

УДК 533.93

## РАСЧЕТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГИИ БЫСТРОГО ЭЛЕКТРОНА В ПУЧКОВОЙ ПЛАЗМЕ ГЕЛИЯ ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ С ОБОСНОВАНИЕМ МНОГОГРУППОВОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

*Б. С. Пункевич, Н. Л. Сталь, Б. М. Степанов, В. Д. Хохлов*

Обоснована возможность и проанализирована эффективность применения многогруппового метода к определению физических свойств пучковой плазмы. Анализ проведен посредством сопоставления полученных результатов с решениями строгого стационарного кинетического уравнения и приближенных уравнений, соответствующих модели непрерывного замедления и ее модификации.

Показано, что при полном замедлении в гелии быстрого электрона и всех образованных им вторичных электронов 51% энергии первичного электрона затрачивается на ионизацию атомов гелия, 16% — преобразуется в тепловую энергию атомов, 33% — расходуется на возбуждение атомов, при этом 21% — на возбуждение энергетических уровней, соответствующих оптически разрешенным переходам.

В связи с актуальными приложениями [1,2] в настоящее время ведутся экспериментальные исследования неравновесных эффектов [3,4] и разрабатываются физические модели и численные методы расчета свойств пучковой плазмы. В работе [5] кратко охарактеризованы численный метод решения строгого стационарного кинетического уравнения [6-9] и методы, основанные на модели непрерывного замедления [6,10,11] и ее модификации [5,12].

Вместе с тем, многие современные импульсные источники электронов создают пучковую плазму, физические свойства которой описываются нестационарным кинетическим уравнением. Численное решение строгого нестационарного кинетического уравнения и приближенных уравнений, соответствующих указанным физическим моделям, фактически сводится к многократному интегрированию (для каждого шага по времени) стационарного уравнения с последующим запоминанием решений, что является малоэффективным, особенно если область интегрирования лежит в пределах от 0,1 до  $10^4$ — $10^6$  эВ. В частности, при энергии первичных электронов 10— $10^3$  кэВ такой подход к задаче требует десятков часов машинного времени БЭСМ-6 [13,14].

С другой стороны, в нейтронной физике для решения нестационарных задач разработан высокоэффективный многогрупповой метод (см., например, [15]). Представляет интерес обобщить этот метод для определения нестационарного спектра вторичных электронов в пучковой плазме. Учитывая специфику кинетического уравнения для электронов, при использовании многогруппового метода возникает необходимость в его доработке, а также в обосновании, которое может быть выполнено путем расчета стационарной функции распределения и сопоставления найденного энергетического спектра и физических функционалов с решениями, полученными известными ранее методами.

С этой целью в данной работе выполнены расчеты стационарной функции распределения электронов в пучковой плазме гелия. В настоящее время для гелия существуют решения как строгого, так и

приближенных кинетических уравнений, что позволяет установить место многогруппового приближения среди других методов.

Поскольку эти решения получены с использованием различных данных по сечениям взаимодействия электронов с атомами гелия [18-19], непосредственное сопоставление решений не позволяет обеспечить удовлетворительную точность при анализе многогруппового приближения. Учитывая это, в настоящей работе различными методами выполнены вычисления для гелия с использованием единого набора исходных данных.

Вместе с тем, благодаря структуре энергетических уровней, гелий является одним из наименее подходящих газов для применения приближенных методов, что дает возможность установить практически максимальную погрешность обосновываемого метода.

