

волн. Он может быть найден путем решения (3), (4), что в общем случае затруднительно, однако для класса квазигармонических волн $\langle u_n \rangle, \langle v_n \rangle \sim \exp[j(\omega t - kn)]$ вместо $v(n, t)$ достаточно определить ее фурье-компоненту $v(\omega, k)$. Для этого из (4) найдем сумму $u'(\omega, k) + v'(\omega, k)$, а затем путем обратного фурье-преобразования — ее оригинал $u_n(t) + v_n(t)$ и, следовательно, коэффициент

$$v(n, t) = \frac{\rho^2 \langle \delta C^2(n) \rangle}{16 \pi^2} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \frac{j\omega \sin \omega t_0}{D(\omega, k)} \gamma_N(\eta) \frac{\partial}{\partial t} [u(t - x, n - \eta) + v(t - x, n - \eta) \times \\ \times e^{j(\omega x - k\eta)} dx d\eta d\omega dk.$$

Здесь введены новые переменные $x = t - \tau$, $\eta = n - \xi$ и выделена нормированная функция корреляции $\gamma_N(\eta) = \langle \delta C(n) \delta C(n - \eta) \rangle / \delta C^2(n)$, $D(\omega, k) = \cos k - \cos \omega t_0 + \omega \rho C_0 \sin \omega t_0 / 2$ — дисперсионная характеристика структуры. После несложных преобразований подынтегральных выражений вновь находим спектральную компоненту $v(\omega, k) = \bar{v}(\omega, k) [\langle u(\omega, k) \rangle + \langle v(\omega, k) \rangle]$, где постоянная

$$\bar{v}(\omega, k) = \frac{\rho^2 \omega^2 \langle \delta C^2(n) \rangle}{16 j \pi^2} |\sin \omega t_0| \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\gamma_N(\eta) e^{-j(k-\bar{k})\eta}}{D(\omega, \bar{k})} d\eta d\bar{k} \quad (5)$$

характеризует потери рассеяния волн на случайных неоднородностях.

Как и следовало ожидать, коэффициент $\bar{v}(\omega, k)$, полученный здесь для структуры с бесконечной степенью свободы элемента периода, подобен найденному в [4] для структур с одной степенью свободы. Однако имеется и принципиальное отличие, заключающееся в появлении множителя $|\sin \omega t_0|$ ($\omega t_0 = 2\pi\Lambda/\lambda$), учитывающего соотношение между периодом структуры Λ и длиной волны λ . Этот множитель, по существу, характеризует «состояние» фазы встречных волн на неоднородностях структуры. Предельным значениям $|\sin(2\pi\Lambda/\lambda)|$, равным 0 и 1, соответствует факт положения нулей и максимумов суммы волн $u + v$ на неоднородностях (при реализации нелинейных стоячих волн $u = v$). В первом случае рассеяние волн отсутствует, во втором — максимально. Конкретная зависимость $\bar{v}(\omega, k)$ в (5) определяется видом корреляционной функции $\gamma_N(\eta)$, которую необходимо задать, учитывая особенности конкретной физической реализации структуры.

Автор признателен В. В. Тамойкину за полезное обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Ахманов С. А., Чиркин А. С. Статистические явления в нелинейной оптике. — М.: Гос ун-т, 1971.
- 2 Канер Э. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1959, 2, № 6, с. 827.
- 3 Тамойкин В. В., Файнштейн С. М. — ЖЭТФ, 1972, 62, № 1, с. 213; 1973, 63, № 2, с. 505.
- 4 Богатырев Ю. К., Файнштейн С. М., Ямпурин Н. П. — Радиотехника и электроника, 1977, 22, № 9, с. 1866.

Горьковский политехнический институт

Поступила в редакцию
25 февраля 1983 г.,
в окончательном варианте
30 мая 1983 г.

