

УДК 535.416.3

КОМПЕНСАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ АБЕРРАЦИОННЫМИ ЗЕРКАЛАМИ

А. П. Сухоруков, В. В. Тимофеев, В. А. Трофимов

Предложен метод расчета нелинейных искажений оптического излучения, основанный на формальной аналогии уравнений квазиоптики и Шредингера. В рамках данного подхода проанализирована эффективность применения аберрационных зеркал для компенсации амплитудно-фазовых искажений световых пучков, прошедших тонкий нелинейный слой. Получены зависимости качества компенсации от числа используемых аберрационных мод. Результаты аналитического рассмотрения подтверждены проведенными численными экспериментами.

К настоящему времени достаточно хорошо изучена работа адаптивных систем, которые обладают одной-двумя степенями свободы (например, могут управлять только фокусировкой и наклоном волнового фронта [1, 2]). Между тем, имеется ряд практически важных случаев, когда для достаточно эффективной компенсации нелинейных искажений оптического излучения необходимо использовать системы, способные отрабатывать аберрационные распределения волнового фронта. Такие системы могут использовать гибкие зеркала [3], газовые ячейки [4] и т. д.

Одним из наиболее важных вопросов при их применении является следующий: каким наименьшим числом аберраций можно ограничиться, не уменьшая эффективности компенсации. Отметим, что в [4] исследовалась зависимость эффективности компенсации нелинейных искажений оптического излучения, прошедшего тонкий дефокусирующий слой движущейся среды, от числа газовых ячеек. При этом вносимый фазовый сдвиг представлялся в виде ряда по полиномам Цернике. В данной работе на основе предложенного нами подхода проанализирована зависимость качества компенсации искажений (самовоздействия в кубичной среде, тепловой дефокусировки непрерывного и импульсного излучения и т. д.) световых пучков, прошедших тонкий нелинейный слой. При расположении мишени внутри нелинейной среды привлекалось численное моделирование, основанное на полном квазиоптическом описании.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ВЫБОР МЕТОДА ОПТИМИЗАЦИИ

Как известно [5], распространение оптического излучения в нелинейной и линейной средах описывается квазиоптическим уравнением, которое в безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{\partial A}{\partial z} + i\Delta_{\perp} A + i\alpha\epsilon'_{nl}(|A|^2) A + \delta\epsilon''_{nl}(|A|^2) A = 0 \quad (1)$$

с граничными условиями

$$A(x, y, 0) = f(x, y) \exp(-iS_0(x, y)), \quad (2)$$

где A — комплексная амплитуда, нормированная на ее пиковое значение A_0 , z — продольная координата, измеряемая в дифракционных

длинах $l_d = 2ka^2$, k — волновое число, a — радиус пучка, Δ_{\perp} — поперечный оператор Лапласа, α — отношение начальной мощности пучка P_0 к мощности самовоздействия $P_{\text{св}}$, $\epsilon'_{\text{нл}}$, $\epsilon''_{\text{нл}}$ — нелинейные добавки к действительной и мнимой частям диэлектрической проницаемости, δ характеризует нелинейное поглощение, x, y — поперечные координаты, нормированные на a , $f(x, y)$ и $S_0(x, y)$ — начальные распределения амплитудного профиля и волнового фронта пучка. Изменяя

$$S_0(x, y) = \sum_{p,q}^{M>p+q} \theta_{pq} \Phi_{pq}(x, y), \quad (3)$$

можно повышать принимаемую в апертуру радиуса R мощность

$$J_p(R) = \int_0^R |A|^2 r dr,$$

или уменьшать эффективную ширину пучка

$$J_a = \int_0^{\infty} |A|^2 r^3 dr / J_p(\infty)$$

на мишени, расположенной в сечении $L = l/l_d$ нелинейной среды. Здесь θ_{pq} — оптимизируемые коэффициенты, $\Phi_{pq}(x, y)$ — некоторые выбранные функции, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ — поперечная координата. Выбор функций Φ_{pq} зависит от вида нелинейности и от начального распределения амплитуды. Так, в оптически прозрачной среде с тепловым механизмом нелинейности

$$\epsilon'_{\text{нл}} = T, \quad \partial T / \partial t + \partial T / \partial x = |A|^2 \quad (4)$$

в качестве Φ_{pq} удобно выбрать полиномы Цернике, T — изменение температуры среды за счет ее нагрева оптическим излучением, t — время, нормированное на время движения среды поперек пучка a/V . При распространении импульсного излучения

$$\partial T / \partial t = \Delta_{\perp} T + |A|^2, \quad (5)$$

Φ_{pq} задаются в виде полиномов Эрмита [6], t — время, нормированное на время a^2/χ , χ — коэффициент температуропроводности. Для кубичной нелинейности $\epsilon'_{\text{нл}} = |A|^2$ базовыми функциями являются полиномы Лагерра [6].