1. Кинетическое уравнение, описывающее функцию распределения вторичных электронов  $f(\epsilon)$ , возникающих под действием равномерно распределенных в пространстве стационарных источников первичных электронов, для слабоионизированной газообразной плазмы при отсутствии процессов рекомбинации, имеет вид [5]

$$N \int_{\epsilon+I}^E f(\epsilon') V(\epsilon') \sigma_i(\epsilon', \epsilon) d\epsilon' + N \sum_k f(\epsilon + E_k) V(\epsilon + E_k) \sigma_k(\epsilon + E_k) + \\ + N \int_{\epsilon}^E f(\epsilon') V(\epsilon') \sigma(\epsilon', \epsilon) d\epsilon' + q(\epsilon) = N f(\epsilon) V(\epsilon) \left[ \sigma_i(\epsilon) + \sum_k \sigma_k(\epsilon) + \sigma(\epsilon) \right], \quad (1)$$

где  $I$  — средняя энергия ионизации молекулы,  $N$  — количество молекул в единице объема,  $V$  — скорость электрона,  $E$  — максимальная энергия первичных электронов,  $q(\epsilon) d\epsilon$  — скорость образования первичных электронов в единице объема в интервале энергий  $d\epsilon$ ,  $\sigma_i(\epsilon)$ ,  $\sigma(\epsilon)$  и  $\sigma_i(\epsilon, \epsilon')$ ,  $\sigma(\epsilon, \epsilon')$  — полные и дифференциальные сечения ионизации и упругих столкновений,  $\sigma_k$  и  $E_k$  — сечение и энергия возбуждения  $k$ -го энергетического уровня молекулы.

Учитывая, что на практике представляют интерес источники первичных электронов, близкие к многоэнергетическим, рассмотрим источник следующего вида:

$$q(\epsilon) = \begin{cases} q_0 = \text{const}, & 0,975 E \leq \epsilon \leq E \\ 0, & \epsilon < 0,975 E, \quad \epsilon > E \end{cases} \quad (2)$$

Третий член в левой части уравнения (1) можно представить приближенным выражением, полагая, что в каждом упругом столкновении электрон с энергией  $\epsilon$  теряет энергию  $\Delta_l(\epsilon)$ , равную средней потере энергии в таких столкновениях. Тогда, учитывая, что потери энергии электроном в упругих столкновениях существенны лишь в области энергий  $\epsilon \leq I$ , в которой  $\Delta_l(\epsilon) = G\epsilon$ ,  $G = 2m/M$ , где  $m/M$  — отношение массы электрона к массе молекулы, третий член в уравнении (1) преобразуем к виду

$$N \int_{\epsilon}^E f(\epsilon') V(\epsilon') \sigma(\epsilon', \epsilon) d\epsilon' = \frac{1}{1-G} F\left(\frac{\epsilon}{1-G}\right) \sigma_{tr}\left(\frac{\epsilon}{1-G}\right), \quad (3)$$

$$F(\epsilon) = NV(\epsilon)f(\epsilon),$$

где  $\sigma_{tr}$  — транспортное сечение упругих столкновений. Поскольку на практике шаг интегрирования уравнения (1) значительно превышает величину  $\Delta_l(\epsilon)$ , такое представление соответствует математической

точности интегрирования уравнения (1) и, по существу, не отражается на точности результатов.

Уравнение (1), в котором использовано соотношение (3), интегрировалось численно с шагом  $5 \cdot 10^{-4} E$ , начиная от точки  $\varepsilon = E$ , в которой значение функции распределения известно:  $F(E) = q(E) / \sigma_t(E)$ , где  $\sigma_t(\varepsilon) = \sigma_{tr}(\varepsilon) + \sum \sigma_h(\varepsilon) + \sigma_i(\varepsilon)$ . Решение найдено для гелия, в котором действуют источники первичных электронов вида (2), при максимальной энергии электронов  $E = 30 \div 2000$  эВ. В качестве исходных данных использовалась полная система сечений возбуждения и ионизации атомов гелия, приведенная в работе [18]. Данные по величине  $\sigma_{tr}$  взяты из работы [20]. Результаты решения при  $E = 50 \div 2000$  эВ представлены на рис. 1 для функции  $F(\varepsilon)/Q$ , где  $Q = \int_0^{\infty} q(\varepsilon) d\varepsilon$ .

