

$$\rho(J) = \left(1 - \frac{\alpha B}{\alpha^2 + \beta^2} J\right) \exp\left(-i \frac{\beta B}{\alpha^2 + \beta^2} J\right). \quad (5)$$

Здесь учтено $A = \alpha - i\beta$, знак величины B определяется знаком ϵ_2

3. Применение граничных условий при искаженном внутреннем поле вносит в решение задачи известные усложнения, поскольку граничные условия выступают как условия самосогласования. Эти трудности можно обойти, однако, с помощью формального подхода к задаче, если граничные условия для линейной задачи представить в виде (сферические координаты)

$$\left. \begin{aligned} \rho E_{\theta,\varphi}^i + \rho E_{\theta,\varphi}^s &= \rho E_{\theta,\varphi}^w \equiv E_{\theta,\varphi}^w \\ RH_{\theta,\varphi}^i + RH_{\theta,\varphi}^s &= RH_{\theta,\varphi}^w \equiv H_{\theta,\varphi}^w \end{aligned} \right\} r = a; \quad (6)$$

левая часть соотношений (6) может рассматриваться как искаженное дифрагированное поле на поверхности $r=a$. Поскольку для рассматриваемой задачи ($q \ll 1$) функции ρ и R не зависят от координат, искаженное рассеянное поле в произвольной точке вне сферы получается из дифрагированного вычитанием падающего:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{\theta,\varphi}^s &= \rho E_{\theta,\varphi}^s - E_{\theta,\varphi}^i = \rho E_{\theta,\varphi}^s + (\rho - 1) E_{\theta,\varphi}^i, \\ \tilde{H}_{\theta,\varphi}^s &= RH_{\theta,\varphi}^s - H_{\theta,\varphi}^i = RH_{\theta,\varphi}^s + (R - 1) H_{\theta,\varphi}^i. \end{aligned} \quad (7)$$

Существенная деталь решения (7) состоит в появлении дополнительных компонент в направлении падающего поля в зависимости от знака ϵ_2 (это следует из (5)) имеет место либо дополнительное ослабление падающего излучения, либо «просветление» мелкодисперсной среды в направлении вперед.

4. Проведенное выше исследование представляет известный интерес в изучении вопроса о самовоздействии волн в задачах по рассеянию излучения на частицах. Это обусловлено тем, что в частицах достаточно больших размеров возможно накопление нелинейных эффектов; с другой стороны, эти эффекты (изменение поляризации рассеянной волны, возможное образование пространственных солитонов и др) существенно отличаются от эффектов при тепловом самовоздействии и, следовательно, могут быть предметом экспериментального изучения

ЛИТЕРАТУРА

1. Борн М, Вольф Э Основы оптики — М: Наука, 1970.
2. Зуев В Е, Копытин Ю Д, Кузиковский А В Нелинейные оптические эффекты в аэрозолях — Новосибирск: Наука, 1980.
3. Ахманов С А, Хохлов Р В Проблемы нелинейной оптики — М: изд АН СССР, 1964
4. Виноградова М Б, Руденко О В, Сухоруков А П. Теория волн — М: Наука, 1979.
5. Лугин Э В Тезисы докладов VI Всесоюзного симпозиума по распространению лазерного излучения в атмосфере. — Томск, 1981, ч III, с 155.
6. Стрэттон Дж А Теория электромагнетизма — М.—Л: Гостехиздат, 1948

Сибирский физико-технический институт
при Томском университете

Поступила в редакцию
6 апреля 1983 г.,
после доработки
28 июля 1983 г.

УДК 538 574

О РАССЕЯНИИ ВОЛН НА СЛУЧАЙНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЯХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУР

Ю. К Богатырев

В решении задач о распространении и взаимодействии волн в случайно-неоднородных линейных средах важнейшим является этап определения потерь, связанных с рассеянием энергии волн на неоднородностях. Аналогичная ситуация имеет место и в нелинейных случаях, в особенности, когда влияние неоднородности доминирует над влиянием нелинейности, и в уравнениях первого приближения для амплитуд среднего поля взаимодействующих волн эти потери учитываются независимыми от нелинейности членами [1, 3, 4]. Это обстоятельство позволяет рассматривать определение потерь на рассеяние и, как следствие, установление связи между дисперсией

параметров среды и параметрами волн, как самостоятельную квазилинейную задачу, результаты решения которой естественно использовать затем для построения нелинейного приближения

