Если поляризационного вырождения нет, то для того же закона изменения концентрации $N \sim v = a_1 + b_1 z$ (при $H_0 = \mathrm{const}$ это соответствует случаю отсутствия поляризационного вырождения) из выражения (7) получаем

$$R_{12,21} \cong \sqrt{\frac{2\pi (v-1) v}{k_0 \gamma}} \cos\alpha \exp(\mp i k_0 \psi_p \pm i\pi/4).$$

Таким образом, величина эффекта взаимодействия в рассматриваемом случае существенно отличается от коэффициента трансформации в отсутствие поляризационного вырождения. В частности, в этом случае $|R_{ij}| \sim \gamma^{-3/2}$ и не зависит от угла наклона внешнего магнитного поля α. В отсутствие же поляризационного вырождения $|R_{ij}| \sim \gamma^{-1/2}$ и зависит от угла α

Наряду с рассмотренным случаем указанные особенности поведения коэффициентов трансформации могут иметь место для взаимодействующих мод квазисферических волноводов в ионосфере (несохранение адиабатического инварианта [8]) и в ряде других физических задач

ЛИТЕРАТУРА

1 Яшин Ю Я, Яшнов В. А — Изв. вузов — Радиофизика, 1982, **25**, № 5, с. 536.
2. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967.
3. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. — М.: Мир, 1978, т I.
4. Федорюк М. В. Метод перевала. — М.: Наука, 1977.
5 Кравцов Ю. А, Орлов Ю И. Геометрическая оптика неоднородных сред. — М.: Наука, 1980.
6. Zener C. — Proc. Roy. Soc., 1932, **A 137**, p. 696.
7. Ландау Л. Д, Лифшиц Е М. Квантовая механика. — М: Физматгиз, 1974.
8. Гуревич А В., Цедилина Е. Е. Сверхдальнее распространение коротких радиоволн. — М.: Наука, 1979.
9. Budden K. G. — Proc. Roy. Soc., 1952, **A 215**, p. 215.
10. Железняков В. В. Электромагнитные волны в космической плазме. — М.: Наука, 1977.

Горьковский институт инженеров водного транспорта

Поступила в редакцию 26 декабря 1983 г.

УДК 621 372.81

К ВОПРОСУ О ГРАНИЦАХ ПРИМЕНИМОСТИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ В ПЛОСКОСЛОИСТЫХ ВОЛНОВОДАХ

А. Л. Вировлянский

Хорошо известно [1], что поле (речь идет о скалярных полях) монохроматического точечного источника в плоскослоистом волноводе можно представить в виде

$$p(r, z) = \frac{B}{\sqrt{r}} \sum \psi_m(0)\, \psi_m(z) \exp(i k_m r) . \tag{1}$$

Здесь использована цилиндрическая система координат (r, φ, z) с центром в источнике. Ось z совпадает с направлением изменения показателя преломления. Функция $p(r, z)$ — величина поля в точке наблюдения (r, z) (по углу φ — полная симметрия, временной множитель опущен), B — константа, $\psi_m(z)$ — зависимость от z m-й моды Суммирование в (1) идет по всем распространяющимся модам. Геометрическая оптика дает другое представление для величины $p(r, z)$, а именно [2]

$$p(r, z) = \sum_n A_n(r, z) \exp[i\varphi_n(r, z)] , \tag{2}$$

где суммирование идет по всем лучам, соединяющим источник и точку наблюдения, причем A_n — амплитуды лучей, а φ_n — их эйконалы.

С помощью формулы суммирования Пуассона можно показать [3], что выражение (2) по сути дела эквивалентно (1), если, во-первых, при вычислении φ_n учтены скачки фазы на каустиках и, во-вторых, величины $\psi_m(z)$ и k_m взяты в приближении ВКБ. Отсюда ясна причина нарушения применимости приближения геометрической оптики на длинных трассах [1, 4]. Источником накапливающихся ошибок является отличие

ВКБ приближений k_m от их точных значений Очевидно, выражение для полного поля $p(r, z)$, вычисленное с помощью формул геометрической оптики, становится неприменимым на расстояниях $r \gtrsim r_{\text{кр}} = \pi/\varepsilon_{m_1}$, где ε_m — разность точного и приближенного значений k_m для m-й моды, m_1 — наименьший из номеров мод, эффективно возбуждаемых источником. Величина ε_m обычно убывает с ростом m как $m^{-\alpha}$ (с $\alpha>1$). В частности, для волновода с линейно зависящим от z показателем преломления $\alpha=4/3$ [1]