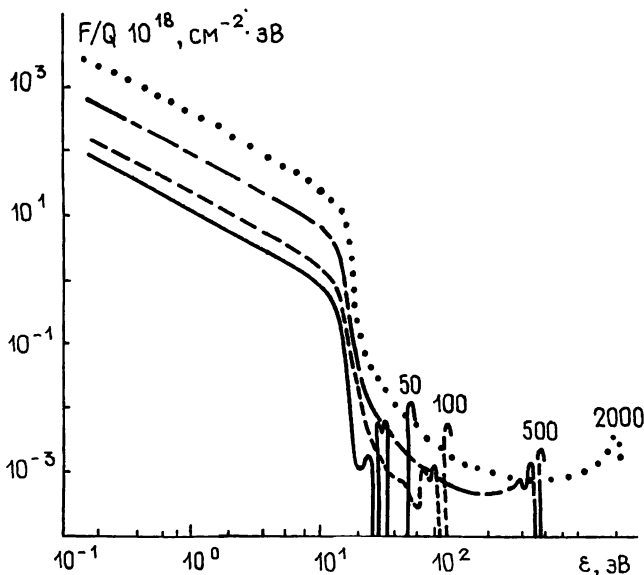


Рис. 1.

Максимум функции  $F(\varepsilon)$  при  $\varepsilon = 0,975 E$  обусловлен накоплением электронов, рождаемых источником в области энергий  $0,975 E \leq \varepsilon \leq E$ . Если  $E \leq 700$  эВ, то ширина этой области становится меньше первого порога возбуждения  $E_I$  атомов гелия. В результате при  $E - E_I < \varepsilon < 0,975 E$  появляется глубокий минимум, связанный с низкой эффективностью процесса термализации электронов в упругих столкновениях и переходом электронов, рожденных источником, непосредственно в область энергий  $\varepsilon \leq E - E_I$  за счет неупругих столкновений. Этими же факторами объясняется максимум при  $\varepsilon \approx E - E_I$  для  $E \leq 700$  эВ. В области энергий  $\varepsilon \leq E - E_I$  поведение функции распределения зависит от ее вида при  $\varepsilon > E - E_I$ , структуры энергетических уровней атома гелия и вида функции источника первичных электронов.

2. Многогрупповой метод решения кинетического уравнения предполагает разбиение рассматриваемой области энергий на  $P$  групп. Полагая, что в пределах одной группы функция распределения, а также определяющие ее физические величины постоянны и равны соответствующим средним значениям, кинетическое уравнение для функции  $F(\varepsilon)$  можно представить в матричной форме

$$F \epsilon \sigma_{id}^{\wedge\wedge} + q_i^{\wedge} \epsilon + FT^{\wedge} = F \epsilon \sigma_i^{\wedge\wedge}, \quad (4)$$

где  $F$  и  $q$  — векторы, соответствующие функциям  $F(\epsilon)$  и  $q(\epsilon)$ ,  $\epsilon$  — диагональная матрица, элементы  $\epsilon(l, l)$  которой равны размерам соответствующих групп  $\Delta_l$ ,  $\sigma_i^{\wedge}$  — диагональная матрица, соответствующая полному сечению ионизации  $\sigma_i(\epsilon)$ , матрицы  $\sigma_{id}^{\wedge}$  и  $T^{\wedge}$  характеризуют соответственно переходы электронов между группами в результате ионизирующих столкновений и столкновений, сопровождающихся возбуждением энергетических уровней и поступательных степеней свободы атомов. Поскольку в группу с номером  $l$  в результате ионизирующих столкновений попадают только электроны из группы с номерами  $n \geq l$ , то  $\sigma_{id}^{\wedge}$  является нижнетреугольной матрицей.