В настоящей работе найдены потери на рассеяние волн, типичные для случайно-неоднородных волновых периодических структур, неоднородности которых дискретны или сосредоточены в узких слоях (границах), много меньших периода структуры. Таких, например, как кристаллические и полупроводниковые решетки, доменные и токопленочные структуры, замедляющие и параметрические системы. Технология их изготовления допускает случайный разброс как характеристик неоднородностей (в особенности, емкостных параметров), так и периодичность их следования, практический учет которых необходим. В обоих случаях случайные флуктуации величины вносят свои особенности в описание волновых процессов. Так, в первом случае это приводит к появлению случайно-меняющихся коэффициентов при ряде членов

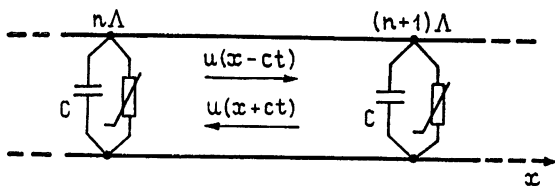


Рис. 1

исходных уравнений, во втором — к флуктуациям аргументов переменных величин (полей), поэтому оба случая требуют раздельного рассмотрения. Заметим, что несмотря на многообразие физических реализаций периодических структур, наиболее существенные стороны волновых процессов определяются здесь лишь небольшим числом обобщенных параметров, таких, например, как соотношение между длиной ра-

бочей волны и периодом структуры, числом степеней свободы элементарного периода. Поэтому выяснение этих особенностей целесообразно на простой модели, легко реализуемой экспериментально

В качестве такой модели периодической структуры в данной работе выбрана цепочка дискретных неоднородностей соединенных отрезками электромагнитных линий передачи (рис. 1) При этом рассматривается лишь случай флуктуаций емкостного параметра неоднородностей.

В приближении ТЕМ-электромагнитных волн волновые процессы в структуре (рис. 1) описываются системой уравнений

$$\begin{aligned} u_n(t) - u_{n+1}(t + t_0) &= (\rho C/2) (d/dt) [u_n(t) + v_n(t)] + \mu^2 F_1 \{ \dots \}, \\ v_n(t) - v_{n+1}(t - t_0) &= -(\rho C/2) (d/dt) [u_n(t) + v_n(t)] + \mu^2 F_2 \{ \dots \}, \end{aligned} \quad (1)$$

где u_n, v_n — встречные волны напряжения в сечениях $n=x/\Lambda$ (Λ — период структуры), t_0 — время прохождения волной расстояния Λ , ρ — волновое сопротивление линии, $F_{1,2} \{ \dots \}$ — функции, характеризующие нелинейные свойства неоднородностей, $\mu \ll 1$ — малый безразмерный параметр

Предполагая, что входная емкость $C = C_0 + \delta C(n)$ нелинейных элементов (рис. 1) имеет случайно-изменяющуюся составляющую $\delta C(n)$, и следуя процедуре, изложенной в [2], представим u_n, v_n в виде суммы

$$u_n = \langle u_n \rangle + u'_n, \quad v_n = \langle v_n \rangle + v'_n \quad (2)$$

среднестатистических $\langle \dots \rangle$ и флуктуирующих компонент.

Подставив далее (2) в (1) и усреднив по ансамблю неоднородностей, получим уравнения для средних

$$\begin{aligned} \langle u_n(t) \rangle - \langle u_{n+1}(t + t_0) \rangle &= \langle \Phi_1 \rangle, \\ \langle v_n(t) \rangle - \langle v_{n+1}(t - t_0) \rangle &= -\langle \Phi_1 \rangle, \\ \langle \Phi_1 \rangle &= (\rho C_0/2) (d/dt) [\langle u_n(t) \rangle + \langle v_n(t) \rangle] + \nu(n, t), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\nu(n, t) = (\rho \langle \delta C(n) \rangle / 2) (d/dt) [u'_n(t) + v'_n(t)],$$

и флуктуирующих

$$u'_n(t) - u'_{n+1}(t + t_0) = \Phi_2, \quad v'_n(t) - v'_{n+1}(t - t_0) = -\Phi_2, \quad (4)$$

$$\Phi_2 = \frac{\rho C_0}{2} \frac{d}{dt} \left\{ [u'_n(t) + v'_n(t)] + \frac{\delta C(n)}{C_0} [\langle u_n(t) \rangle + \langle v_n(t) \rangle] \right\}$$

составляющих в приближении $\delta C(n)/C_0 \sim \mu$, $u'_n/\langle u_n \rangle$, $v'_n/\langle v_n \rangle \sim \mu$. Члены типа $[\delta C(n) u'_n - \delta C(n) v'_n] \sim \mu^4$ не учитывались.

