

УДК 538 56:519 25

## ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СТАТИСТИКА ЧАСТИЧНО-КОГЕРЕНТНОЙ ВОЛНЫ В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНОЙ КУБИЧНОЙ СРЕДЕ

*С. М. Бабиченко, В. П. Кандидов*

Рассмотрена пространственная статистика частично-когерентной световой волны в кубичной случайно-неоднородной среде на основе метода возмущений. Решены уравнения для функций пространственной когерентности световой волны в пеллинейной нерегулярной среде, исследовано изменение дисперсии флуктуаций поля, амплитуды и фазы, поведение радиуса пространственной корреляции при различных возмущениях падающего излучения.

Изучение пространственной статистики световых волн в нелинейных средах представляет интерес в связи с проблемой получения излучения высокой когерентности в лазерных системах измерения, локации, зондирования, для повышения эффективности высокоэнергетических лазерных устройств.

Распространение излучения в реальных условиях сопровождается амплитудно-фазовыми искажениями, вызванными неоднородностью показателя преломления среды, флуктуациями поля источника, нелинейными эффектами. Совместное влияние этих факторов в ряде случаев может привести к потере устойчивости замкнутой нелинейной системы, образующейся при взаимодействии излучения со средой. Основные закономерности развития флуктуаций светового поля в кубичной среде впервые исследовались в [1]. Было показано, что при самофокусировке ( $\epsilon_2 > 0$ ) наибольший инкремент нарастания имеют возмущения с пространственным масштабом  $\lambda_{\perp} \sim 2\pi/q_m$ , где  $q_m^2 = k^2 \epsilon_2 |\bar{E}_0|^2 / 2\epsilon_0$ ,  $E_0$  — амплитуда волны. Позже [2] рассматривались вопросы устойчивости светового поля в условиях теплового самовоздействия. В [3] приведен анализ пространственной корреляции частично-когерентного пучка, откуда следует, что коэффициент когерентности такого пучка сохраняется при самофокусировке.

Аналитическое исследование задач нелинейной статистической оптики связано со значительными трудностями. Моменты светового поля в нелинейной среде образуют бесконечную цепочку уравнений, для расщепления которой необходимы ограничения на статистику поля [3]. Такое расщепление высших моментов использовалось при анализе пространственной статистики в задачах самовоздействия некогерентного излучения [4], тепловой самодефокусировки светового пучка в случайно-неоднородной среде [5]. При малом уровне флуктуаций поля применим метод возмущений. Этим методом исследован характер пространственных спектров флуктуаций уровня амплитуды плоской волны в кубичной случайно-неоднородной среде [6], светового пучка при тепловом самовоздействии в турбулентной атмосфере [2, 7].

С развитием вычислительных методов появилась возможность их применения в нелинейной статистической оптике. Перспективным является метод Монте-Карло [8], который, однако, связан с большими

вычислительными затратами. Поэтому представляет интерес количественный анализ статистических задач нелинейной оптики, использующий приближенные уравнения.

Целью настоящей работы является детальное изучение пространственной статистики частично-когерентной световой волны в кубичной случайно-неоднородной среде на основе метода возмущений. В результате решения уравнений, полученных для функций пространственной когерентности световой волны в нелинейной нерегулярной среде, исследовано изменение дисперсии флуктуаций поля, амплитуды и фазы, поведение радиуса пространственной корреляции при различных возмущениях падающего излучения.

**Уравнения для функций корреляции флуктуаций волны. Критерии подобия.** Рассмотрим стационарное распространение случайно-модулированной световой волны в нелинейной среде с крупномасштабными флуктуациями диэлектрической проницаемости  $\tilde{\epsilon}(l, \gg \lambda)$ . Согласно методу возмущений [1] поле  $E(\mathbf{r}, z)$  представимо в виде суперпозиции плоской волны и возмущения  $\xi(\mathbf{r}, z)$ :

$$E(\mathbf{r}, z) = E_0 [1 + \xi(\mathbf{r}, z)] e^{-hz}. \quad (1)$$

Здесь  $h = k \epsilon_{\text{нл}}/2$  — изменение волнового числа  $k$  за счет нелинейности  $\epsilon_2$ . В кубичной среде  $\epsilon_{\text{нл}} = |E_0|^2 \epsilon_2 / 2\epsilon_0$  и  $h = |E_0|^2 / k P_{\text{кр}}$ , где  $P_{\text{кр}} = 4\epsilon_0 / k^2 \epsilon_2$  — критическая мощность самофокусировки. При малых возмущениях  $|\xi(\mathbf{r}, z)| < 1$  из уравнения квазиоптики для  $E(\mathbf{r}, z)$  следует уравнение для комплексного возмущения  $\xi(\mathbf{r}, z)$ :

$$2ik\partial\xi/\partial z = \Delta_{\perp}\xi + 2kh(\xi + \xi^*) + k^2\tilde{\epsilon}(1 + \xi). \quad (2)$$