Следует подчеркнуть важную особенность аберрационных зеркал: одно и то же значение максимальной концентрации мощности на мишени может быть достигнуто для разных значений коэффициентов θ_{pq} . Поэтому конечный результат оптимизации зависит от их начального значения. Следовательно, для выделения глобального экстремума нужно поставить дополнительные условия на распределение волнового фронта [7], например, минимальной деформации гибкого зеркала.

Другой возможностью «борьбы» с неоднозначностью является использование статистического метода, в котором многомерный параллелепипед в пространстве оптимизируемых параметров заполняется равномерно-случайно с помощью некоторой последовательности независимых испытаний [8]. Поэтому в задачах программного управления эффективность использования метода случайного поиска может быть значительно выше эффективности применения градиентных методов [9], так как он позволяет строить зависимости оптимизируемых параметров от расстояния до мишени, размера приемной апертуры и т. д., с ис-

пользованием результатов однократной оптимизации [7, 10]. Однако его точность может быть несколько ниже точности получаемых градиентным методом результатов. Как показывает численный эксперимент, наибольшая эффективность использования статистического метода достигается при $M=2 \div 4$ в (3).

2. КОМПЕНСАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ В ТОНКОМ НЕЛИНЕЙНОМ СЛОЕ

При прохождении оптическим излучением тонкого слоя толщиной l_0 прозрачной нелинейной среды $\epsilon_{\text{нл}}'' = 0$ его волновой фронт приобретает дополнительный набег фазы $S_{\text{нл}}(x, y)$. В этом случае наименьшая ширина пучка на мишени, расположенной в сечении l за слоем нелинейной среды, достигается при распределении начального волнового фронта, равного

$$S_0(x, y) = -(2l/ka^2)^{-1} (x^2 + y^2) - S_{\text{нл}}(x, y, l_0), \quad (6)$$

$S_{\text{нл}} = (l_0\alpha/2ka^2) \epsilon_{\text{нл}}'$. Следовательно, нужно подобрать коэффициенты θ_{pq} в (3) так, чтобы реализовать распределение (6).

Пользуясь формальной аналогией между уравнением квазиоптики (1) при дифракции оптического излучения в линейной среде и уравнением Шредингера для свободной частицы в двумерном случае [11], можно получить (см. Приложение) соотношения

$$\langle x \rangle_z = \langle x \rangle_0 + (\bar{z}/2) \langle i\partial/\partial x \rangle_0, \quad (7)$$

$$\langle x^2 \rangle_z = \langle x^2 \rangle_0 + \frac{\bar{z}^2}{4} \left\langle -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right\rangle_0 + \frac{\bar{z}}{2} \left\langle i \frac{\partial}{\partial x} x + ix \frac{\partial}{\partial x} \right\rangle_0$$

в общем случае, а при наличии аксиальной симметрии

$$\langle r^2 \rangle_z = \langle r^2 \rangle_0 + \frac{\bar{z}^2}{4} \left\langle -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} \right\rangle_0 + \frac{i\bar{z}}{2} \left\langle r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} r + 1 \right\rangle_0, \quad (8)$$

где $\bar{z}=2l/ka^2$, среднее значение $\langle \hat{G} \rangle_z$ некоторого оператора \hat{G} понимается соответственно в смысле

$$\langle \hat{G} \rangle_z = \iint_{-\infty}^{\infty} A^*(\hat{G}A) dx dy / Q^2, \quad \langle \hat{G} \rangle_z = 2\pi \int_0^{\infty} A^*(\hat{G}A) r dr / Q^2.$$

Здесь Q — норма начального распределения $f(x, y)$, A — решение уравнения (1). Причем среднее $\langle \hat{G} \rangle_0$ берется по комплексной амплитуде оптического излучения, прошедшего тонкий слой нелинейной среды:

$$f(x, y) e^{-iS(x, y)}, \quad (9)$$

где $\tilde{S} = S_0 + S_{\text{нл}}$.

Подставляя в (7), (8) граничное условие (9), получим

$$X(\bar{z}) = \frac{\bar{z}}{2Q^2} \iint_{-\infty}^{\infty} f^2(x, y) \tilde{S}'_x dx dy,$$

$$\langle x^2 \rangle_z = \langle x^2 \rangle_0 + \frac{\bar{z}^2}{4Q^2} \iint_{-\infty}^{\infty} (f'_x)^2 dx dy +$$

$$+ \frac{\bar{z}}{2Q^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} f^2 \left(2x \tilde{S}'_x + \frac{\bar{z}}{2} (\tilde{S}'_x)^2 \right) dx dy, \quad (10)$$

$$\langle r^2 \rangle_z = \langle r^2 \rangle_0 + \frac{\bar{z}^2}{4Q^2} \int_0^{\infty} (f'_r)^2 r dr + \frac{\bar{z}}{2Q^2} \int_0^{\infty} f^2 \left(2r \tilde{S}'_r + \frac{\bar{z}}{2} (\tilde{S}'_r)^2 \right) r dr.$$