УДК 535.31

ЭФФЕКТ ПОВОРОТА ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ВОКРУГ КЛИНА В ДЕФОКУСИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ — АНАЛОГ ЦЕНТРИРОВАННОЙ ВОЛНЫ РАЗРЕЖЕНИЯ В ГАЗОВОЙ ДИНАМИКЕ

В. А. Пермяков

Для анализа распространения мощного излучения в дефокусирующей среде может быть использована аналогия уравнений нелинейной геометрической оптики (НГО) и газовой динамики (ГД) [1, 2]. В двумерном случае интегралы уравнений НГО на характеристиках выписываются в явном виде для произвольной зависимости показателя преломления среды n от интенсивности поля I :

$$\theta = \pm \int_{z_n}^z (\sqrt{M^2(n) - 1/n}), \quad M(n) = \sqrt{-n(I)/In'(I)}. \quad (1)$$

Здесь n и θ связаны с производными эйконала $S(x, y)$:

$$S'_x = n \cos \theta, \quad S'_y = -n \sin \theta. \quad (2)$$

Форма записи интегралов (1) совпадает с принятой в ГД [2, 3], где n имеет смысл модуля вектора скорости течения, $I(n)$ — плотности газа, угол α между характеристикой и линией тока определяется известным соотношением $\alpha = \arcsin(1/M)$, откуда следует, что переход к линейной геометрической оптике ($I \rightarrow 0$ при $n > 0$, $n'(I) \neq 0$) соответствует гиперзвуковому режиму обтекания в ГД (число Маха $M \rightarrow \infty$).

Представление (1) справедливо только в сверхзвуковом режиме обтекания в ГД ($M > 1$), когда характеристики вещественны. Условие $M > 1$, вытекающее из требования гиперболичности уравнений НГО, может быть заменено условием

$$\Pi'(I) > 0, \quad n'(I) < 0, \quad (3)$$

где $\Pi(I) = I \cdot n(I)$ — величина, пропорциональная плотности потока энергии локально-плоской волны [4, 5]. Условие (3) позволяет определить границы применимости решения (1) для среды с произвольной зависимостью $n(I)$.

Эквивалентность интегралов НГО дефокусирующих сред и ГД дает возможность рассмотреть некоторые оптические аналоги эффектов ГД.

В качестве примера рассмотрим задачу о повороте мощного оптического излучения вокруг клина в дефокусирующей среде (оптический аналог задачи Прандтля—Майера).

Постановка задачи дана на рис. 1а. Вдоль грани клина $y = 0$ на ребро набегают плоская однородная волна (ОВ). Ориентация полей ОВ должна быть согласована с граничными условиями на клине: при нулевом импедансе клина $E_y \neq 0$, $H_z \neq 0$, $E_z = H_y = 0$, при бесконечном импедансе $H_y \neq 0$, $E_z \neq 0$, $E_y = H_z = 0$. Поле имеет структуру падающей волны в первой области вплоть до начальной характеристики C_n , проходящей через ребро клина. Лучевую структуру поля во второй области будем называть центрированной волной по аналогии с ГД: ее лучи являются подобными кривыми, характеристики — прямыми, проходящими через ребро. Вдоль каждой характеристики величина и направление волнового вектора $k_0 \nabla S$ постоянны*. Отсюда следует возможность непрерывного сопряжения полей плоской и центрированной волн на характеристике. Положение конечной характеристики C_k определяется требованием движения лучей прошедшей в третью область ОВ вдоль второй грани клина, если последняя достигается при конечных M . В противном случае максимальный угол поворота лучей определяется условием $M = \infty$, причем предельный луч, идущий под этим углом, имеет нулевую интенсивность, совпадает с характеристикой C_k и не касается второй грани клина (этот случай изображен на рис. 1б). Характеристика C_k в этом случае отделяет область лучей от зоны тени.

Наиболее интересной физической величиной в рассматриваемой задаче является угол поворота излучения вокруг клина при заданной начальной интенсивности излучения (рис. 1б, геометрии рис. 1 при этом соответствует выбор знака плюс в (1)). Указанная зависимость проанализирована для степенной нелинейности $\epsilon = \epsilon_0 - I^{m/2}$ и среды с насыщенным нелинейностью $\epsilon = \epsilon_0(1 + I^{m/2})(1 + aI^{m/2})^{-1}$, $a > 1$.

