

УДК 621.371.24 · 551 510 52

ФУНКЦИЯ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОЛЯ В СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНОЙ ТРОПОСФЕРЕ

А. В. Кукушкин

Получена система уравнений для функции когерентности поля при наличии приповерхностного тропосферного волновода и турбулентных пульсаций показателя преломления, которая позволяет учесть обмен энергией поля между волноводом и верхними слоями тропосферы.

Одной из характерных особенностей при распространении радиоволн сантиметрового диапазона над морской поверхностью является наличие приповерхностного волноводного канала, образованного инверсией усредненного показателя преломления. Обычно высота инверсии оказывается скоррелированной с высотой волновода H , которая определяется положением минимума модифицированного показателя преломления $M(z) = 10^6[(1/2)(\epsilon(z) - 1) + (z/a)]$ ($\epsilon(z)$ — усредненная по реализациям диэлектрическая проницаемость тропосферы, z — высота над поверхностью, a — радиус Земли). Высота инверсии (совпадающая с H) обычно равна 10—15 м [1]. Для учета влияния флуктуаций показателя преломления на характеристики принимаемого сигнала необходимо определить по крайней мере его среднее значение и функцию взаимной когерентности (ФВК). Вычислению двух первых моментов поля при волноводном распространении посвящено достаточно много работ, среди которых можно выделить работу [2], где получены асимптотики решения для ФВК в многомодовом волноводе, и [3], в которой вычислен декремент затухания интенсивности поля в тропосферном волноводе в случае, когда распространяющимся является один мод. Вычисление вторых моментов поля в [2, 3] производилось в рамках закрытой системы, обладающей чисто дискретным спектром, при этом фактически использовалось приближение плоской поверхности Земли. В такой модели не учитывается обмен энергией между волноводом и верхними слоями тропосферы. Наличие собственных волн непрерывного спектра в задачах распространения УКВ радиоволн над Землей обычно учитывается или в рамках теории однократного рассеяния (ДТР) [4], или как решение уравнения для ФВК в приближении марковского случайного процесса [4]. При этом среда полагается безграничной и в среднем однородной, что не позволяет учесть обмен энергией между волноводом и верхними слоями тропосферы. В настоящей работе выводится система уравнений для функции когерентности с учетом непрерывного спектра и сферичности Земли.

1. При наличии регулярной стратификации диэлектрическую проницаемость среды $\epsilon(\mathbf{r})$ можно представить в виде

$$\epsilon(\mathbf{r}) = \epsilon_0(z) + \delta\epsilon(\mathbf{r}), \quad \langle \delta\epsilon(\mathbf{r}) \rangle = 0.$$

Будем рассматривать поле вертикального электрического диполя, которое при пренебрежении эффектами деполяризации в сферической системе координат (r, θ, φ) можно описать потенциалом Дебая U . При

$ka \gg 1$ ($k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны) радиальная компонента E_r электрического поля связана с потенциалом U простым соотношением [5]: $E_r = -k^2 a U$. По аналогии с [5] в потенциале U удобно выделить медленно изменяющийся с координатами множитель $W(\mathbf{r})$:

$$U(\mathbf{r}) = e^{ika^3} (\epsilon r)^{-1} W(\mathbf{r}), \quad (1)$$

для которого при выполнении неравенств

$$z/a \ll 1, \quad x \gg a/m; \quad (2)$$

$$0,033 \pi C_s^2 x_m^{4/3} \ll k/x, \quad 1/H_m^2, \quad (m/a)^2 \quad (3)$$

можно получить уравнение

$$2ik(\partial W/\partial x) + \Delta_{\perp} W + [k^2(\epsilon_M(z) - 1) + k^2 \delta\epsilon(\mathbf{r})] W = 0, \quad (4)$$

где $\Delta_{\perp} = (\partial^2/\partial z^2) + (\partial^2/\partial y^2)$, $\epsilon_M(z) = \epsilon_0(z) + (2z/a)$, $\mathbf{r} = \{x, y, z\}$. В неравенствах (3) введены следующие обозначения: $m = (ka/2)^{1/3}$, $H_m = \min\{m/k, H\}$, C_s — структурная постоянная, $x_m = 5,92l_0$, l_0 — внутренний масштаб турбулентности, x, y — ортогональные координаты, введенные вдоль поверхности Земли, ось $0x$ — в направлении источник — приемник. Множитель ослабления $W(\mathbf{r})$ удовлетворяет граничному условию

$$W(z=0, x, y) = 0, \quad (5)$$

начальному условию

$$W(x=0, y, z) = W_0(y, z) \quad (6)$$

и требованию конечности и непрерывности при всех $x > 0$.

