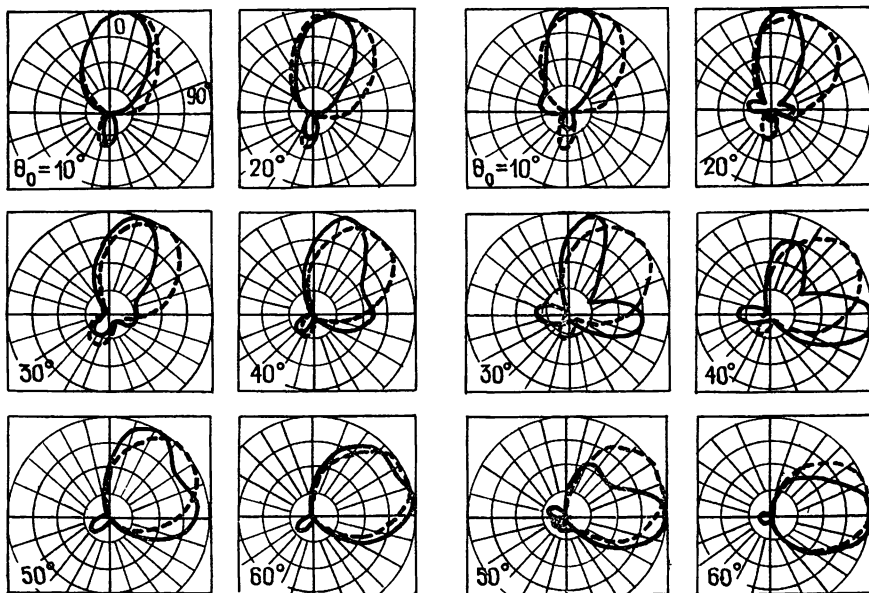


Рис 1.



д)



а)

б)

Рис 2.

На рис. 3 приведены графики, характеризующие поведение составляющих проводимости нагрузки на щели, которые рассчитывались при

изменении тех же параметров, при которых получены диаграммы направленности на рис. 2. Сплошной линией изображена активная составляющая нагрузки, а пунктирной линией — ее реактивная составляющая.