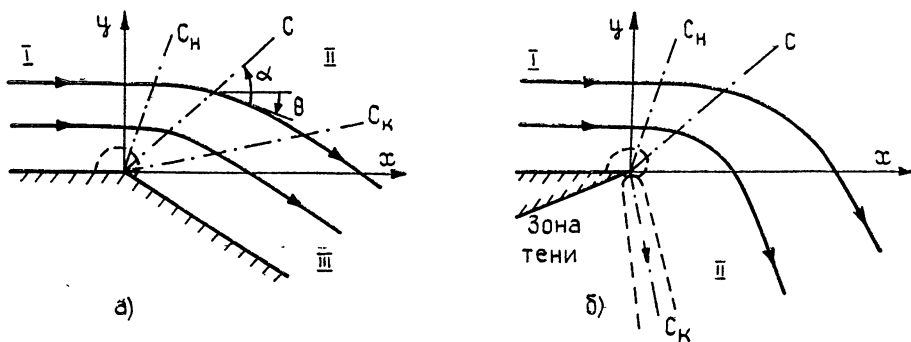


Рис. 1.

В случае степенной нелинейности зависимость $\theta(n)$ выражается в элементарных функциях и совпадает с результатами для идеального газа (см, например, [3], стр. 291), причем связь решения НГО (1) с известным в ГД определяется соотно-

* При этом показатель преломления центрированной волны является функцией угла поворота характеристики, что позволяет указать линейный эквивалент рассматриваемой задачи НГО — распространение лучей в клиновидно-слоистой среде, изучавшееся в [6] (см. также [7]).

шением $m=2(\kappa+1)$, где κ — показатель адиабаты. Максимальный угол поворота излучения θ_m имеет место, когда интенсивность падающей волны соответствует «звуковому» режиму в ГД ($M=1$ при $I=I_a$); для степенной нелинейности $\theta_m = \sqrt{(m+4)/m-1} \pi/2$. При этом показатель преломления среды меняется от $\sqrt{\epsilon_0 m/(m+4)}$ до $\sqrt{\epsilon_0}$ с изменением θ от нуля до θ_m . Столь значительные изменения проницаемости среды могут быть реализованы в ионизирующейся под действием мощного излучения газовой или полупроводниковой плазме. Однако даже при относительно малых нелинейных добавках к ϵ_0 эффект поворота лучей может быть наблюдаем. Действительно, скорость изменения угла поворота лучей при $\epsilon \rightarrow \epsilon_0$ неограниченно расстет, так как $\theta = \theta_k - 2\sqrt{(\epsilon_0 - \epsilon)/m\epsilon_0} + O((\epsilon_0 - \epsilon)^{3/2})$, где θ_k — угол поворота лучей до характеристики C_k .

Расчет угла поворота излучения для среды со степенной нелинейностью в зависимости от начального значения ϵ при $\epsilon_0=1$ приведен на рис. 2а. Аналогичный расчет для среды с насыщением нелинейности при различных значениях параметров m, a , указанных около каждой кривой, приведен на рис. 2б. Отметим, что в среде с насыщением ϵ максимальный угол поворота излучения может превышать 180° (кривые $m=1, a=5$ и $m=2, a=10$ на рис. 2б); в этом случае даже при «обтекании» идеально тонкой пластины должна возникнуть отраженная от «тыльной» стороны пластины волна.