Задача о распространении волн в сферически-слоистой среде, как впервые отмечено в [5], имеет аналогию с нестационарной задачей квантовой механики. Наличие инверсии показателя преломления в приземном слое можно рассматривать как потенциальную яму. При этом уравнение Шредингера допускает решения, соответствующие квазистационарным состояниям [6]. Наиболее полное решение задачи о распаде квазистационарного состояния проведено в [7], где существенно использовалась ограниченность потенциала (аналог $(\epsilon_M(z) - 1)$) при $z \rightarrow \infty$. В настоящей работе методика, развитая в [7] (гл. 7), обобщается применительно к задаче о распространении волн в неоднородной тропосфере, где $\epsilon_M(z) \rightarrow 2z/a$, при $z \rightarrow \infty$. Будем искать $W(\mathbf{r})$ в виде разложения по полной системе собственных функций непрерывного спектра

$$W(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} dq \psi_q(z) A(q, x, y); \quad (7)$$

$$A(q, x, y) = \int_0^{\infty} dz \psi_q^*(z) W(x, y, z), \quad (8)$$

которые удовлетворяют условиям ортогональности

$$\int_0^{\infty} dz \psi_q(z) \psi_{q_1}^*(z) = \delta(q - q_1) \quad (9)$$

и полноты

$$\int_{-\infty}^{\infty} dq \psi_q(z) \psi_q^*(z') = \delta(z - z'). \quad (10)$$

Функции $\psi_q(z)$ удовлетворяют уравнению

$$(d^2/dz^2)\psi_q(z) + [k^2(\epsilon_M(z) - 1) - q]\psi_q(z) = 0, \quad (11)$$

граничным условиям

$$\psi_q(z) = 0 \text{ при } z=0 \text{ и при } z \rightarrow \infty \quad (12)$$

и имеют особенности типа полюсов в верхней полуплоскости q , асимптотически выходящие на луч $\arg q = \pi/3$ при $|q| \rightarrow \infty$, если $\epsilon_M(z) \rightarrow 2z/a$, при $z \rightarrow \infty$ [5]. При наличии инверсии показателя преломления в приповерхностном слое (рис. 1) конечное число полюсов q_n ($n = 1, \dots, N$) примыкает к вещественной оси q . При этом величина

$\operatorname{Re} q_n$, обозначаемая далее \tilde{q}_n , удовлетворяет неравенству $k^2(\epsilon_M(H) - 1) < \tilde{q}_n < k^2(\epsilon_M(0) - 1)$. Такие полюсы определяют собственные волны, «захваченные» в волноводный канал. В работе рассматривается ситуация, когда захваченным является один мод ($N=1$), и нашей задачей является выделение «захваченной» волны из непрерывного спектра. Отметим, что в диапазоне сантиметровых радиоволн обычно наблюдаемые волноводы являются одномодовыми.

2. Разобьем интервал интегрирования в (7) на две области $W = W_1 + W_2$, где

$$W_1 = \int_{q_m}^{\infty} dq A(q, x, y) \psi_q(z); \quad (13)$$

$$W_2 = \int_{-\infty}^{q_m} dq A(q, x, y) \psi_q(z), \quad q_m = k^2(\epsilon_M(H) - 1), \quad (14)$$

и, используя (8), оценим вклад W_1 . Можно показать по аналогии с [7], что в области тени при $x > \sqrt{2a}(\sqrt{z} + \sqrt{z_0})$ (z, z_0 — высоты источника и приемника над поверхностью) основной вклад в интеграл (13) дает область по q в пределах $q_m \leq q < k^2(\epsilon_M(0) - 1)$ и интервал высот $z < H$:

$$W_1 \approx \int_{q_m}^{\infty} dq \int_0^{\infty} dz' W(x, y, z') \psi_q(z) \psi_q^*(z') \approx \quad (15)$$

$$\approx \int_{q_m}^{k^2(\epsilon_M(0) - 1)} dq \int_0^H dz' W(x', y, z') \psi_q(z) \psi_q^*(z').$$