Расстояние $r_{\text{кр}}$ обычно невелико (для гидроакустических волноводов, например, конкретные оценки см в [4]). Однако можно показать (в этом и состоит цель данной заметки), что отдельные слагаемые в (2) правильно описывают некоторые величины, характеризующие отдельные лучи, на расстояниях, существенно превышающих $r_{\text{кр}}$. Основанием для такого утверждения служит тот сравнительно недавно выясненный факт [5, 6], что вклады в суммарное поле некоторых лучей с большой точностью можно отождествить с вкладами групп мод с близкими номерами. Другими словами для n-го луча можно указать такие числа $m(n, r, z)$ и $\Delta m(n, r, z)$, что

$$A_n e^{i\varphi_n} \simeq \frac{B}{\sqrt{r}} \sum_{m-\Delta m}^{m+\Delta m} \psi_\mu(0)\, \psi_\mu(z)\, e^{ik_\mu r}. \qquad (3)$$

При выводе этой формулы использованы ВКБ приближения для ψ_μ и k_μ. Величины m и Δm подбираются так, чтобы для μ из интервала $(m-\Delta m,\ m+\Delta m)$ фигурирующие в (3) слагаемые складывались почти в фазе [5, 6] Из-за отличия k_μ от их точных значений, начиная с некоторых r, разности фаз соседних мод из данной группы начнут отличаться от значений, вычисленных в приближении ВКБ. В качестве оценки этого расстояния, очевидно, следует взять $r'_{\text{кр}} = \pi/[\varepsilon(m+\Delta m)-\varepsilon(m)]$. Заменяя $\varepsilon(m+\Delta m)-\varepsilon(m)$ на $(d\varepsilon_m/dm)\Delta m$ и полагая $\varepsilon_m \sim m^{-\alpha}$, где $\alpha>1$, получим $r'_{\text{кр}} = m r_{\text{кр}}/\Delta m$. Поскольку Δm всегда много меньше m, то $r'_{\text{кр}} \gg r_{\text{кр}}$. Вплоть до $r \approx r'_{\text{кр}}$ геометрическая оптика дает правильное выражение для амплитуды луча A_n. Выражение для φ_n ($\varphi_n = k_m r +$ слагаемое, слабо зависящее от r) становится не справедливо на гораздо более коротких трассах, а именно при $r \approx \pi/\varepsilon_m$, т. е. примерно там же, где и выражение для полного поля.

Если в волноводах фазовая скорость импульсного сигнала, бегущего вдоль луча, совпадает с групповой, то при $r \approx r'_{\text{кр}}$ остается в силе еще одно из предсказаний геометрической оптики. Речь идет о времени прихода луча, т. е. времени пробега вдоль луча узкополосного импульса, излученного точечным источником Это время равно φ_n/ω (ω — центральная частота излученного сигнала) [2] То обстоятельство, что при вычислении φ_n погрешность достигает нескольких π, препятствует правильному описанию интерференции лучей, но приводит лишь к малой ошибке (существенно меньшей длительности импульса) при вычислении времени прихода луча

При $r > r'_{\text{кр}}$ из-за отклонений от приближения ВКБ уже не все моды из упомянутой выше группы будут эффективно складываться. Однако вплоть до $r \approx r''_{\text{кр}} = \pi(d\varepsilon_m/dm)^{-1}$ хотя бы несколько ближайших к m-й мод будут складываться в фазе, давая заметное увеличение амплитуды по сравнению с амплитудой одной моды Поэтому при $r \approx r''_{\text{кр}}$ еще можно говорить о реальном существовании данного луча, причем время его прихода правильно предсказывается в приближении геометрической оптики

Важно понимать, что выражение (3), а вместе с ним и все высказанные выше соображения, справедливо лишь для части лучей, приходящих в точку наблюдения [7].

Кратко резюмируя сказанное, можно утверждать следующее. По мере удаления от точечного источника формулы геометрической оптики для величин, характеризующих волновое поле, перестают быть справедливыми В первую очередь становится неверным выражение для величины полного поля, затем выражения для амплитуд лучей, и, наконец, выражения для времен приходов лучей (последнее было показано только для волноводов в недиспергирующих средах).

