ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVII, № 1 РАДИОФИЗИКА 1984

УДК 550 388.2

О КОРРЕЛЯЦИИ ЭНЕРГИЙ ЕСТЕСТВЕННЫХ СВЕРХНИЗКОЧАСТОТНЫХ ШУМОВ РАЗНЫХ ЧАСТОТ

А. П. Николаенко

Получена корреляционная функция энергий естественных СНЧ шумов на разных частотах. Предполагается, что полость Земля — ионосфера возбуждается последовательностью импульсов излучения случайных взаимно независимых грозовых разрядов. Показано, что коэффициент взаимной корреляции спектральных плотностей энергии шумов разных частот как функция разности этих частот имеет широкополосную часть, равную примерно 2/3, и узкополосную часть, около 1/3, связанную с интерференцией отдельных импульсов. Указана причина невысокой стабильности оценок СНЧ спектров при использовании в экспериментах реализаций сигнала длительностью не более минуты.

Естественные электромагнитные сигналы сверхнизкочастотного (СНЧ) диапазона возникают благодаря излучению грозовых разрядов. Регистрируемое поле представляет собой шумоподобный процесс, в котором можно выделить сигналы трех типов: фоновое СНЧ излучение, СНЧ всплески и вспышки. Фон естественного излучения создается всей совокупностью грозовых разрядов, а вспышки и всплески представляют собой отклик промежутка Земля — ионосфера на одиночный сверхмощный разряд [1]. При этом, если дальность до разряда от наблюдателя меньше 1000 *км*, регистрируется вспышка, при больших удалениях принимается всплеск СНЧ излучения [2].

Поскольку радиоизлучение отдельной молнии охватывает широкий диапазон частот от единиц герц до единиц мегагерц, естественно ожидать, что масштаб корреляции огибающих радиосигналов от гроз, принятых на разных частотах*, будет значительным. Однако, как будет показано ниже, такое утверждение может оказаться неверным.

Распространение радиоволн происходит в замкнутом промежутке между Землей и ионосферой, где наблюдаются СНЧ резонансы, поэтому дисперсионные свойства полости должны сказаться на масштабе межчастотной корреляции. Кроме того, глобальная грозовая активность представляет собой импульсный случайный процесс, для которого необходим учет интерференции радиоволн, возбуждаемых соседними разрядами.

При описании сигнала мы будем предполагать, что на вход СНЧ приемника поступает случайная последовательность импульсов:

$$u(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k g_k(t-t_k). \tag{1}$$

Здесь A_k — амплитуда k-го импульса, t_k — время прихода этого импульса в пункт наблюдения, $g_k(t)$ — форма импульса. Все величины с индексом k случайны.

В дальнейшем мы будем считать, что регистрируется вертикальная компонента электрического поля и что приемник узкополосный.

* В дальнейшем для краткости мы будем использовать термин «межчастотная корреляция».

Для простоты мы не будем учитывать зависимость излучения грозового разряда от частоты и для функции, описывающей форму импульса, получим следующее выражение:

$$g_k(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} g_k(t - t_k)\, e^{-i\omega t}\, dt = \hat{g}_k(\omega)\, e^{-i\omega t_k}, \tag{2}$$

где с точностью до постоянной

$$\hat{g}_k(\omega) = \frac{\nu(\nu + 1)}{\omega} \frac{P_\nu[\cos(\pi - \theta_k)]}{\sin \pi\nu}, \tag{3}$$

ω — круговая частота, $\nu = x + iy$ — постоянная распространения радиоволн, θ_k — угловое расстояние от наблюдателя до k-го разряда, $P_\nu(x)$ — функция Лежандра, учитывающая дисперсионные свойства замкнутого промежутка Земля — ионосфера.