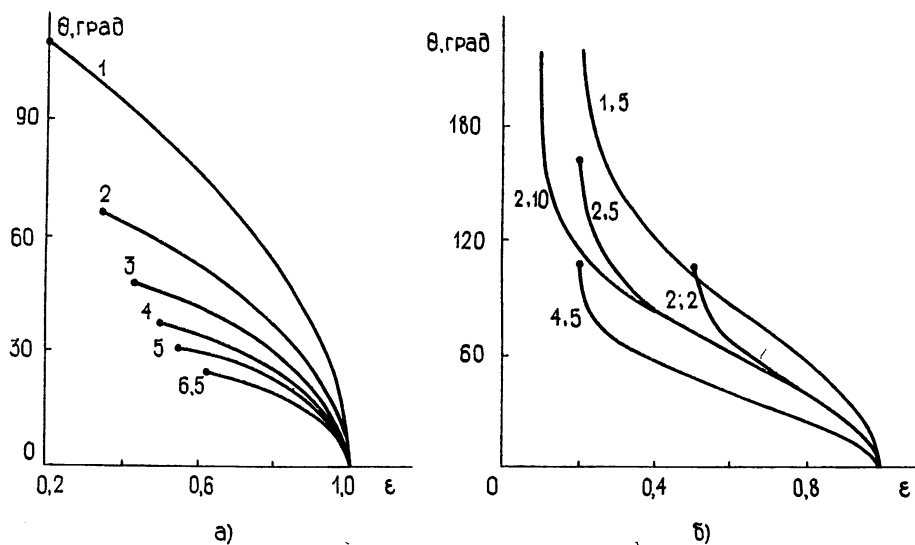


Рис. 2.

Обсудим границы применимости приближения НГО. Количественный анализ дифракционных полей в рассматриваемой задаче представляет значительные трудности, поэтому мы ограничимся качественными оценками. Как и в линейном случае клиновидно-слоистой среды, НГО неприменима в области, где угловые градиенты ϵ велики. Граница этой области определяется условием

$$r(\theta) \approx \frac{\lambda}{n^2(\theta)} \frac{dn}{d\theta} = \frac{\lambda}{n} \sqrt{\frac{In'(I)}{n + In'(I)}} \quad (4)$$

и показана на рис. 1а, б штриховой линией, охватывающей вершину клина. Согласно (4) радиус этой области максимален на характеристике C_n и минимален — на C_k . Если лучи после поворота касаются второй грани клина (рис. 1а), то всюду вне области (4) главный член поля описывается НГО, а дифракционная поправка, обусловленная цилиндрической волной, излученной ребром клина и прошедшей область сильной неоднородности, оказывается малой. Если же лучи после поворота не достигают второй грани клина (рис. 1б), то НГО неприменима также в зоне тени, отделенной от области лучей характеристикой C_k , и в зоне полутени, граница которой показана на рис. 1б штриховой линией, охватывающей C_k . Вследствие поперечной диффузии лучевой амплитуды поле из зоны полутени должно проникать в зону тени [8]. Однако в отличие от линейной задачи дифракции плоской волны на клине компоненты поля НГО на границе света и тени равны нулю. Поэтому дифракционные эффекты в зонах полутени и тени в нелинейном случае должны быть выражены слабее по сравнению с линейным. Качественно оценить связь дифракционных эффектов в области границы света и тени с характером нелинейности среды можно из анализа структуры уравнения параболического типа. Для опре-

деленности рассмотрим случай клина с бесконечным импедансом граней. Введем угловую переменную $\varphi = \theta_k - \theta$ и представим поле E_z в окрестности характеристики C_k в виде $(U(\varphi) + A(r, \varphi)) \exp(-ik_0 S(r, \varphi))$, где U и S — амплитуда и фаза поля в приближении НГО. Для степенной нелинейности $U(\varphi) = q^{1/m} \varphi^{2/m} + O(\varphi^{2+2/m})$, $q = m\epsilon_0/4$, $S(r, \varphi) = r(f_0 + f_1 \varphi + O(\varphi^2))$. Предполагая, что $|A| \ll U$, $|A''_{rr}| \sim |A'_r|/r \ll |A''_{\varphi\varphi}|/r^2$, получим линеаризованное неоднородное уравнение параболического типа для поправки к геометрическому полю A :

$$2ik_0 f_0 A'_r + \frac{2ik_0 f_1}{r} A'_\varphi - \frac{1}{r^2} A''_{\varphi\varphi} = \frac{1}{r^2} U''_{\varphi\varphi}. \quad (5)$$

Величина дифракционного поля определяется источником в правой части (5). Учитывая, что $U''_{\varphi\varphi} = 2(2-m)m^{-2} q^{1/m} \varphi^{2(1-m)m^{-1}} + O(\varphi^{2/m})$, видим, что при $\varphi \rightarrow 0$ $U''_{\varphi\varphi} \rightarrow 0$ для $m < 1$ и $m = 2$, $U''_{\varphi\varphi} \rightarrow \text{const}$ для $m = 1$, $U''_{\varphi\varphi} \rightarrow \infty$ для $m > 1$, $m \neq 2$. Таким образом, дифракционные эффекты должны наиболее сильно сказываться при показателе m , лежащем в пределах $1 < m < 2$ и $m > 2$.