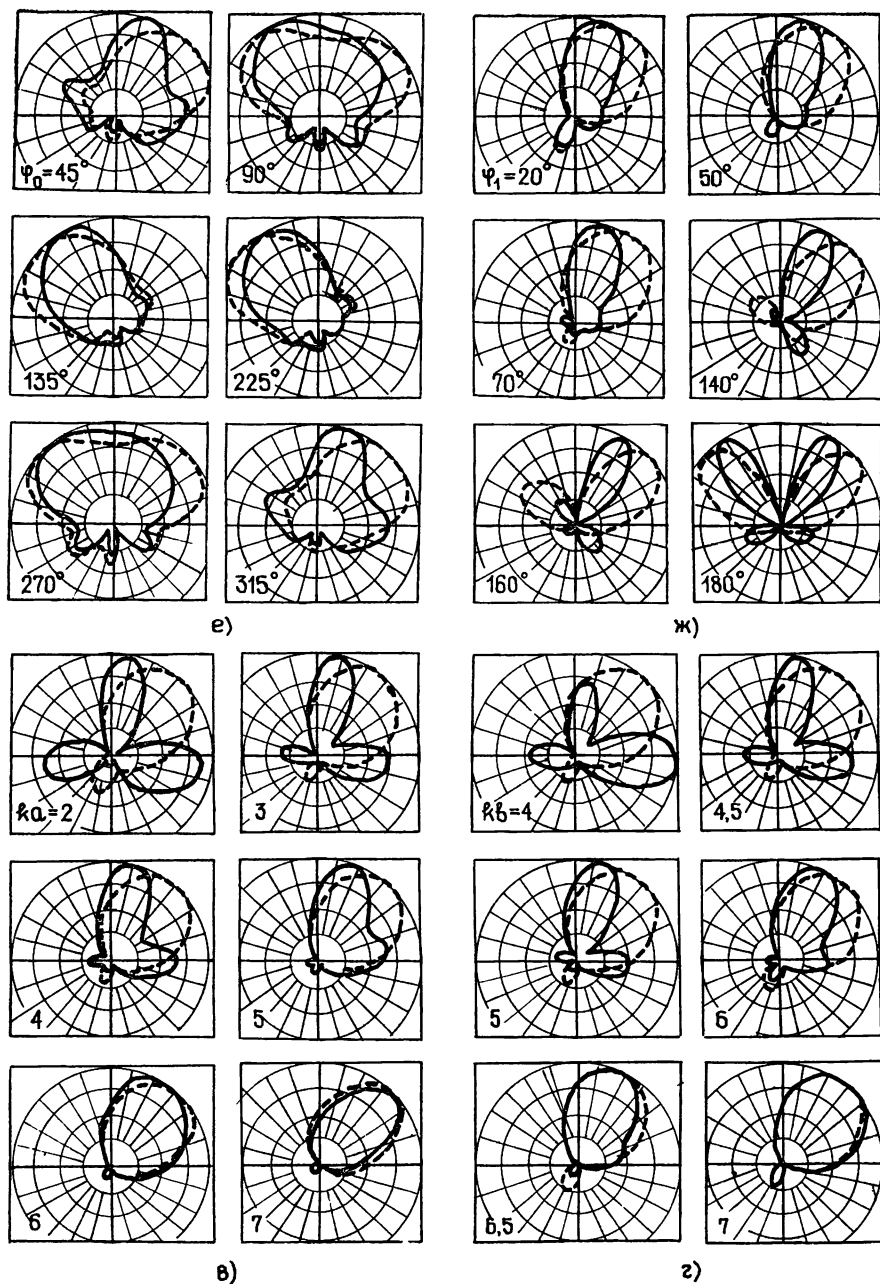


Рис. 2.

Диаграммы направленности, изображенные на рис. 2д, получены в зависимости от изменения ориентации момента диполя (рис. 1) при фиксированном размере ($2\varphi_1 = 80^\circ$) и положении ($\theta_0 = 30^\circ$, $\varphi_0 = 0$)

щели. Им соответствуют графики изменения составляющих проводимости нагрузки на щели, изображенные на рис. 3д. Из рис. 2д видно, что в результате изменения ориентации момента диполя наиболее существенные различия между диаграммами направленности суммарного поля и поля щели, вызванные влиянием поля диполя, наблюдаются при $\alpha = 150^\circ$ и $\alpha = 165^\circ$, когда момент диполя ориентирован ниже плоскости экватора.