Сверхнизкочастотный приемник состоит из узкополосного фильтра, квадратичного детектора, интегратора и регистрирующего прибора. Нас будет интересовать корреляция выходных сигналов двух приемников, входные цепи которых настроены на разные частоты. Естественно при этом будет предполагаться, что полоса пропускания и время интегрирования конечны. Для фильтра второго порядка, являющегося избирательным элементом приемника с частотной характеристикой

$$H_1(\omega) = \omega_0^2/(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\omega_0/Q), \tag{4}$$

выходной сигнал равен

$$f(t) = \frac{\omega_0}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k \exp\left[-\frac{\omega_0}{2Q}(t - t_k)\right] [g^+(\omega_1) \sin\omega_0(t - t_k) - \\ - ig^-(\omega_1)\cos\omega_0(t - t_k)], \tag{5}$$

где

$$\hat{g}_k(\omega) = \operatorname{Re}\hat{g}_k(\omega) + i\operatorname{Im}\hat{g}_k(\omega),$$

$$g_k^+(\omega_1) = \hat{g}_k[\omega_0(1 + i/Q)] + \hat{g}_k^*[\omega_0(1 + i/Q)] = 2\operatorname{Re}\hat{g}_k(\omega_1); \tag{6}$$

$$g_k^-(\omega_1) = \hat{g}_k[\omega_0(1 + i/Q)] - \hat{g}_k^*[\omega_0(1 + i/Q)] = 2i\operatorname{Im}\hat{g}_k(\omega_1). \tag{7}$$

Излучение гроз создает на входе приемника пуассоновский поток импульсов, следующих со средней частотой $\lambda = 1/2T$. Используя принцип причинности и учитывая затухание, легко показать, что для любого момента времени суммирование по k в (5) выполняется по конечному флуктуирующему числу разрядов K_0. Величина K_0 распределена по закону Пуассона с параметром распределения $\lambda\tau$, таким образом, среднее значение и дисперсия K_0 равны $\lambda\tau$, где τ — постоянная времени фильтра. Для типичного значения $\lambda = 100$ разрядов в секунду при $\tau = 10$ *с* выходной сигнал фильтра $f(t)$ определяется излучением примерно $K_0 = 10^3$ молний, попавших в интервал $[t - \tau;\ t]$.

Временной масштаб изменений $f(t)$ составляет τ, за это время изменяется ансамбль источников, возбуждавших фильтр и определявших величину $f(t)$.

Сигнал (5) с выхода фильтра поступает на квадратичный детектор (квадратор), а затем на интегратор с частотной характеристикой

$$H_2 = (1 + i\omega RC)^{-1}. \tag{8}$$

Если постоянная времени интегратора RC значительно превосходит постоянную времени фильтра τ, то на выходе прибора мы получим энергетический спектр СНЧ шума на частоте ω_0. При этом интегратор выполняет усреднение по набору ансамблей источников, «составляемых» входным фильтром.

При исследовании межчастотной корреляции постоянные времени интегратора и фильтра разумно выбрать одинаковыми. В этом случае на регистрирующий прибор поступает медленно меняющийся во времени случайный сигнал вида

$$D(\omega_0) = \sum_{n=1}^{K_0} A_n^2 G_{n0}(\omega_0) + \sum_{n=1}^{K_0} \sum_{l=1}^{K_0-n} A_n A_{n+l} [Q_{nl}(\omega_0) \sin \omega_0 (t_{n+l} - t_n) + + G_{nl}(\omega_0) \cos \omega_0 (t_{n+l} - t_n)]. \tag{9}$$

Здесь $\omega_0(1+i/Q) \simeq \omega_0$ заменено на ω_0,

$$G_{n0}(\omega) = [g_n^+(\omega)]^2 - [g_n^-(\omega)]^2 = 4|\hat{g}_n(\omega)|^2; \tag{10}$$

$$G_{nl}(\omega) = g_n^+(\omega) g_{n+l}^+(\omega) - g_n^-(\omega) g_{n+l}^-(\omega); \tag{11}$$

$$Q_{nl}(\omega) = i [g_{n+l}^+(\omega) g_n^-(\omega) - g_n^+(\omega) g_{n+l}^-(\omega)]. \tag{12}$$

Вклады всех источников, попадающих в интервал $[t—\tau, t]$, записаны с множителем единица (отброшены экспоненциальные и линейные временные функции), а источниками, не попавшими в этот интервал, мы пренебрегаем. Отброшены также малые переменные составляющие частот ω_0 и $2\omega_0$.