В этой области по q в $\psi_q(z)$ можно выделить функцию $\varphi_q^0(z)$, слабо зависящую от q ,

$$\psi_q(z) \approx C(q) \varphi_q^0(z), \quad (16)$$

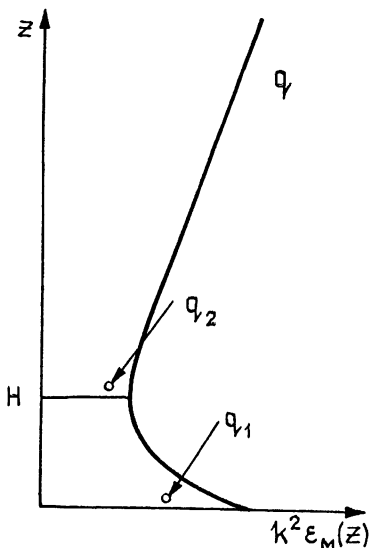


Рис. 1.

и нормированную условием

$$\int_0^H dz \varphi_q^0(z) \varphi_q^{0*}(z) = 1. \quad (17)$$

Тогда W_1 определится соотношением

$$W_1(x, y, z) = \int_{q_m}^{k^2(\varepsilon_M(0)-1)} dq |C(q)|^2 \varphi_q^0(z) \int_0^H dz' W(x, y, z') \varphi_q^0(z'). \quad (18)$$

Положим, что при $z \geq H$ $\varepsilon_M(z) = 2z/a$, тогда для функции $\psi_q(z)$ получим

$$\psi_q(z \geq H) = \omega_2(q\mu^{-2} - \mu(z-H)) + S(q)\omega_1(q\mu^{-2} - \mu(z-H)), \quad (19)$$

где $\mu = km^{-1}$, ω_1 , ω_2 — функции Эйри [8], являющиеся линейно-независимыми решениями уравнения (10) с $\varepsilon_M(z) = 2z/a$, а коэффициент $S(q)$ определяется из шивки с решением (11) при $z < H$ с учетом граничного условия (12) при $z=0$. В окрестности полюса $q_n = \tilde{q}_1 + i\delta_1$ коэффициент $S(q)$ имеет вид (см. [7], с. 298)

$$S(q) \simeq B(q) (q - \tilde{q}_1 + i\delta_1) (q - \tilde{q}_1 - i\delta_1)^{-1}, \quad (20)$$

где $B(q)$ — медленная функция q .

Возвращаясь к (18) и используя (9), (17) и (19), получим явное выражение для $|C(q)|^2$:

$$|C(q)|^2 = -2i(dS^*/dq)S(q) + S^*(q)[(\psi'_q(H))^2 - q\psi_q^2(H)]. \quad (21)$$

Оставляя в (21) главный при $\delta_1 \rightarrow 0$ резонансный член $2i(dS^*/dq)S$, получим

$$|C(q)|^2 = \delta_1[(q - \tilde{q}_1)^2 + \delta_1^2]^{-1}. \quad (22)$$

Так как функция $C(q)$ имеет острый максимум при $q = \tilde{q}_1$ и

$$\int_{q_m}^{\infty} dq |C(q)|^2 \simeq \int_{-\infty}^{\infty} dq |C(q)|^2 = \pi, \quad (23)$$

то функцию (22) можно приближенно заменить на дельта-функцию:

$$|C(q)|^2 \approx \delta(q - \tilde{q}_1). \quad (24)$$

Тогда, подставляя (23) в (18), получим

$$W(x, y, z) \simeq \varphi_{\tilde{q}_1}^0(z) \int_0^{\infty} dz' W(x, y, z') \varphi_{\tilde{q}_1}^{0*}(z') + \int_{-\infty}^{q_m} dq A(q, x, y) \psi_q(z). \quad (25)$$

Таким образом, при $\delta_1 \rightarrow 0$ разложение по непрерывному спектру собственных значений можно производить в интервале $-\infty < q < q_m$.

Вклад в интеграл (7) области $q > q_m$ учитывается в виде разложения по дискретному спектру собственных значений, который присутствует в задаче (11), (12), если слагаемое $2z/a$ в $\varepsilon_M(z)$ положить равным нулю. Функция $\varphi_{q_1}^0(z)$ с точностью до экспоненциально малых членов совпадает с вещественной собственной функцией дискретного

спектра $\varphi_1(z)$ в области высот $z \ll \mu^3/\delta_1^2$. Поэтому для справедливости сделанных приближений в дальнейшем необходимо исключить из рассмотрения рассеяние в слоях тропосферы на высотах $z \gtrsim \mu^3/\delta_1^2$, что приводит к неравенству

$$\delta_1 \ll 2k/x. \quad (26)$$

Для сантиметровых радиоволн, при $H \sim 10 \div 15$ м, величина δ_1 обычно не превышает $10^{-3} k^2/m^2$, при этом неравенство (26) выполняется при $x \ll 10^4$ км.