Домножая (2) на  $\xi^*(\mathbf{r}_2, z)$ , после усреднения получим уравнение для функции поперечной корреляции  $\Gamma_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = \langle \xi(\mathbf{r}_1, z) \xi^*(\mathbf{r}_2, z) \rangle$ , домножая (2) на  $\xi(\mathbf{r}_1, z)$  — уравнение для  $\Gamma_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = \langle \xi(\mathbf{r}_1, z) \times \xi(\mathbf{r}_2, z) \rangle$ :

$$2ik\partial\Gamma_1/\partial z = (\Delta_{\perp 1} - \Delta_{\perp 2})\Gamma_1 + 2kh(\Gamma_2^* - \Gamma_2) + k^2(\Psi_{12}^* - \Psi_{21}), \quad (3)$$

$$2ik\partial\Gamma_2/\partial z = (\Delta_{\perp 1} + \Delta_{\perp 2})\Gamma_2 + 2kh(2\Gamma_2 + \Gamma_1 + \Gamma_1^*) + k^2(\Psi_{21} + \Psi_{12}),$$

где  $\Psi_{lm}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = \langle \tilde{\epsilon}(\mathbf{r}_l, z) \xi(\mathbf{r}_m, z) \rangle_{l,m=1,2}$  — функция взаимной корреляции флуктуаций диэлектрической проницаемости среды  $\tilde{\epsilon}(\mathbf{r}, z)$  и возмущений поля  $\xi(\mathbf{r}, z)$ . Уравнения для  $\Psi_{lm}$ , необходимые для замыкания системы (3), следуют из (2):

$$2ik\partial\Psi_{lm}/\partial z = \Delta_{\perp m}\Psi_{lm} + 2kh(\Psi_{lm} + \Psi_{lm}^*) + k^2 A_{lm}, \quad (4)$$

$A_{lm} = \langle \tilde{\epsilon}(\mathbf{r}_l, z) \tilde{\epsilon}(\mathbf{r}_m, z) \rangle_{l,m=1,2}$  — функция поперечной корреляции флуктуаций диэлектрической проницаемости среды. В уравнениях (3), (4) отброшены члены третьего порядка малости. Это соответствует предположению, что флуктуации диэлектрической проницаемости порождают возмущения плоской волны, но не оказывают влияния на их развитие.

Замкнутая система уравнений, описывающая пространственную корреляцию флуктуаций волны в случайно-неоднородной кубичной среде, включает (3), (4) и уравнения для комплексно-сопряженных функций  $\Gamma_1^*$ ,  $\Gamma_2^*$ ,  $\Psi_{lm}^*$  с начальными условиями:

$$\Gamma_l|_{z=0} = \Gamma_l^0(r_1, r_2), \quad \Psi_{lm}|_{z=0} = \Psi_{lm}^0(r_1, r_2)_{l,m=1,2}. \quad (5)$$

Падающее излучение задается совместно первой  $\Gamma_1^0$  и второй  $\Gamma_2^0$  функциями пространственной корреляции при  $z=0$ , для определения которых, вообще, необходима плотность совместного распределения амплитуды  $A$  и фазы  $\varphi$  поля источника. Для когерентной волны, рассеянной на изотропном амплитудном экране,  $\Gamma_1^0 = \Gamma_2^0$ , на фазовом экране  $\Gamma_1^0 = -\Gamma_2^0$ , для волны с гауссовой статистикой флуктуаций  $\Gamma_1^0 \neq 0$ ,  $\Gamma_2^0 = 0$ . В случае экранов с гауссовой пространственной корреляцией возмущений функции  $\Gamma_{1,2}^0$  определяются дисперсией  $\sigma_0^2 = \langle \xi \xi^* \rangle|_{z=0}$  и радиусом корреляции  $r_0$ . Для функции  $\Psi_{lm}^0$  естественно положить  $\Psi_{lm}^0 = 0$ ,  $l, m = 1, 2$ .

В качестве характерных масштабов задачи удобно выбрать в плоскости  $XOY$  величину  $a_0 = (kh)^{-1/2}$ , которая определяет область волны с мощностью, равной критической мощности самофокусировки; по оси  $OZ$  — величину  $z_0 = h^{-1}$ , которая совпадает с дифракционной длиной для масштаба  $a_0$  и определяет характерную длину развития неустойчивости. Тогда безразмерные переменные имеют вид

$$\zeta = z/z_0, \quad \rho = r/a_0, \quad \Psi'_{lm} = \Psi_{lm}/\epsilon_{нл}. \quad (6)$$

Задача (3) — (5) исследовалась методом функций Грина (см. Приложение), которые были получены в спектральном пространстве аналогично работе [9]. При этом предполагалось, что флуктуации диэлектрической проницаемости  $\delta$ -коррелированы в направлении распространения волны.