В суммах (9) вместо A_k необходимо записывать $A_k\theta(t-t_k)$, где $\theta(x)$ — функция единичного скачка. Чтобы не загромождать формулы, мы не будем записывать θ-функции, но будем о них помнить. Двойная сумма в (9) получена следующим образом. Зафиксируем индекс $n \in [1; K_0]$, тогда во внутреннюю сумму по m войдут только те члены, у которых $m>n$. Обозначая $m=n+l$, получаем сумму по $l \in [1; K_0-n]$.

Прежде чем перейти к межчастотной корреляции, рассмотрим некоторые особенности оценки энергетического спектра (9). Как видно, в сигнал, регистрируемый на выходе приемника, дают вклад энергетические (первая сумма) и «перекрестные» (вторая сумма) члены, связанные со взаимной интерференцией соседних по времени импульсов.

Проводя усреднение по ансамблю и выполнив суммирование, получим

$$D(\omega) = \langle K_0 \rangle \{\langle A^2 \rangle \langle G_{n0}(\omega) \rangle + (\langle A \rangle)^2 \langle G_{nl}(\omega) \rangle d^2(\omega T) \times \times [d(2\omega T) + \langle K_0 \rangle \langle d^2(K_0 \omega T) \rangle]\}, \tag{13}$$

где $d(z) = (1/z)\sin z$.

Далее мы рассмотрим две предельные модели пространственного распределения молний· точечный источник, когда все молнии сосредоточены в одной точке, т. е. $W(\theta_k) = \delta(\theta_k—\theta_0)$, и равномерно распределенный источник, когда $W(x_k) = 1/2$, где $x_k = \cos \theta_k$.

Если грозовые разряды сосредоточены в одной и той же точке, то

$$\langle G_{n0}(\omega) \rangle = \langle G_{nl}(\omega) \rangle = 4|\hat{g}_n(\omega)|^2. \tag{14}$$

Относительный вклад перекрестных членов в результаты измерения энергетического спектра на низких частотах, где $\omega T < \pi$, определяется соотношением $(\langle A\rangle)^2/\langle A^2\rangle$.

Пусть распределение амплитуд разрядов A_k — нормальное со средним значением $m_A = \langle A\rangle = 15$ и стандартным отклонением от среднего $\sigma_A = \sqrt{\langle A^2\rangle - m_A^2} = 40$ *кА*. Такое распределение, с одной стороны, находится в согласии с результатами наблюдений статистики амплитуд тока молний [3], а с другой стороны, оно позволяет естественным образом включить в рассмотрение инверсные грозовые разряды, у которых токовый момент отрицателен [1]. Интересующие нас средние величины находятся из простых соотношений:

$$\langle A^2\rangle = \sigma_A^2 + m_A^2 = 1{,}8 \cdot 10^3, \quad (\langle A^2\rangle)^2 = 3 \cdot 10^6,$$

$$(\langle A\rangle)^2 = m_A^2 = 225, \quad (\langle A\rangle)^4 = 5 \cdot 10^4.$$

Легко видеть, что в случае сосредоточенного источника погрешность оценки энергетического спектра за счет влияния перекрестных членов, т. е. взаимной интерференции соседних по времени разрядов, может достигать 15%. Очевидно, что при прочих равных условиях точность оценки спектра в случае точечного источника тем выше, чем больше $T = 1/2\lambda$ (чем ниже плотность потока импульсов).

Если грозовые разряды распределены равномерно по всему Земному шару, $W(x_k) = 1/2$, ситуация изменяется:

$$\langle G_{n0}(\omega)\rangle = \langle 4|\hat{g}_n(\omega)|^2\rangle = \left|\frac{\nu(\nu+1)}{\omega \sin \pi\nu}\right|^2 \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} |P_\nu(x)|^2 dx \simeq$$

$$\simeq \frac{x + 1/2}{|\omega \sin \pi\nu|^2}\,\frac{\operatorname{sh} 2\pi y}{2\pi y}; \tag{15}$$

$$\langle G_{nl}(\omega)\rangle = 16\{[\langle \operatorname{Re} \hat{g}_n(\omega)\rangle]^2 + [\langle \operatorname{Im} \hat{g}_n(\omega)\rangle]^2\} \simeq 16/\omega^2\pi^2. \tag{16}$$