3. Перейдем к выводу уравнений для функции когерентности

$$\Gamma(x, \rho_1, \rho_2) = a^{-2} \Gamma_W(x, \rho_1, \rho_2), \quad \Gamma_W(x, \rho_1, \rho_2) = \langle W(x, \rho_1) W^*(x, \rho_2) \rangle, \quad (27)$$

где $\rho_1 = \{y_1, z_1\}$, $\rho_2 = \{y_2, z_2\}$ — координаты точек наблюдения. Для функции когерентности поля в случайно-неоднородной среде в [4] получено замкнутое уравнение в приближении марковского случайного процесса. Аналогичное уравнение, действуя в соответствии с [4], можно получить и для слоисто-неоднородной тропосферы:

$$\frac{\partial \Gamma_W}{\partial x} + \frac{i}{2k} (\Delta_{\perp 1}^* - \Delta_{\perp 2}^*) \Gamma_W + \frac{\pi k^2}{4} H(\rho_1 - \rho_2) \Gamma_W = 0, \quad (28)$$

где

$$\Delta_{\perp 1,2}^* = \frac{\partial^2}{\partial y_{1,2}^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_{1,2}^2} + k^2 (\varepsilon_M(z_{1,2}) - 1),$$

$$H(\rho_1 - \rho_2) = 2 \int d^2 x_{\perp} \Phi_{\varepsilon}(0, x_{\perp}) (1 - e^{i x_{\perp} (\rho_1 - \rho_2)}),$$

$x_{\perp} = \{x_y, x_z\}$, $\Phi_{\varepsilon}(x)$ — спектральная плотность флуктуаций диэлектрической проницаемости, определяемая преобразованием Фурье:

$$\Phi_{\varepsilon}(x) = (2\pi)^{-3} \int d^3 r e^{-i x r} \langle \varepsilon(r_1 + r) \varepsilon(r_1) \rangle, \quad x = \{x_x, x_{\perp}\}.$$

Как следует из (25), функцию когерентности $\Gamma_W(x, \rho_1, \rho_2)$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Gamma_W(x, \rho_1, \rho_2) = & \Gamma_1(x, y_1, y_2) \varphi_1(z_1) \varphi_1(z_2) + \int_{-\infty}^{q_m} dq_1 \Gamma_2(q_1, x, y_1, y_2) \times \\ & \times \varphi_1(z_1) \psi_{q_1}^*(z_2) + \int_{-\infty}^{q_m} dq_2 \Gamma_3(q_2, x, y_1, y_2) \varphi_1(z_2) \psi_{q_2}(z_1) + \\ & + \int_{-\infty}^{q_m} dq_1 \int_{-\infty}^{q_m} dq_2 \Gamma_4(q_1, q_2, x, y_1, y_2) \psi_{q_1}(z_1) \psi_{q_2}^*(z_2), \end{aligned} \quad (29)$$

где Γ_1 определяет часть ФВК, переносимую волноводными модами, Γ_4 определяет вклад в ФВК волн непрерывного спектра, Γ_3, Γ_2 — перекрестные члены, обеспечивающие комбинированный механизм переноса.

Подставим (29) в (28) и, следуя [4], введем переменные $y_+ = (y_1 + y_2)/2$ и $y = y_1 - y_2$ и преобразование Фурье от Γ_1 по y_+ :

$$\Gamma_1(x, y_1, y_2) = \int_{-\infty}^{\infty} dp e^{-i p y_+} \tilde{\Gamma}_1(x, p, y) \quad (30)$$

(для остальных членов (29) аналогичным образом).