В случае распространения аксиально-симметричного гауссова пучка

$$f(r) = e^{-r^2}, \quad (11)$$

разлагая распределение волнового фронта $\tilde{S}(r)$ по полиномам Лагерра, $L_p(2r^2)$, из (10) получим

$$a^2(\bar{z}) = 1 + \bar{z}^2 + 4\bar{z} (-b_1 + \bar{z} \sum_{p=1}^{\infty} b_p^2 p), \quad (12)$$

где b_p — коэффициенты разложения $\tilde{S}(r)^*$. Подставляя в (12) $b_p = \theta_p + c_p$, где c_p — коэффициенты разложения $S_{\text{кл}}$, и минимизируя это выражение по коэффициентам θ_p , получим, что минимальная ширина пучка на мишени достигается при

$$\theta_1 = (2\bar{z})^{-1} - c_1, \quad \theta_p = -c_p, \quad p \geq 2. \quad (13)$$

Заметим, что разложение волнового фронта ведется по степеням $2r^2$, и поэтому в выражении для θ_1 в знаменателе присутствует коэффициент 2. Если адаптивная система компенсирует aberrации порядка M , то ширина пучка на мишени равна

$$a^2(\bar{z}) = \bar{z}^2 \left(1 + 4 \sum_{p=M+1}^{\infty} c_p^2 p \right). \quad (14)$$

В случае отсутствия аксиальной симметрии удобно использовать разложение по функциям $H_p(x\sqrt{2})H_q(y\sqrt{2})$, где $H_p(x)$ — полином Эрмита [6]. Тогда величина

$$d^2 = 2(\langle x^2 \rangle_z + \langle y^2 \rangle_z - \langle x \rangle_z^2 - \langle y \rangle_z^2)$$

определяется через коэффициенты разложения b_{pq} следующим образом:

$$d^2 = 1 + \bar{z}^2 + 2\bar{z} (4b_{20} + 4b_{02} + \bar{z} \sum_{p+q>1}^{\infty} p^2_{pq} 2^p 2^q p! q! (p+q)). \quad (15)$$

Нетрудно видеть, что оптимальные условия распространения оптического излучения реализуются при следующих значениях коэффициентов:

$$\theta_{20} = -(8\bar{z})^{-1} - c_{20}, \quad \theta_{02} = -(8\bar{z})^{-1} - c_{02}, \quad \theta_{pq} = -c_{pq}. \quad (16)$$

При полной компенсации имеем из (16) $b_{20} = b_{02} = -(8\bar{z}^{-1})$, $b_{pq} = 0$, и учитывая явный вид функции $H_2(x\sqrt{2}) = 8x^2 - 2$, получим, что волно-

* В (12) и далее радиус пучка $a(\bar{z})$ измеряется в $a/\sqrt{2}$.

вой фронт имеет вид $\tilde{S} = -r^2/z$. Размер пучка при компенсации M -первых aberrаций равен

$$d^2 = \bar{z}^2 \left(1 + 2 \sum_{p+q>M}^{\infty} c_{pq}^2 2^{p+q} p! d! (p+q) \right). \quad (17)$$

Рассмотрим применение данной методики к анализу компенсации керровской и тепловой дефокусировок гауссова пучка.

a) *Керровская нелинейность.* Проходя тонкий слой дефокусирующими кубической среды, оптическое излучение приобретает дополнительный набег фаз $S_{\text{нл}} = -2\theta_{\text{нл}}^2$, где $\theta_{\text{нл}} = -\alpha l_0 / 4ka^2$ характеризует дополнительную расходимость. В этом случае ширина пучка на мишени с плоским начальным фазовым фронтом увеличивается с ростом $\theta_{\text{нл}}$ по закону

$$a^2(\bar{z}) = 1 + \bar{z}^2 + 2\bar{z}\theta_{\text{нл}} + (16/9)\bar{z}^2\theta_{\text{нл}}^2. \quad (18)$$

Для компенсации aberrаций порядка M необходимо, чтобы адаптивная система отработала следующие значения коэффициентов:

$$\theta_1 = 1/2\bar{z} + \theta_{\text{нл}}/2, \quad \theta_p = \theta_{\text{нл}}/2^p, \quad 2 \leq p \leq M.$$

Тогда ширина пучка на мишени уменьшается до значения

$$a^2(\bar{z}) = \bar{z}^2 (1 + (16/9)\theta_{\text{нл}}^2 (1/4)^M ((3/4)M + 1)). \quad (19)$$

В случае полной компенсации aberrаций $a^2(\bar{z})$ уменьшается по сравнению со значением, достигаемым при плоском фазовом фронте (см. (18)), в следующее число раз:

$$\eta = 1 + (16/9)\theta_{\text{нл}}^2 + 2\theta_{\text{нл}}/\bar{z} + 1/\bar{z}^2,$$

и, следовательно, в первом приближении можно считать, что качество компенсации керровской дефокусировки гауссова пучка, прошедшего тонкий нелинейный слой, обратно пропорционально расстоянию до мишени. Отметим, что при увеличении расстояния до мишени значение η выходит на постоянную величину, которая определяется $\theta_{\text{нл}}^2$.