Выражение для элементов матрицы  $T^{\wedge}$ , вообще говоря, зависит от способа разбиения области энергий на группы. Наиболее простые выражения получаются, если разбиение производится, исходя из условия  $\Delta_n \geq \Delta_{0n}$ , где  $\Delta_{0n}$  — средняя энергия, теряемая электроном группы  $n$  при одном упругом или неупругом столкновении. Величина  $\Delta_{0n}$  определяется из соотношения

$$\Delta_0 = B(\epsilon) / \sigma_1(\epsilon), \quad (5)$$

$$B(\epsilon) = \sum_k E_k \sigma_k(\epsilon) + G(\epsilon - \epsilon_0) \sigma_{tr}(\epsilon), \quad \sigma_1(\epsilon) = \sum_k \sigma_k(\epsilon) + \sigma_{tr}(\epsilon),$$

где функция  $B(\epsilon)$  характеризует средние потери энергии электроном на единице длины в упругих и неупругих столкновениях, отнесенные к числу молекул в единице объема,  $\epsilon_0$  — тепловая энергия молекул. При  $\Delta_n \geq \Delta_{0n}$  можно считать, что электроны из группы  $n$  за счет упругих и неупругих столкновений могут переходить только в группу  $n-1$ . Среднее количество таких переходов в единицу времени будет определяться выражением  $F_n \sigma_{1n} \Delta_{0n} = F_n B_n$ . Учитывая, что компоненты вектора  $FT^{\wedge}$  описывают изменение в единицу времени количества электронов в группах в результате упругих и неупругих столкновений, для матрицы  $T^{\wedge}$  получим выражение

$$T^{\wedge} = \begin{pmatrix} -B_1 & 0 & 0 & - \\ B_2 & -B_2 & 0 & - \\ 0 & B_3 & -B_3 & - \\ - & - & - & - \end{pmatrix}, \quad (6)$$

соответствующее модифицированной модели замедления электронов.

Из (4) и (6) следует соотношение  $F_1 B_1 - 1 = \sum_{l=1}^n F_l \sigma_i(l, l) \Delta_l$ , которое позволяет контролировать результаты вычислений. Общее решение уравнения (4) имеет вид

$$F = q \hat{M}^{-1}, \quad \hat{M} = \hat{\sigma}_i - \epsilon^{-1} T^{\wedge} - \hat{\sigma}_{id}. \quad (7)$$

При  $E = 2$  кэВ решение строгого кинетического уравнения и уравнений, соответствующих модели непрерывного замедления и многогрупповому приближению, на ЭВМ БЭСМ-6 требует соответственно 60, 10 и 1 минуту. С увеличением энергии первичных электронов количество групп возрастает логарифмически, соответственно время расчета растет примерно пропорционально квадрату числа групп, что по-

звояет проводить вычисления до энергий первичных электронов  $\sim 10$  МэВ, примерно соответствующих пределу применимости уравнения (1), в котором не учитываются потери энергии на тормозное излучение. В частности, при  $E = 1$  МэВ время вычислений составляет  $\sim 5$  мин.

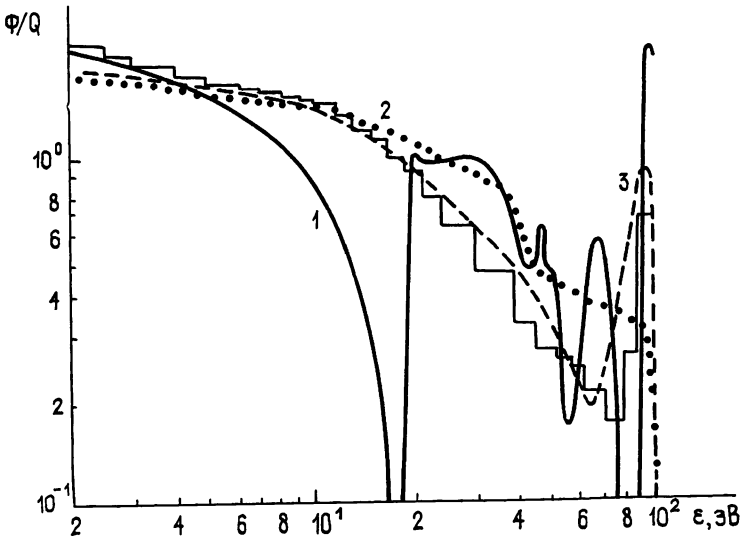


Рис. 2.