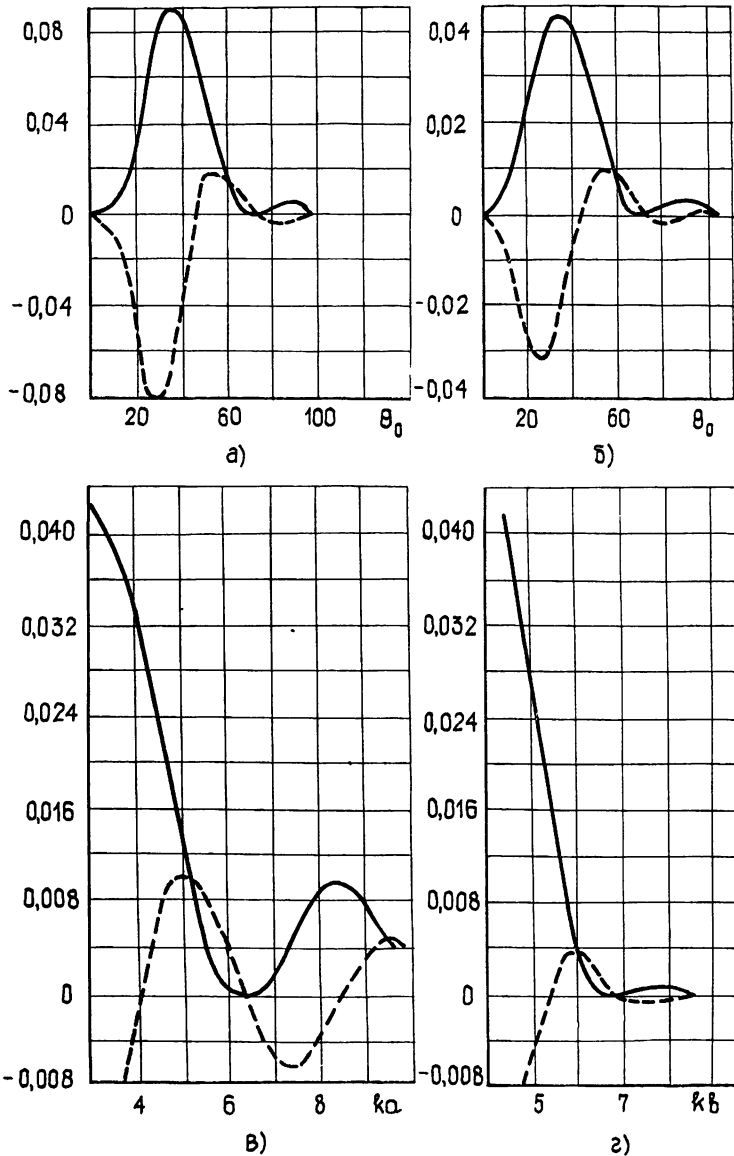


Рис. 3.

На рис. 2а ($\alpha=0^\circ$) и рис. 2б ($\alpha=150^\circ$) изображены диаграммы направленности, полученные в результате смещения центра щели вдоль меридиана $\varphi=0^\circ$ при фиксированных ее размерах. Этим случаям соответствуют графики изменения нагрузки на щели, изображенные на рис. 3а и рис. 3б соответственно.

Из рис. 2а, 2б видно, что в результате изменения положения щели на сфере возможно получение различных как по форме, так и направленности излучения диаграмм направленности. При этом диполь оказывает существенное влияние на формирование диаграммы направленности суммарного поля, когда щель расположена выше плоскости экватора. Это влияние ослабевает по мере приближения щели к экватору и смещения ее в область тени. В этом случае, как видно из рис. 3а, 3б,

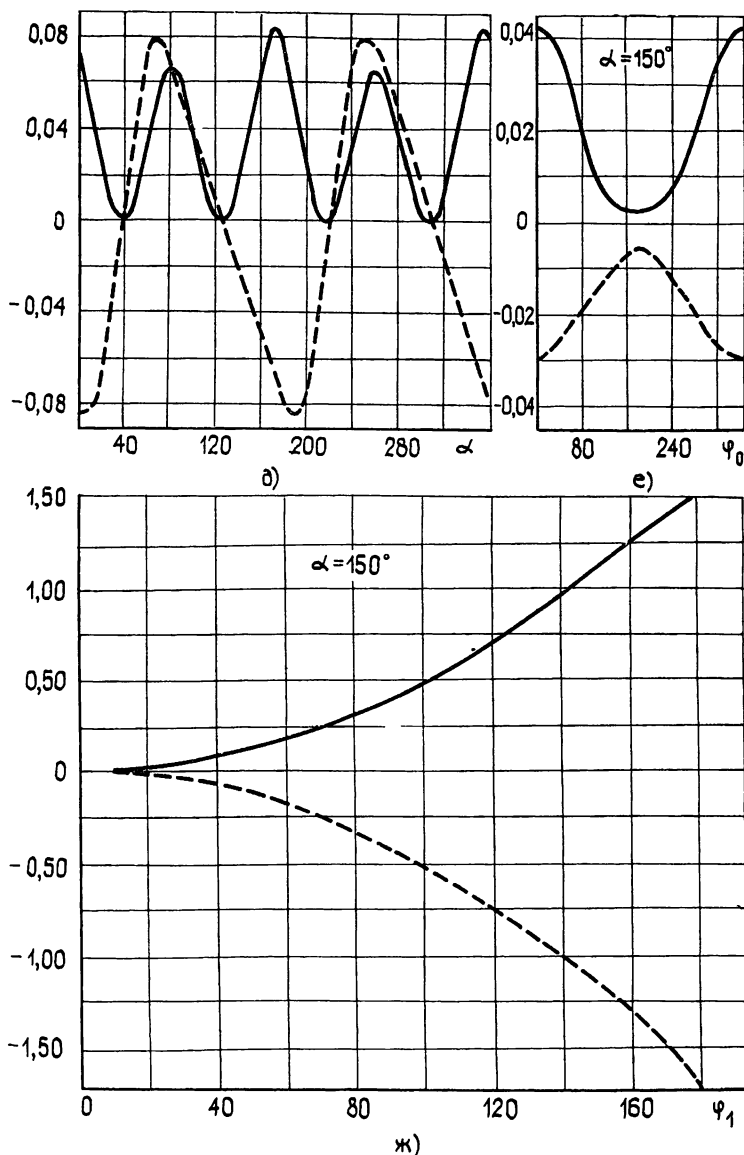


Рис. 3.