Нетрудно видеть, что именно коэффициент $\nu(n, t)$ в (3) содержит связь между параметрами структуры, в том числе $\langle \delta C(n) \rangle$, и параметрами взаимодействующих

волн. Он может быть найден путем решения (3), (4), что в общем случае затруднительно, однако для класса квазигармонических волн $\langle u_n \rangle, \langle v_n \rangle \sim \exp[j(\omega t - kn)]$ вместо $v(n, t)$ достаточно определить ее фурье-компоненту $v(\omega, k)$. Для этого из (4) найдем сумму $u'(\omega, k) + v'(\omega, k)$, а затем путем обратного фурье-преобразования — ее оригинал $u_n(t) + v_n(t)$ и, следовательно, коэффициент

$$v(n, t) = \frac{\rho^2 \langle \delta C^2(n) \rangle}{16 \pi^2} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \frac{j\omega \sin \omega t_0}{D(\omega, k)} \gamma_N(\eta) \frac{\partial}{\partial t} [u(t - x, n - \eta) + v(t - x, n - \eta) \times \\ \times e^{j(\omega x - k\eta)} dx d\eta d\omega dk.$$

Здесь введены новые переменные $x = t - \tau$, $\eta = n - \xi$ и выделена нормированная функция корреляции $\gamma_N(\eta) = \langle \delta C(n) \delta C(n - \eta) \rangle / \delta C^2(n)$, $D(\omega, k) = \cos k - \cos \omega t_0 + \omega \rho C_0 \sin \omega t_0 / 2$ — дисперсионная характеристика структуры. После несложных преобразований подынтегральных выражений вновь находим спектральную компоненту $v(\omega, k) = \bar{v}(\omega, k) [\langle u(\omega, k) \rangle + \langle v(\omega, k) \rangle]$, где постоянная

$$\bar{v}(\omega, k) = \frac{\rho^2 \omega^2 \langle \delta C^2(n) \rangle}{16 j \pi^2} |\sin \omega t_0| \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\gamma_N(\eta) e^{-j(k-\bar{k})\eta}}{D(\omega, \bar{k})} d\eta d\bar{k} \quad (5)$$

характеризует потери рассеяния волн на случайных неоднородностях.

Как и следовало ожидать, коэффициент $\bar{v}(\omega, k)$, полученный здесь для структуры с бесконечной степенью свободы элемента периода, подобен найденному в [4] для структур с одной степенью свободы. Однако имеется и принципиальное отличие, заключающееся в появлении множителя $|\sin \omega t_0|$ ($\omega t_0 = 2\pi\Lambda/\lambda$), учитывающего соотношение между периодом структуры Λ и длиной волны λ . Этот множитель, по существу, характеризует «состояние» фазы встречных волн на неоднородностях структуры. Предельным значениям $|\sin(2\pi\Lambda/\lambda)|$, равным 0 и 1, соответствует факт положения нулей и максимумов суммы волн $u + v$ на неоднородностях (при реализации нелинейных стоячих волн $u = v$). В первом случае рассеяние волн отсутствует, во втором — максимально. Конкретная зависимость $\bar{v}(\omega, k)$ в (5) определяется видом корреляционной функции $\gamma_N(\eta)$, которую необходимо задать, учитывая особенности конкретной физической реализации структуры.

Автор признателен В. В. Тамойкину за полезное обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Ахманов С. А., Чиркин А. С. Статистические явления в нелинейной оптике. — М.: Гос ун-т, 1971.
- 2 Канер Э. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1959, 2, № 6, с. 827.
- 3 Тамойкин В. В., Файнштейн С. М. — ЖЭТФ, 1972, 62, № 1, с. 213; 1973, 63, № 2, с. 505.
- 4 Богатырев Ю. К., Файнштейн С. М., Ямпурин Н. П. — Радиотехника и электроника, 1977, 22, № 9, с. 1866.

Горьковский политехнический институт

Поступила в редакцию
25 февраля 1983 г.,
в окончательном варианте
30 мая 1983 г.

УДК 535.31

ЭФФЕКТ ПОВОРОТА ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ВОКРУГ КЛИНА В ДЕФОКУСИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ — АНАЛОГ ЦЕНТРИРОВАННОЙ ВОЛНЫ РАЗРЕЖЕНИЯ В ГАЗОВОЙ ДИНАМИКЕ

В. А. Пермяков

Для анализа распространения мощного излучения в дефокусирующей среде может быть использована аналогия уравнений нелинейной геометрической оптики (НГО) и газовой динамики (ГД) [1, 2]. В двумерном случае интегралы уравнений НГО на характеристиках выписываются в явном виде для произвольной зависимости показателя преломления среды n от интенсивности поля I :

$$\theta = \pm \int_{z_n}^z (\sqrt{M^2(n) - 1/n}), \quad M(n) = \sqrt{-n(I)/In'(I)}. \quad (1)$$