Вводя обозначения $\gamma_0 = (\pi k^2/2) \int d^2 \mathbf{x}_\perp \Phi_\varepsilon(0, \mathbf{x}_\perp)$, $\eta = y + pxk^{-1}$, $D(\mathbf{x}_\perp, \eta) = \Phi_\varepsilon(0, \mathbf{x}_\perp) e^{i\mathbf{x}_\perp \eta}$, для $\Gamma_1, \dots, \Gamma_4$, получим из (28) систему связанных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\Gamma}_1(x, p, \eta)}{\partial x} + \gamma_0 \tilde{\Gamma}_1(x, p, \eta) &= \int d^2 \mathbf{x}_\perp D(\mathbf{x}_\perp, \eta) \left\{ \tilde{\Gamma}_1(x, p, \eta) |V_{11}(\mathbf{x}_2)|^2 + \right. \\ &+ \int_{-\infty}^{q_m} dq_1 \tilde{\Gamma}_2(x, q_1, p, \eta) V_{11}(\mathbf{x}_2) (V_1^+(q_1, \mathbf{x}_2))^* + \int_{-\infty}^{q_m} dq_2 \tilde{\Gamma}_3(x, q_2, p, \eta) \times \\ &\times V_{11}^*(\mathbf{x}_2) V_1^-(q_2, \mathbf{x}_2) + \int_{-\infty}^{q_m} dq_1 \int_{-\infty}^{q_m} dq_2 \tilde{\Gamma}_4(x, q_1, q_2, p, \eta) \times \\ &\left. \times V_1^+(q_1, \mathbf{x}_2) (V_1^+(q_2, \mathbf{x}_2))^* \right\}; \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\Gamma}_2(x, q, p, \eta)}{\partial x} + \left[\gamma_0 - \frac{i}{2k} (\tilde{q}_1 - q) \right] \tilde{\Gamma}_2(x, q, p, \eta) &= \int d^2 \mathbf{x}_\perp D(\mathbf{x}_\perp, \eta) \times \\ &\times \left\{ \tilde{\Gamma}_1(x, p, \eta) V_{11}(\mathbf{x}_2) V_1^-(q, \mathbf{x}_2) + \int_{-\infty}^{q_m} dq_1 \tilde{\Gamma}_2(q_1, x, p, \eta) V_{11}(\mathbf{x}_2) \times \right. \\ &\times V^*(q_1, q, \mathbf{x}_2) + \int_{-\infty}^{q_m} dq_2 \tilde{\Gamma}_3(q_2, x, p, \eta) V_1^-(q, \mathbf{x}_2) V_1^+(q_1, \mathbf{x}_2) + \\ &\left. + \int_{-\infty}^{q_m} dq_1 \int_{-\infty}^{q_m} dq_2 \tilde{\Gamma}_4(x, q_1, q_2, p, \eta) V_1^+(q_1, \mathbf{x}_2) V^*(q_2, q, \mathbf{x}_2) \right\}; \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\Gamma}_3(x, q, p, \eta)}{\partial x} + \left[\gamma_0 - \frac{i}{2k} (q - \tilde{q}_1) \right] \tilde{\Gamma}_3(x, q, p, \eta) &= \int d^2 \mathbf{x}_\perp D(\mathbf{x}_\perp, \eta) \times \\ &\times \left\{ \tilde{\Gamma}_1(x, p, \eta) V_{11}(\mathbf{x}_2) (V_1^-(q, \mathbf{x}_2))^* + \int_{-\infty}^{q_m} dq_1 \tilde{\Gamma}_2(x, q_1, p, \eta) \times \right. \\ &\times (V_1^-(q, \mathbf{x}_2))^* (V_1^+(q_1, \mathbf{x}_2))^* + \int_{-\infty}^{q_m} dq_2 \tilde{\Gamma}_3(x, q_2, p, \eta) V(q_1, q, \mathbf{x}_2) \times \\ &\left. \times V_{11}^*(\mathbf{x}_2) + \int_{-\infty}^{q_m} dq_1 \int_{-\infty}^{q_m} dq_2 \tilde{\Gamma}_4(q_1, q_2, x, p, \eta) V(q_1, q, \mathbf{x}_2) (V_1^+(q_2, \mathbf{x}_2))^* \right\}; \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\Gamma}_4(q, q', x, p, \eta)}{\partial x} + \left[\gamma_0 - \frac{i}{2k} (q - q') \right] \tilde{\Gamma}_4(x, q, q', p, \eta) &= \\ = \int d^2 \mathbf{x}_\perp D(\mathbf{x}_\perp, \eta) \left\{ \tilde{\Gamma}_1(x, p, \eta) (V_1^-(q, \mathbf{x}_2))^* V_1^-(q', \mathbf{x}_2) + \int_{-\infty}^{q_m} dq_1 \tilde{\Gamma}_2(x, q_1, \right. \end{aligned}$$

