

## САМОВОЗДЕЙСТВИЕ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛН В РЭЛЕЕВСКОМ РАССЕЯНИИ

Э. В. Лугин

1. Рассмотрено взаимодействие линейно-поляризованной плоской монохроматической волны с изотропной немагнитной сферической частицей, обусловленное зависимостью диэлектрической постоянной вещества частицы от величины интенсивности излучения. Внутреннее поле, определяемое теорией рассеяния Ми [1], изменяется в результате самовоздействия оптических волн, и ставится задача об определении в этих условиях рассеянного поля. В отличие от подхода к задаче при тепловом самовоздействии (см., например, [2]) предполагается, что искажение внутреннего поля может быть объяснено механизмом различной физической природы. Рассматриваемый случай малых частиц (рэлеевское приближение) позволяет для определения нелинейного внутреннего поля применить скалярное приближение в описании эффектов самовоздействия оптических волн для изотропных сред, применение граничных условий для касательных составляющих падающего ( $i$ ), внутреннего ( $\omega$ ) и рассеянного ( $s$ ) полей на границе раздела позволяет записать измененное рассеянное поле.

2. Исходным пунктом для решения нелинейной дифракционной задачи служат уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} - ik_0 \mathbf{H} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} + ik_0 (\epsilon_L + \epsilon_{NL}) \mathbf{E} = 0, \quad (1)$$

где  $\epsilon_L = \epsilon_0 + i \epsilon_1 = (n + i \kappa)^2$ ,  $k_0 = \omega/c$ ; в условиях стационарного самовоздействия  $\epsilon_{NL}(\omega, \mathbf{r}) = \epsilon_{NL}(|\mathbf{E}(\omega, \mathbf{r})|^2)$  [3,4]. Решение соответствующей линейной задачи (при  $\epsilon_{NL} \rightarrow 0$ ) удовлетворяет уравнениям

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} - ik_0 \mathbf{H} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} + ik_0 \epsilon_L \mathbf{E} = 0 \quad (2)$$

и предполагается известным.

Между линейным и нелинейным полями допускается скалярная связь:

$$\mathbf{E}(\omega, \mathbf{r}) = \rho(J) \mathbf{E}(\omega, \mathbf{r}), \quad (3)$$

где  $\rho$  — скалярная (комплексная) функция от квадратичной величины  $J = |\mathbf{E}(\omega, \mathbf{r})|^2$ ,  $\epsilon_{NL} = \epsilon_{NL}(|\rho|^2 J)$  [5]. Скалярное приближение (3) предполагает, что решение линейной задачи есть электромагнитная волна с одинаковой фазовой зависимостью от радиуса-вектора для всех компонент электрического поля, существенно также, чтобы это решение допускало представление о локальной поперечности поля. Последнее обстоятельство позволяет оговорить направление  $\operatorname{grad} \rho = (d\rho/dJ) \operatorname{grad} J$  в каждой точке  $\mathbf{r}$  с направлением вектора Пойнтинга  $\mathbf{S}$  линейной задачи, при этом  $J \sim |\mathbf{S}|$ . Указанным условиям удовлетворяет достаточно широкий класс линейных задач, связанных с переносом излучения в неограниченных средах. В дифракционных задачах поле внутри вещества ведет себя довольно сложным образом, однако рэлеевское рассеяние — как предельный случай в теории рассеяния Ми — дает пример, когда структура внутреннего поля слабо отличается от падающего (плоская волна) в пределах рассеивающего объема (параметр  $q = k_0 a \ll 1$ ,  $a$  — радиус частицы). Отметим также, что выбор подстановки (3) в общем случае обеспечивает как возможное вращение эллипса (круга) поляризации линейного поля, так и изменение его амплитуды.

Уравнение для функции  $\rho(J)$  следует из (1)–(3) и теоремы Пойнтинга [6]  $\operatorname{grad} J = -(\sigma + \operatorname{div} \mathbf{n}) J \mathbf{n}$ ,  $\sigma = 2k_0 \kappa$ ,  $\mathbf{n} = \mathbf{S}/|\mathbf{S}|$ ; для кубической нелинейности ( $\epsilon_{NL} = \epsilon_2 |\rho|^2 J$ ) оно имеет вид

$$J \rho'' + A \rho' + B |\rho|^2 \rho = 0, \quad (4)$$

$$\rho' \equiv \frac{d\rho}{dJ}, \quad A = 1 + \frac{\sigma}{\sigma_{\text{эфф}}} - \frac{(n, \nabla^2 \text{эфф})}{\sigma_{\text{эфф}}^2} - 2l \frac{(n, \nabla \psi)}{\sigma_{\text{эфф}}},$$

$\sigma_{\text{эфф}} = \sigma + \operatorname{div} \mathbf{n}$ ,  $B = (k_0/\sigma_{\text{эфф}})^2 \epsilon_2$ ,  $\psi$  — фазовая функция линейного поля (одинаковая, по предположению, для всех компонент  $E^w$ -поля). Развиваемый метод не охватывает, таким образом, случай совершенно прозрачных сред ( $\sigma=0$ ), в которых распространяется плоская волна ( $\operatorname{div} \mathbf{n} = 0$ ).