Пусть рассматривается статистически однородная изотропная среда с  $A'_{lm}(\rho) = \sigma'_e \exp(-\rho^2/2\rho_e^2)$ ,  $\sigma'_e = \sigma_e/\epsilon_{нл}$ ,  $\rho = |\rho_l - \rho_m|$ . В этом случае критериями подобия задачи являются:  $\rho_e$ ,  $\rho_0$  — радиусы корреляции флуктуаций среды и падающего излучения,  $\zeta$  — нелинейная длина распространения,  $N = \sigma_e'^2/\sigma_0^2$  — соотношение между дисперсиями флуктуаций среды и источника. При  $N = 0$  система (5) описывает падение частично-когерентной волны на регулярную среду, при  $N \gg 1$  — полностью когерентной волны на случайно-неоднородную среду.

**Дисперсия флуктуаций поля. Флуктуации амплитуды и фазы.** Как показывает анализ, независимо от начальных возмущений (амплитудных или фазовых) дисперсия поля  $\sigma_\zeta^2$  монотонно растет с расстоянием  $\zeta$  в условиях самофокусировки (рис. 1). Это связано с перекачкой энергии светового поля в флуктуации из регулярной части плоской волны, которая в приближении метода является неограниченным источником энергии для возмущений. На рис. 1 и далее результаты, соответствующие излучению частично-когерентного источника в регулярной среде ( $N=0$ ), помечены треугольниками для начальной фазовой модуляции и квадратами — для амплитудной; результаты для когерентного источника и случайно-неоднородной среды ( $N \gg 1$ ) — кружками; для полной задачи о частично-когерентной волне и нерегулярной среде ( $N \sim 1$ ) — звездочками.

Скорость нарастания возмущений поля на начальном участке распространения ( $\zeta < 1$ ) определяется радиусами пространственной корреляции флуктуаций падающего излучения ( $\rho_0$ ) и диэлектрической проницаемости среды ( $\rho_e$ ). При  $\rho_0, \rho_e < 1$  («докритические» возмущения) дифракционные эффекты преобладают над нелинейными при  $\zeta < 1$ . С уменьшением  $\rho_0, \rho_e$  растет расстояние  $\zeta$ , на котором возмущения захватываются нелинейностью и начинают экспоненциально нарастать (кривые 1, 2, 3 на рис. 1). Предельные переходы  $\rho_0, \rho_e \rightarrow 0$  соот-

ветствуют линейным случаям, когда в регулярной среде ( $N=0$ ) дисперсия постоянна независимо от начальной модуляции (кривая 4), в случайно-неоднородной ( $N \sim 1$ ) —  $\sigma_{\xi}^2$  увеличивается практически линейно (кривая 5). При  $\rho_0, \rho_{\epsilon} > 1$  увеличивается доля возмущений, на площади которых мощность в волне превышает  $P_{кр}$ , и дисперсия флуктуаций  $\sigma_{\xi}^2$  сразу нарастает экспоненциально (кривые 3, 6, 7).

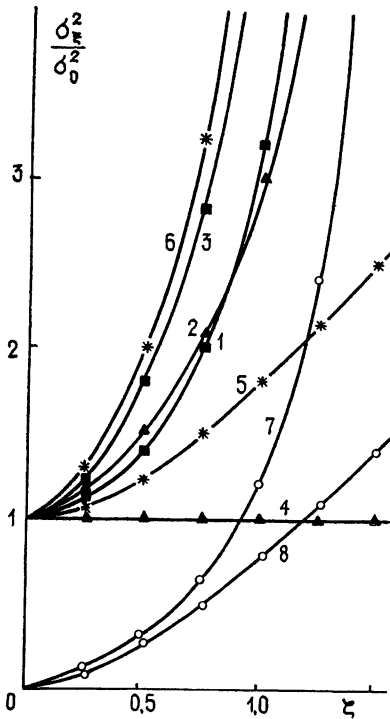


Рис. 1.

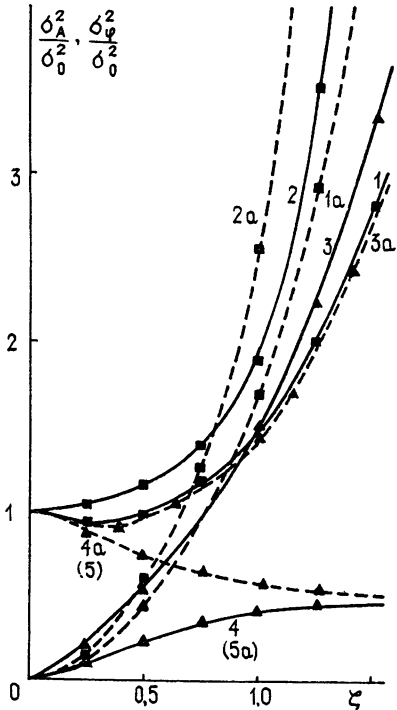


Рис. 2.