$$p, \eta) (V_1^-(q', \mathbf{x}_z))^* V^*(q_1, q', \mathbf{x}_z) + \int_{-\infty}^{q_m} dq_2 \tilde{\Gamma}_3(x, q_2, p, \eta) V(q_2, q, \mathbf{x}_z) \times \\ \times V_1^-(q', \mathbf{x}_z) + \int_{-\infty}^{q_m} dq_1 \int_{-\infty}^{q_m} dq_2 \tilde{\Gamma}_4(x, q_1, q_2, p, \eta) V(q_1, q, \mathbf{x}_z) V^*(q_2, q', \mathbf{x}_z) \}. \quad (34)$$

Функции

$$V_{11}(\mathbf{x}_z) = \int_0^\infty dz e^{i\kappa_z z} \varphi_1^2(z); \quad (35)$$

$$V_{\Gamma}^\pm(q, \mathbf{x}_z) = \int_0^\infty dz e^{\pm i\kappa_z z} \varphi_1(z) \psi_q(z); \quad (36)$$

$$V(q_1, q_2, \mathbf{x}_z) = \int_0^\infty dz e^{i\kappa_z z} \psi_{q_1}(z) \psi_{q_2}^*(z) \quad (37)$$

имеют смысл коэффициентов прерасеяния на неоднородностях с вертикальными масштабами $l_z = 2\pi/\kappa_z$ волноводных модов в волноводные (35), волноводных модов в волны непрерывного спектра (36) и волн непрерывного спектра (37). Уравнения (31)—(34) описывают процесс обмена энергией между волноводом и верхними слоями тропосферы. Вклад каждого из четырех членов ФВК (29) в результирующее поле в точке наблюдения зависит от вида начального распределения $\Gamma(x=0, \rho_1, \rho_2)$ и взаимного расположения источников и приемников. Положим, что угловой спектр начального распределения поля достаточно широкий и при этом эффективно возбуждаются как волноводные моды, так и волны непрерывного спектра. Естественно предположить, что если точки наблюдения находятся внутри волноводного слоя, т. е. $z_{1,2} < H$, то до некоторых расстояний (конкретное значение можно определить после оценки всех членов (29)) основной вклад в ФВК определяет первый член в (29), соответствующий волноводному механизму переноса энергии поля. Поэтому, в первом приближении, положим в уравнении (31) равными нулю члены $\tilde{\Gamma}_2, \tilde{\Gamma}_3, \tilde{\Gamma}_4$, связанные с рассеянием из непрерывного спектра в волноводный мод. Тогда получим уравнение

$$\partial \tilde{\Gamma}_1(x, p, \eta) / \partial x + \left[\gamma_0 - \int d^2 \mathbf{x}_\perp D(\mathbf{x}_\perp, \eta) |V_{11}(\mathbf{x}_z)|^2 \right] \tilde{\Gamma}_1(x, p, \eta) = 0, \quad (38)$$

подставляя решение которого в $\Gamma_1(x, \rho_1, \rho_2)$ и выполняя преобразование, обратное (30), и используя условие ортогональности функций непрерывного спектра всем функциям дискретного спектра, получим

$$\Gamma_w(x, y, y_+, z, z_2) = \frac{k}{2\pi x} \varphi_1(z_1) \varphi_1(z_2) \int_{-\infty}^\infty dy' \int_{-\infty}^\infty dy'_+ \times \\ \times \Gamma_1(x=0, y', y'_+) \exp[ikx^{-1}(y-y')(y_+-y'_+)-P(x, y', y)], \quad (39)$$

где величина $P(x, y', y)$ после интегрирования по dy' определяет дискремент затухания $\Gamma_1(x, y, y_+, z_1, z_2)$:

$$P(x, y', y) = \frac{\pi k^2}{2} \int d^2 \mathbf{x}_\perp \Phi_\varepsilon(0, \mathbf{x}_\perp) \left\{ x - |V_{11}(\mathbf{x}_z)|^2 \right\} \times$$

$$\times \int_0^x dx' \exp \left[i\kappa_y \left(y \frac{x'}{x} + y' \left(1 - \frac{x'}{x} \right) \right) \right]. \quad (40)$$

Первый член в (40) описывает затухание среднего поля за счет перекачки энергии в некогерентную составляющую. Второй член в (40) определяет некогерентный «приход» энергии поля в волноводный мод в направлении распространения

Рассмотрим интенсивность волноводного поля в точке $\mathbf{r} = \{x, 0, z\}$, создаваемую точечным источником с координатами $\mathbf{r}_0 = \{0, 0, z_0\}$. В этом случае начальное распределение $\Gamma_1(x=0, y', y'_+)$ оказывается равным

$$\Gamma_1(x=0, y', y'_+) = (a^2/4k^2) \varphi_1^2(z_0) \delta(y') \delta(y'_+), \quad (41)$$

где $\delta(y)$ — дельта-функция [6].