В заключение, в качестве примера приведем оценки величин $r'_{\text{кр}}$ и $r''_{\text{кр}}$ для гидроакустических волноводов в океане. В [4] показано, что для акустических волн, частота которых порядка нескольких сотен герц, $r_{\text{кр}}$ обычно не превышает 20 *км*. С учетом изложенных выше соображений несложно убедиться, что $r'_{\text{кр}}$ при этом может достигать 100 *км* и более, а $r''_{\text{кр}}$ — 1000 *км* и более

ЛИТЕРАТУРА

1. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Наука, 1973.
2. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. — М.: Наука, 1980.
3. Batorsky D. V., Felsen L. B. — Radio Sci., 1971, 6, p. 911.

4. Толстой И, Клей К. Акустика океана. — М: Наука, 1969.
5. Tindle C. T., Cuthrie K. M. — J. Sound Vibr., 1974, **34**, p. 291.
6. Cuthrie K. M., Tindle C. T. — J. Sound Vibr., 1976, **47(3)**, p. 403.
7. Kamel A., Felsen L. B. — J. Acoust. Soc. Am., 1982, **71(6)**, p. 1445.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
6 января 1984 г.

УДК 537.874.6

ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКОЙ *H*-ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ВОЛНЫ НА РЕШЕТКЕ ИЗ КОАКСИАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРОВ

Ф. Г. Богданов, Г. Ш. Кеванишвили, З. И. Сикмашвили, О. П. Цагарейшвили, М. Н. Чихладзе

В последние годы возрастает интерес к использованию металлодиэлектрических структур, в частности решеток из металлических цилиндров с диэлектрическим покрытием. В [1] подобная решетка исследовалась в решении нулевого приближения, в [2] — для случая E-поляризации падающей волны В настоящей работе построено строгое решение дифракционной задачи в случае, когда E-составляющая падающей волны перпендикулярна к образующим цилиндров.

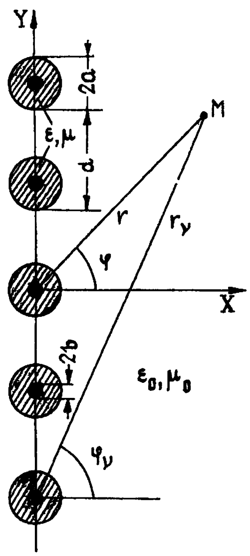

Рис. 1.

Исследуемая решетка изображена на рис. 1 в сечении XOY вместе с используемыми прямоугольной (XYZ) и цилиндрическими (r_n, φ_n) системами координат. Элементами решетки являются бесконечно длинные цилиндры с идеальной проводимостью, покрытые диэлектриком с параметрами ε, μ. Пусть со стороны положительных X решетка облучается наклонно падающей (под углом θ к оси X) H-поляризованной волной

$$H_z = \exp(ikx\cos\theta + iky\sin\theta) \quad (k=\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}) \tag{1}$$

(зависимость от времени $\sim e^{i\omega t}$).

Рассеянное поле (с учетом граничных условий на металле) представляется в виде

$$H_{z1} = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m H_m^{(2)}(kr_\nu)\, e^{ik\nu d\sin\theta}\, e^{im\varphi_\nu} \quad (r_\nu \geqslant a); \tag{2}$$

$$H_{z2}^{(\nu)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_m \Psi_m(k_1 r_\nu, k_1 b)\, e^{ik\nu d\sin\theta}\, e^{im\varphi_\nu} \quad (b \leqslant r_\nu \leqslant a), \quad (k_1 = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}), \tag{3}$$

где $\Psi_m(k_1 r_\nu, k_1 b) = J_m(k_1 r_\nu) N'_m(k_1 b) - J'_m(k_1 b) N_m(k_1 r)$, X_m и Y_m — неизвестные коэффициенты.

Используя условия непрерывности на поверхности центрального цилиндра ($\nu=0$) и теорему сложения для цилиндрических функций, приходим к системе функциональных уравнений относительно неизвестных X_m и Y_m:

$$f(\alpha,\varphi,\theta) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m F_m(\alpha,\varphi,\theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_m \Psi_m(\alpha_1,\gamma_1)\, e^{im\varphi},$$

$$f'(\alpha,\varphi,\theta) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m F'_m(\alpha,\varphi,\theta) = \frac{w_1}{w}\sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_m \Psi'_m(\alpha_1,\gamma_1)\, e^{im\varphi} \tag{4}$$

$$(0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi),$$