Рис. 1. Дисперсия флуктуаций поля  $\sigma_{\xi}^2$  в зависимости от длины нелинейной среды  $\zeta$ .  
 1, 2 —  $N=0$ ,  $\rho_0=0,8$  — амплитудная и фазовая начальная модуляция; 3 —  $N=0$ ,  $\rho_0=1$ ; 4 —  $N=0$ ,  $\rho_0 \rightarrow 0$ ; 5 —  $N=1$ ,  $\rho_0 \rightarrow 0$ ,  $\rho_{\epsilon} \rightarrow 0$ ; 6 —  $N=1$ ,  $\rho_0 = \rho_{\epsilon} = 1$ ;  
 7 —  $N \gg 1$ ,  $\rho_{\epsilon} = 1$ ; 8 —  $N \gg 1$ ,  $\rho_{\epsilon} \rightarrow 0$ .

Рис. 2. Дисперсия флуктуаций амплитуды  $\sigma_A^2$  (сплошные кривые) и фазы  $\sigma_{\phi}^2$  (штриховые кривые) частично-когерентной волны в нелинейной регулярной среде ( $N=0$ ):  
 1, 3 —  $\rho_0=0,8$  — амплитудная и фазовая начальная модуляция; 2 —  $\rho_0=1$ ; 4, 5 —  
 —  $\rho_0 \rightarrow 0$ .

В области  $\zeta > 1$ , где определяющей является АМ—ФМ конверсия в нелинейной среде, кривые дисперсии  $\sigma_{\xi}^2$  для всех трех случаев ( $N=0$ ,  $N \gg 1$ ,  $N \sim 1$ ) подобны независимо от начальных условий.

Рассмотрим более подробно взаимное преобразование амплитудных и фазовых флуктуаций при падении на регулярную среду ( $N=0$ ) частично-когерентной волны с различной начальной модуляцией (рис. 2). На начальном участке ( $\zeta < 0,5$ ) влияние нелинейности мало при  $\rho_0 < 1$  и происходит близкое к линейному преобразование начальных флуктуаций. Так, при амплитудной модуляции  $\Gamma_1^0 = \Gamma_0^0$  дисперсия  $\sigma_A^2(\zeta)$  убывает, подобно  $\sigma_A^2$  в линейном случае (кривые 1 и 5 на рис. 2), и одновременно растет дисперсия фазы  $\sigma_{\phi}^2$  (кривые 1а и 5а). С увеличением  $\zeta$  влияние нелинейности накапливается, и в результате АМ—ФМ конверсии ускоряется рост фазовых флуктуаций  $\sigma_{\phi}^2$  по срав-

нению с линейным случаем. Это приводит сначала к замедлению спада амплитудных возмущений  $\sigma_A^2$ , а затем — к их росту (кривая 1). Уже при  $\zeta \sim 0,5$  зависимости  $\sigma_A^2(\zeta)$ ,  $\sigma_\varphi^2(\zeta)$  существенно отличаются от линейного случая. Экспоненциальный рост дисперсии флуктуаций амплитуды и фазы начинается при  $\zeta \sim 1$ , когда  $\sigma_A^2$  и  $\sigma_\varphi^2$  становятся сравнимы по величине. В условиях развитой АМ—ФМ конверсии ( $\zeta > 1$ ) дисперсии  $\sigma_A^2$  и  $\sigma_\varphi^2$  близки.

С увеличением масштаба  $\rho_0$  уменьшается участок, связанный с линейным преобразованием амплитудных флуктуаций в фазовые. При  $\rho_0 > 1$  АМ—ФМ конверсия проявляется при малых  $\zeta$ , поэтому  $\sigma_A^2$  сразу нарастает одновременно с увеличением  $\sigma_\varphi^2$  (кривые 2, 2а на рис. 2).

При фазовой модуляции падающей волны по характеру изменения  $\sigma_A^2$  и  $\sigma_\varphi^2$  меняются местами по сравнению со случаем амплитудной модуляции: вначале убывает  $\sigma_\varphi^2$  и растет  $\sigma_A^2$  подобно распространению в линейной среде (кривые 3 и 4, кривые 3а и 4а). Однако при  $\zeta < 1$   $\sigma_A^2$  нарастает несколько быстрее, чем  $\sigma_\varphi^2$  при амплитудной модуляции (кривые 3 и 1а). Это объясняется тем, что при амплитудных начальных флуктуациях проявляется конкурирующий характер формирования фазы за счет линейного и нелинейного преобразования амплитудных возмущений в фазовые. В результате флуктуации поля  $\sigma_\xi^2$  при рассеянии на амплитудном экране растут при  $\zeta \leq 1$  медленнее, чем при рассеянии на фазовом (кривые 1 и 2 на рис. 1).