Положим, для определенности, что зависимость $\epsilon_M(z) - 1$ является билинейной [5]. После выполнения интегрирования в (39), (40) с учетом (41) перейдем к интенсивности J , нормированной на интенсивность поля в свободном пространстве ($J_{с.п.}$):

$$J(\mathbf{r}) = \frac{I(\mathbf{r})}{I_{с.п.}(\mathbf{r})} = \frac{x^2}{a^2} \Gamma_W(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = \frac{e^{-\tau_1 x} k x}{8\pi m^2 \tau_1} \times \\ \times v^2 \left(\frac{\tau}{\mu_1^2} - \mu_1(Y - y) \right) v^2 \left(\frac{\tau}{\mu_1^2} - \mu_1(Y - y_0) \right), \quad (42)$$

где $\tau = -2,338 \mu_1^2 + \mu_1^3 Y$, $Y = kHm^{-1}$, $\mu_1^3 = a |g_1|/2$, $g_1 = d\epsilon_M(z)/dz|_{z < H}$, $y = kz'm$, $y_0 = kz_0/m$. Вычисление декремента затухания интенсивности γ_1 , определенного выражением

$$\gamma_1 = \frac{\pi k^2}{2} \int d^2 \mathbf{x}_\perp \Phi_\varepsilon(0, \mathbf{x}_\perp) (1 - |V_{11}(\mathbf{x}_\perp)|^2), \quad (43)$$

производилось в [3, 8], и было найдено

$$\gamma_1 \simeq 0,754 C_{\varepsilon_\perp}^2 k^2 L_\perp^{5/3}, \quad (44)$$

где C_{ε_\perp} — структурная постоянная в горизонтальной плоскости, L_\perp — характерный масштаб изменения κ_x, κ_y , на котором существенно убывает спектр $\Phi_\varepsilon(\mathbf{x})$. Как показано в [3, 8], расчет интенсивности по формулам (42), (44) хорошо согласуется с экспериментальными данными на расстояниях $x \lesssim 150$ км.

4. Рассмотрим теперь ситуацию, когда приемники находятся на высотах $z_1 \sim z_2 \gg H$. В пространстве над волноводом интенсивность самих волноводных модов убывает экспоненциальным образом и поэтому не может определять больших уровней сигнала. Однако при распространении в волноводном канале волноводные моды рассеиваются на неоднородностях показателя преломления. При рассеянии на углы (относительно поверхности Земли) $\beta > \beta_0 \sim 1/kH$ (β_0 — критический угол захвата волны в канал) возбуждаются волны непрерывного спектра $\psi_q(z)$, характер убывания которых является степенным $\sim z^{-1/4}$. В каждом акте рассеяния коэффициент возбуждения может быть и мал, однако сам источник возбуждения является распределенным по трассе, поэтому в точке (x, y, z) формируется за счет волн, рассеянных из достаточно широкой области $x' \leq x$, для которой $\gamma_1 x' \leq 1$. При этом расстояние от рассеивателя до точки наблюдения $\Delta x = x - x'$ не превышает границы геометрической тени относительно точек, рас-

положенных на поверхностях $z = H$ и $z = \min\{z_1, z_2\}$, т. е. $\Delta x \leq \sqrt{2a} \sqrt{\min\{z_1, z_2\} - H}$.