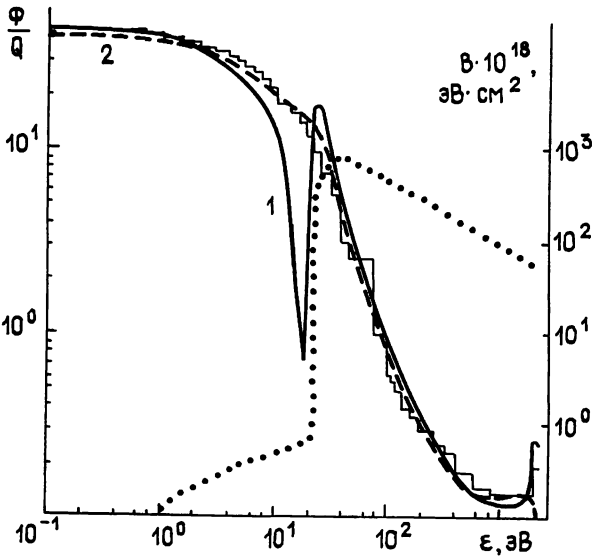


Рис. 3.

Для определения функции распределения электронов в гелии использовалось шестидесятигрупповое приближение. Результаты решения при  $E = 100$  эВ и  $2$  кэВ представлены на рис. 2 и 3 гистограммой функции  $\Phi(\epsilon) = F(\epsilon)B(\epsilon)$ , которая позволяет графически проиллюстрировать расхождения между решениями многогруппового уравнения и строгого уравнения (кривая 1).

3. Для сравнения многогруппового метода с другими методами найдены также решения приближенных кинетических уравнений, описывающих функцию распределения вторичных электронов в модели непрерывного замедления и в модифицированной модели замедления электронов. Величина  $\Phi(\epsilon)$  в модели непрерывного замедления и ее модификации для  $E = 100$  эВ представлена на рис. 2 кривыми 2 и 3 соответственно. Поскольку функция  $\Phi(\epsilon)$ , найденная по модифицированной модели, близка к  $\Phi(\epsilon)$ , полученной с помощью многогруппового метода, то о решении кинетического уравнения в модифицированной модели замедления можно судить по гистограмме на рис. 3. Кривая 2 на этом рисунке соответствует решению кинетического уравнения в модели непрерывного замедления, точечная кривая — график функции  $B(\epsilon)$ .

4. Об абсолютной точности приближенных методов можно судить по результатам вычислений величин, интегрально зависящих от функции распределения. При этом, как было отмечено выше, установленные в настоящей работе расхождения между строгими и приближенными результатами близки к максимальным и можно ожидать, что для других газов, особенно молекулярных, условия для использования приближенных методов более благоприятны.

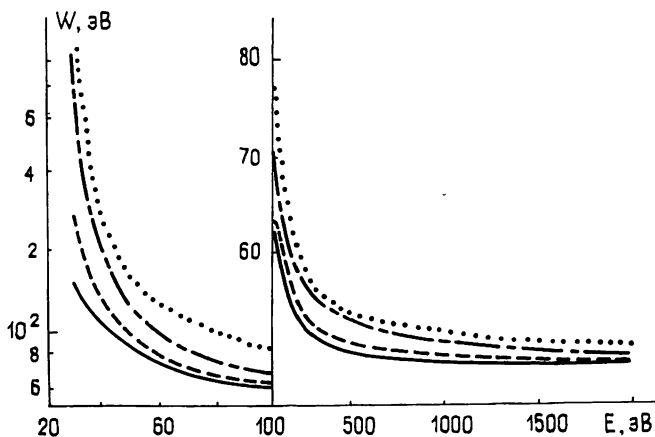


Рис. 4.