Теперь относительный вклад перекрестных членов в той же области частот оценивается формулой

$$\frac{\langle G_{nl}(\omega)\rangle}{\langle G_{n0}(\omega)\rangle} = \frac{4(\sin^2 \pi x \operatorname{ch}^2 \pi y + \cos^2 \pi x \operatorname{sh}^2 \pi y)}{\pi^2 (x + 1/2)}\,\frac{2\pi y}{\operatorname{sh} 2\pi y} \simeq \frac{y}{x} \simeq \frac{1}{20}. \tag{17}$$

Очевидно, что усреднение поля по координатам источников значительно ослабляет влияние интерференции соседних по времени разрядов. В этом случае относительная погрешность оценки энергетического спектра оказывается значительно меньшей и составляет

$$\frac{(\langle A\rangle)^2 \langle G_{nl}(\omega)\rangle}{\langle A^2\rangle\langle G_{n0}(\omega)\rangle} \leqslant 10^{-2}.$$

Отмеченные особенности могут объяснить некоторые свойства экспериментально наблюдаемых СНЧ спектров. Известно, например, что спектры сравнительно коротких реализаций СНЧ сигнала оказываются изрезанными и не очень устойчивыми [1]. Так, для соседних реализаций сигнала, длительностью в несколько секунд, наблюдаемые резонансные частоты полости Земля — ионосфера могут отличаться на 1—2 *Гц*. При времени накопления сигнала более трех минут спектральные параметры становятся стабильными, а сами спектры — более гладкими. Именно поэтому практически все экспериментаторы, изучающие естественные резонансные явления, получают энергетические спектры по сравнительно длинным реализациям от 5 до 10 минут [1].

Экспериментально определенная оптимальная длительность реализации хорошо согласуется с полученными выше соотношениями и данными о грозовой активности. Действительно, на поверхности Земли одновременно действуют около 2000 грозовых очагов. При средней частоте следования грозовых разрядов $\lambda \approx 100$ разрядов в секунду каждый из очагов порождает молнию примерно один раз в 20 *с* [1, 4]. Для хорошего пространственного усреднения, а значит, и для получения стабильной оценки спектра необходимо подождать, пока в каждом из очагов произойдет хотя бы 10 разрядов. Отсюда получается оценка минимального времени накопления, необходимого для стабилизации спектров, равная 200 *с*.

Полученные результаты позволяют объяснить еще один факт. Поскольку глобальная грозовая активность сосредоточена вблизи экватора, для наблюдателя, расположенного на полюсе, ансамбль дальностей θ_k оказывается весьма бедным. Практически для всех разрядов $\theta_k \simeq \pi/2$, что соответствует модели сосредоточенного источника. Напротив, для экваториального наблюдателя ансамбль дальностей значительно богаче, так как зона, занятая источниками, охватывает примерно половину земного шара [1]. Здесь эффективно работает усреднение по пространству, что больше соответствует модели распределенного источника. Следовательно, при одинаковых условиях энергетические спектры, получаемые в высоких широтах, будут более изрезаны и менее устойчивы, чем на низких широтах, что и наблюдается в эксперименте [1].

Обратимся к вычислению функции межчастотной корреляции энергий естественных СНЧ радиошумов, равной, по определению,

$$R(\omega_1, \omega_2) = \langle D(\omega_1)\, D(\omega_2) \rangle . \tag{18}$$

Угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций.

Сначала рассмотрим функцию межчастотной корреляции в идеализированном случае, когда на вход приемника поступают редкие одиночные импульсы (всплески), а фоновое излучение отсутствует. Пусть за время, равное постоянной τ входной цепи, регистрируется не более одного импульса, тогда в формулах (5) и (9) суммирование по l отсутствует, т. е. перекрестные члены исчезают.