Отметим также, что в приближении НГО, как и в газовой динамике [2, 9], можно рассмотреть задачу дифракции плоской волны на клине со скругленной кромкой; при этом сохраняются отмеченные выше качественные закономерности поворота сильной электромагнитной волны вокруг клина. Очевидное частное решение этой задачи для заданной интенсивности падающей волны сразу следует из рассмотренного выше, если выбрать форму кромки, совпадающей с траекторией луча. Кривизна кромки всегда может быть подобрана такой, чтобы условие применимости НГО, следующее из (4), было справедливо всюду в освещенной области.

Полученные результаты представляют интерес для постановки экспериментов по обнаружению указанного эффекта в дефокусирующих средах. Приведем оценку возможности реализации этого эффекта в термически ионизованной воздушной плазме с параметрами $T = 4000$ К, $\rho = 1,29 \cdot 10^{-5}$ г/см³. При этом начальная концентрация электронов $N_0 \sim 1,7 \cdot 10^{12}$ см⁻³, частота соударений $\nu \sim 10^{10}$ с⁻¹. Линейная диэлектрическая проницаемость на длине волны $\lambda = 4$ мм близка к единице ($\sim 0,975$), а потери малы ($\nu \sim 0,02 \omega$). Плазменное поле равно $E_p \sim 220$ В/см и уже при $E \sim E_p$ времена рекомбинации $\tau_r \sim 1/\alpha_r N_0$ и ионизации $\tau_i \sim 1/\nu_i$ оказываются одного порядка, а именно, порядка 10^{-4} с. Оценим изменение N из упрощенного уравнения баланса $\dot{\nu}_i - \alpha_r N = 0$, справедливого при $N \gg N_0$, $t \gg \tau_i$, τ_r . В воздушной плазме $\alpha_r \sim (T_e)^{-3/2}$ [10], $T_e \sim E^{4/7}$ при $E \gg E_p$ и аппроксимации $\delta(T_e)$, принятой в [11], $\nu_i \sim E^2$ согласно экспериментальным данным [12]. С учетом конкретных аппроксимаций $\delta(E)$, $\alpha_r(E)$, $\nu_i(E)$ приходим к закону $\epsilon \sim 1 - (E/E_m)^3$, где $E_m \sim 1,5$ кВ/см. Таким образом, при $E \sim 880$ В/см (плотности потока энергии ~ 1 кВт/см²) $\epsilon \sim 0,8$ и угол поворота излучения должен составлять $\sim 30^\circ$ (см. рис. 2а). Для данного примера в соответствии с (4) приближение НГО должно быть пригодно при $r > 0,55\lambda$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ахмапов С. А., Сухоруков А. П., Хохлов Р. В. — УФН, 1967, 93, № 1, с. 19.
2. Уизем Д. Линейные и нелинейные волны. — М.: Мир, 1977.
3. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1973.
4. Басс Ф. Г., Гуревич Ю. Г. Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда. — М.: Наука, 1975.
5. Багдасарян О. В., Пермьяков В. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1978, 21, № 9, с. 1952.
6. Орлов Ю. И. — Радиотехника и электроника, 1966, 11, № 6, с. 1125.
7. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. — М.: Наука, 1980.
8. Малюжинец Г. Д. Дифракция волн. В кн.: Физический энциклопедический словарь. — М.: Изд. Советская энциклопедия, 1960, т. 1, с. 606.
9. Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. — М.: Наука, 1980.
10. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М.: Наука, 1966.
11. Пермьяков В. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1977, 20, № 1, с. 146.
12. Maughan J. T., De Vogre R. V. — J. Appl. Phys., 1968, 39, p. 5746.