Полученные решения были использованы для определения выхода ионов и распределения переданной атомам гелия энергии быстрого электрона по поступательным и внутренним степеням свободы атомов. Выход ионов характеризуется величиной  $W(E)$ , определяемой как средняя энергия образования пары ион—электрон. На рис. 4 представлены результаты вычислений этой величины в модели непрерывного замедления (точечная кривая), строгим (сплошная кривая) и многогрупповым методами (штрихпунктирная кривая). На этом рисунке пунктирная кривая соответствует полуэмпирической зависимости, имеющей вид

$$W(E) = W_0 (1 - I/E)^{-1}, \quad W_0 = \lim_{E \rightarrow \infty} W(E). \quad (8)$$

Видно, что при  $E \rightarrow \infty$  результаты вычислений многогрупповым методом стремятся к точным значениям.

В результате термализации в газе первичного электрона с энергией  $E$  и образованных им вторичных электронов начальная энергия с эффективностью  $\alpha_a$ ,  $\alpha_h$  и  $\alpha_i$  преобразуется в энергию поступательного движения, возбуждения и ионизации атомов. Результаты вычислений

эффективностей  $\alpha_a$ ,  $\alpha_k$  и  $\alpha_i$ , определяемых как отношение энергии, затраченной на возбуждение соответствующих степеней свободы, к начальной энергии  $E$  электрона, приведены в табл. 1. Поскольку в области высоких энергий сечения возбуждения энергетических уровней, соответствующих оптически разрешенным переходам, запрещенным переходам без изменения и с изменением мультиплетности, убывают соответственно как  $\epsilon^{-1} \ln \epsilon$ ,  $\epsilon^{-1}$  и  $\epsilon^{-3}$ , то эффективности возбуждения этих групп уровней  $\alpha_{k1}$ ,  $\alpha_{k2}$ ,  $\alpha_{k3}$  существенно различны. Из табл. 1 видно, что на возбуждение всех энергетических уровней, соответствующих запрещенным переходам, затрачивается примерно в 1,5 раза меньше энергии, чем на нагрев газа. В таблице представлено также отношение количества всех возбужденных атомов к количеству ионов  $N_k/N_i$ .

Таблица 1

Параметры распределения поглощенной в гелии энергии быстрого электрона по степеням свободы атомов

Вычисленные величины, %	$E = 100 \text{ эВ}$			$E = 2000 \text{ эВ}$		
	1	2	3	1	2	3
$\alpha_a$	20,0	25,0	29,8	15,7	19,5	22,4
$\alpha_i$	38,0	35,0	31,8	51,1	50,0	48,5
$\alpha_k$	42,0	40,0	38,4	33,2	30,5	29,1
$\alpha_{k1}$	22,0	21,0	19,9	21,2	20,0	19,3
$\alpha_{k2}$	8,0	8,0	7,3	4,8	4,5	4,0
$\alpha_{k3}$	12,0	11,0	11,2	7,2	6,0	5,8
$N_k/N_i$	1,3	1,35	1,4	0,75	0,7	0,7

В табл. 1 в столбце под цифрой 1 помещены результаты вычислений строгим методом, 2 — многогрупповым методом, 3 — при использовании модели непрерывного замедления.

Приведенные в табл. 1 данные согласуются с результатами решений строгого кинетического уравнения [6, 7] и уравнения в модели непрерывного замедления [6] в пределах расхождений, обусловленных различием в исходных данных.

Вычисления показывают, что с ростом энергии первичного электрона приведенные в табл. 1 величины стремятся к постоянным значениям. Учитывая также, что для величины  $W(E)$  эта тенденция подтверждена экспериментально [21], по данным, представленным в таблице, можно судить о параметрах распределения поглощенной в гелии энергии по степеням свободы атомов в области энергии первичного электрона примерно до 10 МэВ.