Очевидно, что коэффициент межчастотной корреляции $K(\omega_1; \omega_2) = R(\omega_1\ \omega_2)/\sqrt{R(\omega_1; \omega_1)\ R(\omega_2; \omega_2)}$ в этом случае определяется исключительно свойствами функций $G_{n0}(\omega)$ и равен единице на всех частотах, где $G_{n0}(\omega) \neq 0$. Полученный результат очень просто объясняется физически. Действительно, δ-образный импульс заставит «звенеть» входные контуры приемников, настроенные на частоту ω_1 и ω_2, а, поскольку их полоса пропускания одинакова, огибающие сигналов на выходе интеграторов совпадут и $K(\omega_1\omega_2)$ окажется равным единице. Ко времени прихода следующего импульса все переходные процессы окончатся, поэтому интерференция соседних по времени разрядов не возникает и огибающие разных частот окажутся тождественными. При этом дисперсионные свойства промежутка Земля — ионосфера на величину K не повлияют из-за того, что постоянная времени приемника значительно превосходит постоянную времени волноводного канала.

Иная картина возникнет при анализе СНЧ фона, в котором импульсы следуют часто и интерферируют между собой. Здесь могут проявиться особенности, связанные с частотной дисперсией радиоволн, так как конечный результат получается после естественного усреднения по координатам молний, а в зависимость $E \sim P_\nu[\cos(\pi - \theta_k)]$ входят дисперсионные свойства полости.

Подставив (9) в (18), получим приближенно

$$R(\omega_1\omega_2) = S_1+S_2+S_3; \tag{19}$$

$$S_1 = (\langle K_0\rangle^2/2)(\langle A^2\rangle)^2 \langle G_{n0}(\omega_1)\rangle\langle G_{n0}(\omega_2)\rangle; \tag{20}$$

$$S_2 = \frac{-\langle K_0\rangle^2\langle A^2\rangle\langle A\rangle^2}{2}[\varkappa_0(\omega_1\omega_2)\,d^2(\omega_1T)\,d(2\omega_1T) + \varkappa_0(\omega_2\omega_1)\,d^2(\omega_2T)\,d(2\omega_2T)]; \tag{21}$$

$$S_3 = (1/2)\langle K_0\rangle^2\left\{\langle A^2\rangle^2\frac{\varkappa_1+\chi_1}{2}d^2(\Delta\omega T)\langle d^2(K_0\Delta\omega T)\rangle + \langle A\rangle^4\varkappa_2 d^2(\omega_1T)\,d^2(\omega_2T)\,d(2\omega_1T)\,d(2\omega_2T)\right\}; \tag{22}$$

$$\varkappa_0(\omega_1\omega_2) = \langle G_{n0}(\omega_1)G_{n+r,p}(\omega_2)\rangle = 4\langle|\hat{g}_n(\omega_1)|^2\rangle[\langle g_n^+(\omega_2)\rangle^2 - \langle g_n^-(\omega_2)\rangle^2]; \tag{23}$$

$$\varkappa_1 = \langle G_{nl}(\omega_1)G_{nl}(\omega_2)\rangle = M_1^2 + M_2^2 - M_3^2(\omega_1\omega_2) - M_3^2(\omega_2\omega_1); \tag{24}$$

$$\varkappa_2 = [\langle g_n^+(\omega_1)\rangle^2 - \langle g_n^-(\omega_1)\rangle^2][\langle g_n^+(\omega_2)\rangle^2 - \langle g_n^-(\omega_2)\rangle^2]; \tag{25}$$

$$\chi_1 = \langle Q_{nl}(\omega_1)Q_{nl}(\omega_2)\rangle = 2M_3(\omega_1\omega_2)M_3(\omega_2\omega_1) - 2M_1M_2; \tag{26}$$

$$M_1 = \langle g_n^+(\omega_1)\,g_n^+(\omega_2)\rangle; \tag{27}$$

$$M_2 = \langle g_n^-(\omega_1)\,g_n^-(\omega_2)\rangle; \tag{28}$$

$$M_3(\omega_1\omega_2) = \langle g_n^+(\omega_1)\,g_n^-(\omega_2)\rangle; \tag{29}$$

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1. \tag{30}$$

При усреднении предполагалось, что все статистические параметры разрядов — амплитуды, времена прихода, координаты молний — взаимно независимы. Первое слагаемое в (19) пропорционально произведению энергетических спектров процесса на частотах ω_1 и ω_2. Все остальные слагаемые содержат «временные» множители $d(\omega T)$ и учитывают взаимное влияние соседних импульсов.