При падении когерентной волны на случайно-неоднородную среду ( $N \gg 1$ ) дисперсии флуктуаций амплитуды и фазы с увеличением  $\zeta$  нарастают монотонно от нуля. При этом  $\sigma_\varphi^2$  опережает  $\sigma_A^2$  при любом значении  $\rho_e$ .

**Влияние пространственной корреляции падающего излучения и среды на развитие флуктуаций.** Спектральная избирательность нелинейной среды, отмеченная в [1, 6], определяет роль масштабов пространственной корреляции среды и поля источника в развитии флуктуаций. Для амплитудно-модулированной волны, падающей на регулярную среду ( $N=0$ ), дисперсия поля  $\sigma_\xi^2$  монотонно растет с увеличением радиуса корреляции излучения  $\rho_0$ , насыщаясь при  $\rho_0 \sim 2$  (кривая 1 на рис. 3). Действительно, при  $\rho_0 \ll 1$  спектр возмущений лежит выше полосы пространственных частот усиления нелинейной среды (см. Приложение) и дисперсия поля  $\sigma_\xi^2$  мала. С ростом  $\rho_0$  увеличивается область перекрытия пространственного спектра возмущений и полосы усиления, что приводит к росту  $\sigma_\xi^2$ . При  $\rho_0 \geq 2$  практически весь спектр флуктуаций излучения попадает в полосу усиления, и с дальнейшим ростом  $\rho_0$  дисперсия поля  $\sigma_\xi^2$  стремится к некоторому пределу, определяемому длиной распространения  $\zeta$ .

Характер поведения дисперсии поля  $\sigma_\xi^2(\zeta)$  при фазовых возмущениях волны аналогичен при  $\rho_0 < 1$ . Однако в случае  $\rho_0 > 1$  наблюдается падение  $\sigma_\xi^2$ , так как при заданной длине  $\zeta$  уменьшаются флуктуации амплитуды, вызванные фазовой модуляцией, и, следовательно, ослабевает влияние АМ—ФМ конверсии (кривая 2 рис. 3). В случае распространения когерентной волны в случайно-неоднородной среде ( $N \gg 1$ ) дисперсия  $\sigma_\xi^2$  немонотонно зависит от радиуса корреляции среды  $\rho_e$  (кривая 3, рис. 3). Значение  $\sigma_\xi^2$  при  $\rho_e = 0$  соответствует дисперсии поля в линейной среде при заданной длине распространения. Максимальная дисперсия поля  $\sigma_\xi^2$  достигается при любом  $\zeta$  в среде с масштабом флуктуаций  $\rho_e \sim 1$ . Это объясняется тем, что возмущения, сформированные в начале распространения, трансформируются за счет

нелинейности к характерному масштабу  $\rho_{нл} \sim 1$ . В случае совпадений масштаба флуктуаций среды  $\rho_e$  с этим масштабом  $\rho_{нл}$  в дальнейшем возмущения развиваются наиболее эффективно. Этот процесс аналогичен параметрической подкачке возмущений поля флуктуациями среды с нулевой расстройкой по масштабу  $\rho \sim 1$ .

«Резонансная» зависимость  $\sigma_{\xi}^2$  от масштаба  $\rho_e$  сохраняется и в случае распространения частично-когерентной волны в случайно-неоднородной среде (кривая 4, рис. 3) и проявляется тем сильнее, чем больше  $\xi$ . Вывод относительно «резонансной» зависимости  $\sigma_{\xi}^2(\rho_e)$  подтверждается поведением коэффициента взаимной корреляции флуктуации поля и среды  $K_{\xi\xi} = \Psi'_{m}/\sigma_{\xi}\sigma_e$  (штриховая кривая на рис. 3).

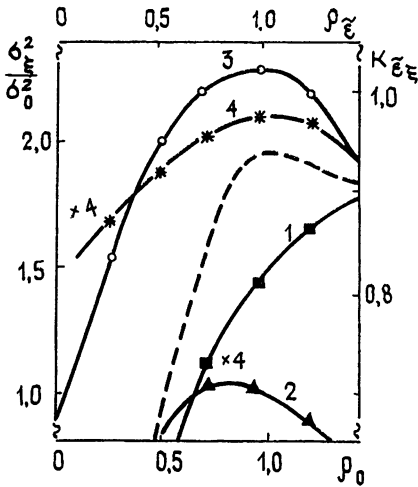


Рис. 3.