Компоненты искаженного внутреннего поля получаются из (3) и выражения для магнитного поля  $\mathbf{H} = [\rho - (\sigma_{\text{эфф}}/ik_0)(|E|/|H|)J\rho'] \mathbf{H} \equiv \mathbf{RH}$ , в которых функция  $\rho$  определена как решение (4) при условии  $\rho(\epsilon_2=0) = 1$ . Отметим, что решение (4) существенно зависит (кроме знаков  $\epsilon_2$ ) от знака величины  $\operatorname{div} \mathbf{n}$ , т. е. является лучок света в линейной среде сходящимся или расходящимся в окрестности  $\mathbf{r}$ ; редукции приводят (4) к уравнениям типа Эмдена—Фаулера. Представив модуль и аргумент функции  $\rho(J)$  в виде действительных рядов и ограничившись первыми по  $J$  членами в этих разложениях, получим

$$\rho(J) = \left(1 - \frac{\alpha B}{\alpha^2 + \beta^2} J\right) \exp\left(-i \frac{\beta B}{\alpha^2 + \beta^2} J\right). \quad (5)$$

Здесь учтено  $A = \alpha - i\beta$ , знак величины  $B$  определяется знаком  $\epsilon_2$

3. Применение граничных условий при искаженном внутреннем поле вносит в решение задачи известные усложнения, поскольку граничные условия выступают как условия самосогласования. Эти трудности можно обойти, однако, с помощью формального подхода к задаче, если граничные условия для линейной задачи представить в виде (сферические координаты)

$$\left. \begin{aligned} \rho E_{\theta,\varphi}^i + \rho E_{\theta,\varphi}^s &= \rho E_{\theta,\varphi}^w \equiv E_{\theta,\varphi}^w \\ RH_{\theta,\varphi}^i + RH_{\theta,\varphi}^s &= RH_{\theta,\varphi}^w \equiv H_{\theta,\varphi}^w \end{aligned} \right\} r = a; \quad (6)$$

левая часть соотношений (6) может рассматриваться как искаженное дифрагированное поле на поверхности  $r=a$ . Поскольку для рассматриваемой задачи ( $q \ll 1$ ) функции  $\rho$  и  $R$  не зависят от координат, искаженное рассеянное поле в произвольной точке вне сферы получается из дифрагированного вычитанием падающего:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{\theta,\varphi}^s &= \rho E_{\theta,\varphi}^s - E_{\theta,\varphi}^i = \rho E_{\theta,\varphi}^s + (\rho - 1) E_{\theta,\varphi}^i, \\ \tilde{H}_{\theta,\varphi}^s &= RH_{\theta,\varphi}^s - H_{\theta,\varphi}^i = RH_{\theta,\varphi}^s + (R - 1) H_{\theta,\varphi}^i. \end{aligned} \quad (7)$$

Существенная деталь решения (7) состоит в появлении дополнительных компонент в направлении падающего поля в зависимости от знака  $\epsilon_2$  (это следует из (5)) имеет место либо дополнительное ослабление падающего излучения, либо «просветление» мелкодисперсной среды в направлении вперед.

4. Проведенное выше исследование представляет известный интерес в изучении вопроса о самовоздействии волн в задачах по рассеянию излучения на частицах. Это обусловлено тем, что в частицах достаточно больших размеров возможно накопление нелинейных эффектов; с другой стороны, эти эффекты (изменение поляризации рассеянной волны, возможное образование пространственных солитонов и др) существенно отличаются от эффектов при тепловом самовоздействии и, следовательно, могут быть предметом экспериментального изучения

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Борн М, Вольф Э Основы оптики — М: Наука, 1970.
2. Зуев В Е, Копытин Ю Д, Кузиковский А В Нелинейные оптические эффекты в аэрозолях — Новосибирск: Наука, 1980.
3. Ахманов С А, Хохлов Р В Проблемы нелинейной оптики — М: изд АН СССР, 1964
4. Виноградова М Б, Руденко О В, Сухоруков А П. Теория волн — М: Наука, 1979.
5. Лугин Э В Тезисы докладов VI Всесоюзного симпозиума по распространению лазерного излучения в атмосфере. — Томск, 1981, ч III, с 155.
6. Стрэттон Дж А Теория электромагнетизма — М.—Л: Гостехиздат, 1948

Сибирский физико-технический институт  
при Томском университете

Поступила в редакцию  
6 апреля 1983 г.,  
после доработки  
28 июля 1983 г.

УДК 538 574

#### О РАССЕЯНИИ ВОЛН НА СЛУЧАЙНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЯХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУР

Ю. К Богатырев

В решении задач о распространении и взаимодействии волн в случайно-неоднородных линейных средах важнейшим является этап определения потерь, связанных с рассеянием энергии волн на неоднородностях. Аналогичная ситуация имеет место и в нелинейных случаях, в особенности, когда влияние неоднородности доминирует над влиянием нелинейности, и в уравнениях первого приближения для амплитуд среднего поля взаимодействующих волн эти потери учитываются независимыми от нелинейности членами [1, 3, 4]. Это обстоятельство позволяет рассматривать определение потерь на рассеяние и, как следствие, установление связи между дисперсией