Сопоставление решений строгого и приближенных кинетических уравнений показывает, что многогрупповой метод позволяет детально анализировать энергетический спектр вторичных электронов и распределение поглощенной в газе энергии первичных электронов по степеням свободы атомов. Учитывая достаточно высокую эффективность многогруппового метода в отношении точности вычислений и затрат машинного времени, а также положительные результаты его использования в нейтронной физике для решения нестационарных задач, можем заключить, что разработка этого метода для определения физико-химических свойств пучковой плазмы, образованной импульсными источниками, является перспективной.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гудзенко Л И., Малышевский В С, Яковленко С. И. — ЖТФ, 1978, 48, с 2150
2. Окс Е. А, Русанов В Д, Шолин Г В — Физика плазмы, 1979, 5, № 1, с. 211
3. Капинос В Н, Медведев Ю А, Морозов Н Н., Степанов Б. М., Хохлов В Д — Изв вузов — Радиофизика, 1975, 18, № 8, с. 1088
4. Wagman J M, de Haas M P. — J Chem. Phys, 1975, 63, p 2094
5. Медведев Ю А, Хохлов В Д — ЖТФ, 1979, 49, с 309.
6. Peterson L R — Phys Rev., 1969, 187, № 1, p. 105.
7. Алхазов Г. Д. — ЖТФ, 1971, 41, № 12, с 2513.
8. Никеров В А, Шолин Г В — Физика плазмы, 1978, 4, № 6, с 1256.
9. Коновалов В. П, Сон Э. Е — ЖТФ, 1980, 50, № 2, с. 300.
10. Khare S P, Kumar A — J Phys. B, 1978, 11, p 2403.
11. Green A E S, Peterson L. R. — J Geophys. Res., 1968, 73, № 1, p. 233.
12. Медведев Ю А, Хохлов В. Д — ЖТФ, 1979, 49, с 317
13. Высоцкий Ю. П, Сошников В Н — ЖТФ, 1980, 50, № 8, с 1682.
14. Высоцкий Ю. П, Сошников В. Н — ЖТФ, 1981, 51, № 5, с. 996.
15. Кейз К., Цвайфель П Линейная теория переноса. — М.: Мир, 1972.
16. Green A E. S, Dutta S. K — J. Geophys. Res., 72, № 15, p. 3933.
17. Jusick A T., Watson C. E., Peterson L. R., Green A. E. S. — J. Geophys Res, 1967, 72, № 15, p. 3943.
18. Алхазов Г. Д. — ЖТФ, 1970, 40, с. 97.
19. Phelps A V — Ann Geophys., 1972, 28, № 3, p 611
20. Dewangan P, Walters H R. J — J. Phys. B, 1977, 10, p 637.
21. Jesse W. P., Sadauskis J. — Phys. Rev., 1955, 97, p. 1668.

Всесоюзный научно-исследовательский  
институт оптико-физических измерений

Поступила в редакцию  
9 марта 1982 г.,  
в окончательном варианте  
8 августа 1983 г.

### THE CALCULATION OF ENERGY DISTRIBUTION OF THE FAST ELECTRON IN He BEAM PLASMA BY NUMERICAL METHODS IN MULTI-GROUP APPROXIMATION

*B S Punkevich, N L. Stal', B. M. Stepanov, V D. Khokhlov*

The possibility and the efficiency of application of the multi-group method for calculation of physical properties of beam plasma has been shown and analyzed. The results obtained are compared with the solutions of strict steady-state kinetic equations and approximated equations corresponding to the continuous slowing down model and its modification. It has been shown that at the complete slow down of the fast electron and of all the secondary electrons generated by this fast electron in helium, 51 % of the primary electron energy is spent on the He atom ionization, 16 % is transformed into the atom thermal energy, the energy spent on atom excitation is 33%, 21% of the latter being spent on the excitation of the levels corresponding to the optically allowed transitions.

---