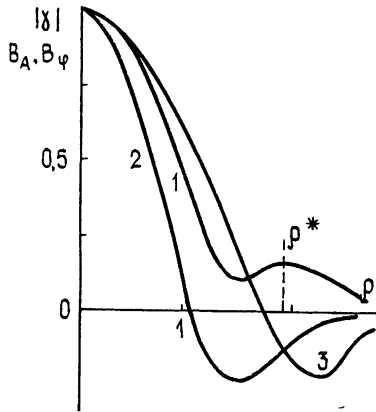


Рис. 4.

Рис. 3. Дисперсия флуктуаций поля  $\sigma_e^2$ , коэффициент когерентности флуктуаций поля и среды  $K_{\xi\xi}$  (пунктирная кривая) в зависимости от радиуса корреляции поля  $\rho_0$  и среды  $\rho_e$ :

1, 2 —  $N = 0$ , амплитудная и фазовая начальная модуляция; 3 —  $N \gg 1$ ; 4 —  $N = 1$ .

Рис. 4. Модуль степени когерентности флуктуаций поля  $\gamma(r)$  (1), автокорреляционные функции флуктуаций амплитуды  $B_A$  (2) и фазы  $B_\varphi$  (3);  $N = 1$ ,  $\xi = 1,25$ .

**Пространственная когерентность излучения.** Рассмотрим модуль степени когерентности  $|\gamma(\rho)|$  флуктуаций поля и автокорреляционные функции флуктуаций амплитуды  $B_A(\rho) = \langle A(\rho_1) A(\rho_m) \rangle$  и фазы  $B_\varphi(\rho) = \langle \varphi(\rho_1) \varphi(\rho_m) \rangle$ ,  $\rho = |\rho_1 - \rho_m|$ , при распространении частично-когерентной волны в случайно-неоднородной среде ( $N \sim 1$ ). Для профиля  $\gamma(\rho)$  в нелинейной среде (регулярной и случайно-неоднородной) характерно появление начиная с некоторого  $\xi \geq 1$  дополнительного максимума (кривая 1 на рис. 4). Повышение корреляции на расстояниях  $\rho \sim \rho^*$  связано с образованием нитевидной структуры и соответствующим разбиением волны на области масштаба  $\rho^*$ , из которых перекачивается энергия в нити. Это подтверждается тем, что положение дополнительного максимума на профиле  $\gamma(\rho)$  соответствует областям отрицательных корреляций амплитуды  $B_A < 0$  и фазы  $B_\varphi < 0$  (кривые 2, 3). В соответствии с критериями подобия задачи масштаб  $\rho^*$  не зависит ни от начального радиуса корреляции излучения, ни от масштаба корреляции флуктуаций диэлектрической проницаемости и определяется только нелинейностью среды.

Представляет интерес поведение радиуса корреляции возмущений  $\rho_\xi$ , который определяется по уровню  $e^{-1/2}$  профиля  $|\gamma(\rho)|$ . Рассмотрим сначала распространение частично-когерентной волны в регулярной нелинейной среде ( $N=0$ ) (рис. 5а). На участке  $\xi < 1$  развитие возмущений при начальной амплитудной модуляции сопровождается увеличением радиуса пространственной корреляции поля (кривые 1, 2 на рис. 5а), при начальных фазовых возмущениях — декорреляцией светового поля (кривые 3, 4). При гауссовой статистике падающей волны  $\rho_\xi$  практически не меняется (кривая 5). Характер изменения радиуса пространственной корреляции поля связан с одновременным проявлением дифракционных и нелинейных эффектов в формировании амплитудно-фазовых возмущений поля и существенно зависит от взаимной корреляции  $B_{A\phi}$  амплитуды и фазы падающей волны. Как показывает анализ, для падающей волны, у которой  $\partial B_{A\phi}/\partial z > 0$  в линейной

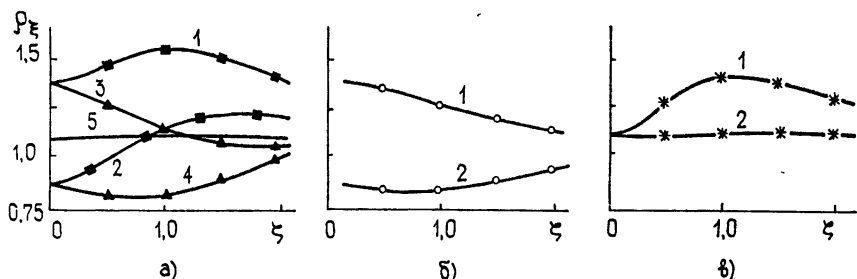


Рис. 5. Радиус корреляции флуктуаций поля  $\rho_\xi$ ;

а)  $N = 0$ ; 1, 3 —  $\rho_0 = 1,37$ , амплитудная и фазовая начальная модуляция; 2, 4 —  $\rho_0 = 0,82$ ; 5 —  $\rho_0 = 1,09$ , гауссова статистика, б)  $N \gg 1$ ; 1 —  $\rho_\epsilon = 1,37$ ; 2 —  $\rho_\epsilon = 0,82$ , в)  $N = 1$ ,  $\rho_0 = 1,09$ , 1 —  $\rho_\epsilon = 1,37$ ; 2 —  $\rho_\epsilon = 0,55$ .