Приведенные выше формулы позволяют рассчитать функцию межчастотной корреляции, если задана статистика амплитуд и координат разрядов. В общем случае вычисления требуют применения ЭВМ. Ниже для уже использовавшихся моделей амплитудного и пространственного распределений мы получим обозримые аналитические выражения $R(\omega_1\omega_2)$.

Если источник точечный, легко получить следующие выражения:

$$\varkappa_0 = \varkappa_1 = \varkappa_2 = 16\,|\hat{g}_n(\omega_1)|^2\,|\hat{g}_n(\omega_2)|^2; \tag{31}$$

$$\chi_1 = 0. \tag{32}$$

Таким образом, для функции межчастотной корреляции получаем

$$R(\omega_1\omega_2) = 8\langle K_0\rangle^2 |\hat{g}_n(\omega_1)|^2 |\hat{g}_n(\omega_2)|^2 \Big\{\langle A^2\rangle^2 +$$

$$+ \langle A^2\rangle\langle A\rangle^2 [d^2(\omega_1 T) d(2\omega_1 T) + d^2(\omega_2 T) d(2\omega_2 T)] + \tag{33}$$

$$+ \frac{\langle A^2\rangle^2}{2} d^2(\Delta\omega T)\langle d^2(K_0\Delta\omega T)\rangle + \langle A\rangle^4 d^2(\omega_1 T) d^2(\omega_2 T) d(2\omega_1 T) d(2\omega_2 T)\Big\}.$$

Задавшись средней частотой потока импульсов грозовых разрядов λ, можно указать две области частот СНЧ диапазона, в одной из которых «временные множители» малы, а в другой — порядка единицы. Первая область частот находится из условия $\omega T > \pi$, а вторая — $\omega T < \pi$. Для средней частоты $\lambda = 100$ р/с первая область частот лежит выше 100 *Гц* (высокие частоты), а вторая — ниже 100 *Гц* (низкие частоты). Можно также показать, что распространение радиоволн на указанных высоких и низких частотах происходит в полости Земля — ионосфера по-разному. Так, свойства нижней ионосферы таковы, что на частотах меньше 50—60 *Гц* затухание радиоволн незначительно, и здесь наблюдаются резонансные явления [1]. Напротив, на частотах выше 100 *Гц* затухание становится столь заметным, что волны, обогнувшие Землю, слишком малы по сравнению с прямым сигналом, поэтому резонансы на этих частотах отсутствуют. С математической точки зрения, это означает, что для высоких частот вместо функций Лежандра можно пользоваться их экспоненциальной асимптотикой.

Итак, если частоты f_1, $f_2 > 100$ *Гц*, то

$$d^2(\omega_1 T) d(2\omega_1 T) \simeq d^2(\omega_2 T) d(2\omega_2 T) \ll 1.$$

В результате для точечного источника справедливы формулы

$$\frac{R(\omega_1\omega_2)}{8\langle K_0\rangle^2 |\hat{g}_n(\omega_1)|^2 |\hat{g}_n(\omega_2)|^2} =$$

$$= \begin{cases} \langle A^2\rangle^2\left[1 + \dfrac{d^2(\Delta\omega T)}{2}\langle d^2(K_0\Delta\omega T)\rangle\right] \text{— высокие частоты,} \\ \langle A^2\rangle^2\left[1 + \dfrac{d^2(\Delta\omega T)}{2}\langle d^2(K_0\Delta\omega T)\rangle\right] + \langle A^2\rangle\langle A\rangle^2 + \langle A\rangle^4 \text{— низкие частоты.} \end{cases} \tag{34}$$

Как легко видеть из (34), при увеличении расстройки по частоте $R(\omega_1\omega_2)$ сначала быстро убывает (в 1,5 раза на высоких частотах и в 1,4 раза — на низких), а затем остается примерно постоянным. Таким образом, для точечного источника масштаб межчастотной корреляции определяется соотношением $\Delta F = 1/\tau$ и равен полосе пропускания входного фильтра приемника СНЧ сигналов, в рассматриваемом примере — 0,1 *Гц*. Входной сигнал напоминает белый шум, пропущенный через фильтр, поэтому в его спектре появляется масштаб межчастотной корреляции, связанный с влиянием фильтра [5].