активная и реактивная составляющие проводимости нагрузки на щели ($\theta_0 > 70^\circ$) одновременно приближаются к нулю.

Диполь оказывает также преимущественное влияние на формирование диаграммы направленности суммарного поля при малых ka (рис. 2в) или когда он расположен на близких расстояниях от поверхности сферы (рис. 2г). В этих случаях, как видно из рисунков 3в и 3г,

различия между активной и реактивной составляющими проводимости нагрузки на щели наиболее существенны. По мере увеличения частоты колебаний или удаления диполя от поверхности сферы диаграммы направленности суммарного поля приближаются к диаграммам направленности поля щели.

На рис. 2ж изображены диаграммы направленности, полученные в результате растяжения щели, расположенной на параллели $\theta_0 = 30^\circ$. Графики, характеризующие поведение составляющих проводимости нагрузки на щели, соответствующие этому случаю, изображены на рис. 3ж. Из рис. 2ж видно, что в результате растяжения щели до круговой ($\varphi_1 = 180^\circ$) возможен переход от диаграмм односторонней направленности ($\varphi_1 = 20, 50, 70^\circ$) к диаграммам двухсторонней направленности ($\varphi_1 = 180^\circ$).

На рис. 2е изображены диаграммы направленности, полученные в результате смещения центра щели вдоль параллели $\theta_0 = 30^\circ$ при фиксированных ее размерах, которым соответствуют графики изменения нагрузки, изображенные на рис. 3е. Из рис. 2е видно, что диаграммы направленности, полученные, например, при значениях $\varphi_0 = 45^\circ$ и $\varphi_0 = 315^\circ$ или $\varphi_0 = 135^\circ$ и $\varphi_0 = 225^\circ$, указывающих на симметричные положения центра щели относительно плоскости расположения момента диполя ($\varphi = 0^\circ$), совпадают между собой.

Таким образом, как видно из рис. 2, в результате изменения ориентации момента диполя, смещения щели вдоль меридиана и параллели, удаления диполя от поверхности сферы, изменения размеров сферы и щели, возможно получение различных как по форме, так и направленности излучения диаграмм направленности. Что же касается графиков, характеризующих поведение составляющих проводимости нагрузки на щели (рис. 3), то они ведут себя по-разному при различных значениях параметров задачи. Характерным при этом является то, что активная составляющая нагрузки всегда положительна, в то время как реактивная составляющая принимает как положительные, так и отрицательные значения. При этом, как видно из рис. 2а—г, 3а—г, диполь оказывает существенное влияние на формирование диаграммы направленности суммарного поля при тех значениях параметров, при которых различия между активной и реактивной составляющими нагрузки наиболее существенны. В случаях, когда значения нагрузки одновременно приближаются к нулю, преимущественный характер на формирование диаграммы направленности суммарного поля оказывает поле щели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов Е. А., Гаврис И. Б. — Дифференциальные уравнения, 1982, 18, № 11, с. 1902.
2. Иванов Е. А. Дифракция электромагнитных волн на двух телах. — Минск: Наука и техника, 1968, с. 315

Белорусский государственный
университет

Поступила в редакцию
18 апреля 1983 г

FIELD DIFFRACTION OF AN MAGNETIC DIPOLE BY AN IDEALLY CONDUCTING SPHERE LOADED ON THE ORTHOGONAL SLIT

I B. Gavrís

Results of the numerical solution of the problem modelling an emission system consisting of the magnetic dipole emitter and an ideally conducting sphere loaded on the orthogonal slit are presented. The results are illustrated by directivity diagrams and plots which characterize the behaviour of the loading admittance component in the slit gap which provides the system with of maximum power.