среде, распространение в условиях самофокусировки сопровождается на начальном участке ростом радиуса корреляции поля  $\rho_\xi$ . На рис. 6 на графике изменения взаимной корреляции  $B_{A\phi}(z)$  в линейной среде ( $\rho_0 = \rho_\epsilon = 0$ ) помечены цифрами значения  $B_{A\phi}$  для падающего излучения ( $\xi = 0$ ), соответствующие кривым  $\rho_\xi(\xi)$  с теми же номерами на рис. 5а. В дефокусирующей среде  $\rho_\xi(\xi)$  растет независимо от начальных условий.

При падении полностью когерентной волны на случайно-неоднородную нелинейную среду ( $N \gg 1$ ) зависимость радиуса корреляции флуктуаций поля  $\rho_\xi$  от длины распространения  $\xi$  не имеет ярко выраженных экстремумов (рис. 5б).

Поведение радиуса корреляции поля при распространении частично-когерентной волны в случайно-неоднородной нелинейной среде ( $N \sim 1$ ) зависит от соотношения  $\rho_0, \rho_\epsilon$  при  $\xi < 1$  (рис. 5в). Если  $\rho_\epsilon > \rho_0$ , среда является «более когерентной», т. е. наименьший масштаб корреляции флуктуаций определяется начальной шумовой модуляцией источника. С ростом  $\rho_\epsilon$  зависимость  $\rho_\xi(\xi)$  асимптотически переходит в соответствующую кривую для регулярной среды (рис. 5а, в). В случае  $\rho_\epsilon < \rho_0$  среда является «менее когерентной» и развитие возмущений происходит подобно распространению когерентной волны в случайно-неоднородной среде. С увеличением  $\xi$  радиус корреляции поля для всех трех случаев ( $N = 0, N \sim 1, N \gg 1$ )

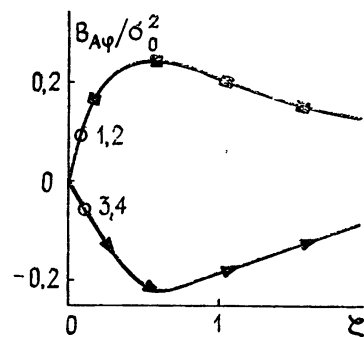


Рис. 6. Взаимная корреляция амплитуды и фазы в линейной среде.

стремится к характерному масштабу, определяемому величиной нелинейности и не зависящему от начальных условий.

На основе проведенного анализа можно сделать следующие выводы.

В нелинейной среде дисперсия флуктуаций поля  $\sigma_{\xi}^2$  монотонно растет, тогда как характер преобразования амплитудных и фазовых флуктуаций на начальном участке  $\xi < 1$  зависит от возмущений падающей волны. В случайно-неоднородной среде дисперсия  $\sigma_{\xi}^2$  «резонансно» зависит от радиуса корреляции флуктуаций среды  $\rho_{\varepsilon}$ , достигая максимума при  $\rho_{\varepsilon} \sim 1$ .

Изменение радиуса корреляции поля  $\rho_{\xi}$  при  $\xi < 1$  определяется взаимной корреляцией амплитуды и фазы  $B_{A\varphi}|_{\xi=0}$  падающей волны. При  $\partial B_{A\varphi}/\partial z < 0$  для  $\xi = 0$  распространение в нелинейной среде сопровождается декорреляцией излучения.

В области развитой АМ—ФМ конверсии в нелинейной среде радиус корреляции флуктуаций поля  $\rho_{\xi}$  определяется нелинейностью и не зависит от пространственных масштабов возмущений среды и падающей волны.