В модели равномерно распределенного источника на высоких частотах, как и в случае точечного источника, в (19) остается только два слагаемых:

$$R(\omega_1\omega_2) = \frac{\langle K_0\rangle^2\langle A^2\rangle^2}{2}\Big[\langle G_{n0}(\omega_1)\rangle\langle G_{n0}(\omega_2)\rangle + \frac{\varkappa_1 + \chi_1}{2} \times$$

$$\times d^2(\Delta\omega T)\langle d^2(\Delta\omega K_0 T)\rangle\Big]. \tag{35}$$

По-прежнему масштаб межчастотной корреляции энергий ΔF оказывается связанным с полосой пропускания фильтра и составляет 0,1 *Гц*.

В случае низких частот несколько усложняется вычисление пространственных моментов полей. Все интересующие нас величины выражаются через два интеграла, равные [6]

$$N_1(\nu_1\nu_2) = \langle \hat{g}_n(\omega_1)\hat{g}_n(\omega_2)\rangle = \frac{\nu_1(\nu_1+1)\nu_2(\nu_2+1)}{\omega_1\omega\ \sin\pi\nu_1\sin\pi\nu_2}\times$$
$$\times\frac{2\pi\sin\pi(\nu_2-\nu_1)+4\sin\pi\nu_1\sin\pi\nu_2\,[\Psi(\nu_1+1)-\Psi(\nu_2+1)]}{\pi^2(\nu_2-\nu_1)(\nu_1+\nu_2+1)}; \tag{36}$$

$$N_2(\nu_1\nu_2) = N_1(\nu_1\nu_2^*). \tag{37}$$

Здесь $\Psi = \ln\Gamma(z)$ — функция Эйлера [6]:

$$\Psi(z_1) - \Psi(z_2) = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{1}{z_1+k} - \frac{1}{z_2+k}\right) = 2\,\frac{z_2-z_1}{z_1+z_2} - 4\,\frac{(z_2-z_1)^2}{(z_1+z_2)^2} + \ldots,$$

$$M_1 = 2(\operatorname{Re}N_1 + \operatorname{Re}N_2),\quad M_2 = 2(\operatorname{Re}N_1 - \operatorname{Re}N_2),$$

$$M_3(\omega_1\omega_2) = 2i(\operatorname{Im}N_1 - \operatorname{Im}N_2).$$

Пользуясь свойствами Ψ-функции, можно получить

$$N_1(\nu_1\nu_2) = \frac{2\nu_1(\nu_1+1)\nu_2(\nu_2+1)\,d\,[\pi(\nu_2-\nu_1)]}{\omega_1\omega_2(\nu_1+\nu_2+1)\sin\pi\nu_1\sin\pi\nu_2} +$$
$$+\frac{8\nu_1(\nu_1+1)\nu_2(\nu_2+1)}{\pi^2\omega_1\omega_2(\nu_1+\nu_2+1)(\nu_1+\nu_2+2)}. \tag{38}$$

Второе слагаемое в (38) оказывается малым в силу выполнения условия

$$\frac{4\sin\pi\nu_1\sin\pi\nu_2}{\pi^2(\nu_1+\nu_2+2)\,d\,[\pi(\nu_2-\nu_1)]} \ll 1.$$

В дальнейшем мы будем считать расстройки по частоте малыми настолько, что отличиями мнимых частей ν_1 и ν_2 можно пренебречь. Тогда $\nu_1 = x_1 + iy$, $\nu_2 = x_2 + iy$, где $y < 0$. В этом случае можно получить следующие приближенные соотношения:

$$\varkappa_1 + \chi_1 = \left[\frac{8x_1(x_1+1)x_2(x_2+1)}{\omega_1\omega_2(x_1+x_2+1)}\right]^2(\sin\pi x_1\sin\pi x_2\operatorname{ch}^2\pi y +$$
$$+\cos\pi x_1\cos\pi x_2\operatorname{sh}^2\pi y)^{-4}; \tag{39}$$

$$\langle G_{n0}(\omega_1)\rangle\langle G_{n0}(\omega_2)\rangle = [8x_1(x_1+1)x_2(x_2+1)]^2(\operatorname{sh}2\pi y/2\pi y)\times$$
$$\times[\omega_1^2\omega_2^2(2x_1+1)(2x_2+1)(\sin^2\pi x_1\operatorname{ch}^2\pi y + \cos^2\pi x_1\operatorname{sh}^2\pi y)\times \tag{40}$$
$$\times(\sin^2\pi x_2\operatorname{ch}^2\pi y + \cos^2\pi x_2\operatorname{sh}^2\pi y)]^{-1}.$$