Таким образом, можно предположить, что на расстояниях, где интенсивность волнового поля внутри канала является доминирующей, в пространстве непосредственно над волноводом при $z_{1,2} \gg H$ основную роль в ФВК будет играть член $\tilde{\Gamma}_4(x, \rho_1, \rho_2)$, определяемый вкладом волн только непрерывного спектра, возбужденных волноводными модами. Поэтому положим в правой части уравнения (34) равными нулю все члены, кроме $\tilde{\Gamma}_1(\rho, \eta, x)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\Gamma}_4(x, q_1, q_2, p, \eta)}{\partial x} + \left[\gamma_0 - \frac{i}{2k}(q_1 - q_2) \right] \tilde{\Gamma}_4(x, q_1, q_2, p, \eta) = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} dx_y \int_{-\infty}^{\infty} dx_z \Phi_\varepsilon(0, x_y, x_z) e^{ix_y(y+px/k)} \tilde{\Gamma}_1(p, y + pxk^{-1}) \times \\ \times (V_1^-(q_1, x_z))^{\dagger} V_1^-(q_2, x_z). \end{aligned} \quad (45)$$

Тогда для $\Gamma_4(x, y, y_+, z_1, z_2)$ с учетом (29), (30) можно получить выражение

$$\begin{aligned} \Gamma_4(x, y, y_+, z_1, z_2) = - \frac{k^3}{4x} e^{-\gamma_0 x} \int d^2 x_\perp \Phi_\varepsilon(0, x_\perp) \int_{-\infty}^{\infty} dy' \int_{-\infty}^{\infty} dy'_+ \times \\ \times \Gamma_1(x=0, y', y'_+) \int_{-\infty}^{q_m} dq_1 \int_{-\infty}^{q_m} dq_2 \psi_{q_1}(z_1) \psi_{q_2}^*(z_2) \int_0^x dx' \times \\ \times \exp \left\{ -i(q_1 - q_2) \frac{(x - x')}{2k} + i \frac{k}{x} (y - y') (y_+ - y'_+) - P(x, y, y') + \right. \\ \left. + ix_y \left[y' \left(1 - \frac{x'}{x} \right) + y \frac{x'}{x} \right] + \frac{\pi k^2}{2} \int d^2 x_\perp \Phi_\varepsilon(0, x_\perp) \times \right. \\ \left. \times |V_{11}(x_z)|^2 \int_0^{x'} d\zeta e^{i\zeta x_y [y + \zeta/x + y'(1 - \zeta/x)]} \right\} (V_1^-(q_1, x_z))^* V_1^-(q_2, x_z). \end{aligned} \quad (46)$$

Анализ выражения (46) достаточно сложен и вместе с решением уравнений (32), (33) является предметом дальнейших исследований.

5. Таким образом, для волноводного канала в тропосфере получена система связанных уравнений для функции когерентности поля в виде комбинированного разложения по системе собственных функций дискретного и непрерывного спектра радиального оператора Гельмгольца. Полученная система уравнений позволяет учесть обмен энергией поля между волноводом и вышележащими слоями тропосферы за счет рассеяния на турбулентных флуктуациях показателя преломления.

Для точек наблюдения, расположенных внутри волноводного канала, получено выражение для интенсивности принимаемого сигнала, которое удовлетворительно совпадает с экспериментальными данными на волне 3 см на дистанциях до 200 км. Подстановка численных значений структурной постоянной флуктуаций $C_\varepsilon^2 = 10^{-14} \text{ см}^{-2/3}$ и

внешнего масштаба неоднородностей $L_{\perp} = 50 \div 100$ м, по данным измерений в приповерхностных слоях атмосферы ([9], § 58), дает для декремента затухания интенсивности поля в волноводе на волне 3 см величину 0,2—0,6 дБ/км.

В заключение автор выражает благодарность И. М. Фуксу за полезные консультации и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Rotherham S.—Marconi Rev., 1974, 37, № 192, p 18.
- 2 Чаевский Е. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1978, 21, № 3, с 357.
- 3 Фрейлихер В. Д., Фукс И. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 4, с 408
- 4 Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Случайные поля. — М.: Наука, 1978
- 5 Фок В. А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. — М.: Сов радио. 1970.
- 6 Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. — М.: Наука, 1974.
- 7 Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М. Рассеяние, реакции и распады в релятивистской квантовой механике. — М.: Наука, 1971.
- 8 Kukushkin A. V., Sinitsin V. G., Freulicher V. D., Fuchs I. M.—In: URSI Comm F. Symp. (Canada, 1980). Preprints of papers.— Univ. of Bradford, U K., 1980, p. 781
- 9 Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. — М.: Наука, 1967.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
1 декабря 1982 г.

SECOND-ORDER COHERENCE FUNCTION IN A STRATIFIED TROPOSPHERE

A. V. Kukushkin

A set of equations for the coherence function has been derived for a surface duct with turbulent fluctuations of refractive index in the troposphere. The set allows one to take into account the energy exchange between the surface duct and the higher layers of the troposphere.