### ПРИЛОЖЕНИЕ

Для матричного представления системы (3), (4) составим векторы

$$X = \{\operatorname{Re} \Gamma_1, \operatorname{Im} \Gamma_1, \operatorname{Re} \Gamma_2, \operatorname{Im} \Gamma_2\}, \quad X^0 = \{\operatorname{Re} \Gamma_1^0, \operatorname{Im} \Gamma_1^0, \operatorname{Re} \Gamma_2^0, \operatorname{Im} \Gamma_2^0\},$$

$$f = \{\operatorname{Im} (\Psi'_{12} + \Psi'_{21}), \operatorname{Re} (\Psi'_{12} - \Psi'_{21}), \operatorname{Im} (\Psi'_{1z} + \Psi'_{21}), \operatorname{Re} (\Psi'_{12} + \Psi'_{21})\}.$$

Общее решение системы имеет вид

$$X(r_1, r_2, z) = \int_S G(r_1 - r'_1, r_2 - r'_2, z) X^0(r'_1, r'_2) d^2 r'_1 d^2 r'_2 + \quad (\text{П. 1})$$

$$+ k^2 \int_0^z \int_0^z \tilde{G}(r_1 - r'_1, r_2 - r'_2, z - z') f(r'_1, r'_2, z') d^2 r'_1 d^2 r'_2 dz'.$$

Первое слагаемое описывает преобразование начальных флуктуаций за счет нелинейности и соответствует решению однородной задачи (3), (4) с заданными начальными условиями. Второе слагаемое определяет развитие флуктуаций поля, порожденных флуктуациями диэлектрической проницаемости среды, и является решением неоднородной задачи с нулевыми начальными условиями. Матрицы  $G$  и  $\tilde{G}$  имеют размерность  $4 \times 4$  и составлены из функций Грина соответственно однородной и неоднородной задач. Вектор  $f$  находится независимым решением уравнения (4).

В выражении (П. 1) перейдем от пространственных координат  $r_1, r_2$  к пространственным частотам  $p, q$ . Тогда спектр возмущений поля запишется в виде

$$X(p, q, z) = G(p, q, z) X^0(p, q) + k^2 \int_0^z \tilde{G}(z - z') f(z') dz'. \quad (\text{П. 2})$$

Для системы (3), (4) получены функции Грина в спектральном представлении, которые отражают избирательный характер нелинейной среды по отношению к пространственным гармоникам возмущений. Например,



$$\hat{G}_{11} = \{[\gamma_1^2 - (2h - \beta)^2] \cos \gamma_1 z - [\gamma_2^2 - (2h - \beta)^2] \cos \gamma_2 z\} (\gamma_2^2 - \gamma_1^2)^{-1}.$$

Здесь

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{|p|}{2k} \sqrt{p^2 - 4kh} + \frac{|q|}{2k} \sqrt{q^2 - 4kh}, \\ \gamma_2 &= \frac{|p|}{2k} \sqrt{p^2 - 4kh} - \frac{|q|}{2k} \sqrt{q^2 - 4kh}, \end{aligned} \quad (\text{П. 3})$$

$\beta = (p^2 + q^2)/2k$ ,  $h = k\epsilon_0 |E_0|^2/4\epsilon_0$  — нелинейная добавка к волновому числу невозмущенной волны. При

$$|q|, |p| < 2kh. \quad (\text{П. 4})$$

функции Грина описывают экспоненциальное нарастание пространственных компонент в спектре корреляционных функций возмущений. Максимальный инкремент нарастания (как и в [1, 6]) имеют гармоники, для которых

$$|q_m|, |p_m| = \sqrt{2kh}. \quad (\text{П. 5})$$

Условия (П. 4), (П. 5) определяют полосу усиления пространственных гармоник в нелинейной среде.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Беспалов В. И., Таланов В. И. — Письма в ЖЭТФ, 1966, 3, с. 471.
2. Агровский Б. С и др. — Квантовая электроника, 1980, 7, № 1, с. 59.
3. Ахманов С. А., Чиркин А. С. Статистические явления в нелинейной оптике — М: МГУ, 1971.
4. Пасманик Г. А. — ЖЭТФ, 1974, 66, с. 490.
5. Воробьев В. В., Шеметов В. В. — Квантовая электроника, 1975, № 2, № 7, с. 1428.
6. Беспалов В. И., Литвак А. Г., Таланов В. И. — В сб. Нелинейная оптика. — Новосибирск: Наука, 1968, с. 428.
7. Воробьев В. В. — Квантовая электроника, 1972, № 7, с. 5.
8. Кандидов В. П., Леденев В. И. — Квантовая электроника, 1981, 8, № 4, с. 873.
9. Баранова Н. Б., Зельдович Б. Я. — Изв. вузов — Радиоп физика, 1976, 19, № 12, с. 1833.

Московский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
26 октября 1982 г.

#### SPACIAL STATISTICS OF A PARTIALLY COHERENT WAVE IN RANDOMLY INHOMOGENEOUS CUBIC MEDIUM

S. M. Babichenko, V. P. Kandidov

The spacial statistics is considered of a partially coherent light wave in a cubic randomly inhomogeneous medium on the basis of the disturbance method. Equations have been solved for the function of the light wave spacial coherency in a linear nonregular medium. Variation of the field fluctuation dispersion, amplitude and phase, the behavior of the spacial correlation radius at different disturbances of the incident radiation have been investigated.