При малых относительных расстройках частоты $(\omega_2-\omega_1)(\omega_2+\omega_1) \ll 1$ легко получить

$$\frac{\langle G_{n0}(\omega_1)\rangle\langle G_{n0}(\omega_2)\rangle}{\varkappa_1+\chi_1} \simeq \frac{\operatorname{sh}2\pi y}{2\pi y} \simeq 1.$$

Таким образом, в случае распределенного источника на низких частотах справедливо соотношение (35), в котором $\langle G_{n0}(\omega_1)\rangle\langle G_{n0}(\omega_2)\rangle$ и $\varkappa_1+\chi_1$ одного порядка, поэтому масштаб межчастотной корреляции ΔF остается прежним и при выбранных значениях параметров равным 0,1 *Гц*.

Проведенный анализ позволяет сделать следующий вывод. Выходные сигналы СНЧ приемников при наблюдении фона создаются за счет сложения большого числа широкополосных импульсов со случайными параметрами. При этом фазовые набеги и интерференция соседних импульсов на разных частотах оказываются неодинаковыми. В результате коэффициент межчастотной корреляции энергий содержит широкополосную часть, равную 0,5—0,7 и определяемую свойствами самих молний, а также узкополосную часть с масштабом $\Delta F = 1/\tau$, связанную с интерференцией соседних импульсов. При увеличении взаимной расстройки по частоте корреляция сначала резко убывает на масштабе $1/\tau$, а затем остается практически неизменной.

Частотная дисперсия при узкополосном приеме приводит к тому, что оценки энергетических спектров для распределенных источников оказываются более точными и стабильными, чем для сосредоточенных в одной точке молний. Однако при этом масштаб межчастотной корреляции энергий СНЧ шумов оказывается независимым от дисперсионной характеристики промежутка Земля — ионосфера.

В общем случае, когда совместно регистрируются всплески и фон, масштаб ΔF может возрасти в зависимости от соотношения энергий фона и всплесков. Однако определить это соотношение заранее трудно, поэтому имеют смысл не расчеты, а измерения масштаба межчастотной корреляции при различных плотностях потока СНЧ всплесков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Блиох П В., Николаенко А П, Филиппов Ю. Ф. Глобальные электромагнитные резонансы в полости Земля — ионосфера. — Киев: Наукова думка, 1977, 198 С.
2. Ogawa T., Tanaka Y., Miura T. et al. — J. Geomagn. Geoelectr., 1966, **18**, № 4, р 443
3. Николаенко А П — Изв вузов — Радиофизика, 1981, **24**, № 1, с. 34.
4. Watt A. D VLF Radio Engineering, Pergamon Press, 1967, 701 p.
5. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. — М.: Сов радио, 1966, 728 С.
6. Градштейн И. С, Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Изд. 4-е. — М: Физматгиз, 1963, 1100 С

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
15 ноября 1982 г,
в окончательном варианте
9 марта 1983 г

ON THE CROSS-CORRELATION OF THE SPECTRAL POWER DENSITIES OF NATURAL ELF NOISES OF DIFFERENT FREQUENCIES

A P Nickolaenko

The cross-correlation function of the spectral power densities of natural ELF noises of different frequencies is obtained. It is supposed that the random succession of radiation pulses of independent lightning discharges is the source of the electromagnetic energi in the Earth — ionosphere cavity It is shown that the cross-correlation coefficient consists of wide-band part (approximately 2/3) and narrow-band part (approximately 1/3) the latter is due to pulses interference. The reason of low stability of ELF spectra estimations is shown when using the signal duration shorter than one minute