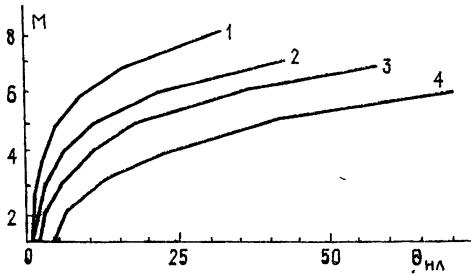


Рис. 1.

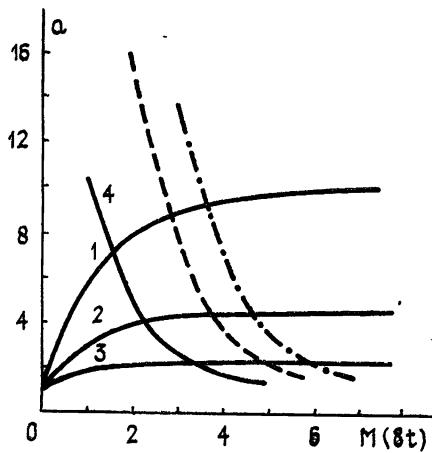


Рис. 2.

На рис. 1 представлены линии уровней (на плоскости $\{\theta_{\text{нл}}, M\}$) отношения ширины пучка на мишени к его дифракционному пределу z

при керровской дефокусировке. Номера кривых соответствуют значению превышения ширины пучка над ее дифракционным пределом, равного 1,1, 1,5, 2, 4. Как и следовало ожидать, с ростом превышения начальной мощности пучка над критической (увеличение α) необходимо использовать системы, способные отрабатывать высшие aberrационные моды. Подчеркнем, что при $\theta_{\text{нл}} \leq 5$ для эффективной компенсации достаточно использовать гибкие зеркала, способные отрабатывать 2—3 низших aberrационных члена в разложении (3).

б) Компенсация теплового самовоздействия в неподвижной среде. При прохождении тонкого неподвижного слоя среды с тепловым механизмом нелинейности (см. уравнение теплопроводности (5)) искажения волнового фронта оптического излучения определяются следующим образом:

$$S_{\text{нл}} = -2\theta_{\text{нл}} \int_0^t \frac{1}{8\eta + 1} \exp\left(-\frac{2r^2}{8\eta + 1}\right) d\eta, \quad (20)$$

где $\theta_{\text{нл}} = -l_0\alpha/4ka^2$, как и раньше, характеризует дополнительную расходимость.

Используя выражение (10), получим изменение ширины пучка во времени для оптического излучения с плоским начальным волновым фронтом:

$$a^2(\bar{z}, t) = 1 + \bar{z}^2 + 2\bar{z} \frac{\theta_{\text{нл}} t}{4t + 1} + \frac{\bar{z}^2 \theta_{\text{нл}}^2}{4} \ln \left[\frac{(16t + 3)^2}{3(8t + 1)(8t + 3)} \right]. \quad (21)$$

Отметим, что с ростом времени в среде устанавливается стационарное распределение температурного профиля. Разлагая $S_{\text{нл}}$ по полиномам Лагерра, определяем законы изменения оптимальных коэффициентов при динамической компенсации теплового самовоздействия:

$$\theta_1 = \frac{\theta_{\text{нл}} t}{\bar{z}(4t + 1)} + \frac{1}{2\bar{z}}, \quad \theta_p = \frac{\theta_{\text{нл}}}{4p} \frac{1}{2^p} \left(1 - \frac{1}{(4t + 1)^p} \right), \quad 2 \leq p \leq M. \quad (22)$$

Из вида θ_1 следует, что для $t \sim 1$, когда нарастает действие тепловой линзы, необходимо увеличивать фокусировку светового пучка. Если длительность импульса превышает характерное время теплодиффузии, то оптимальное значение фокусировки сначала увеличивается, а затем выходит на постоянную величину. Отметим, что на начальной стадии распространения светового импульса «подключение» aberrаций в формируемый адаптивной системой волновой фронт не приводит к увеличению концентрации оптического излучения. По мере прохождения импульса нелинейного слоя для эффективной компенсации необходимо «подключать» высшие aberrации.

При компенсации M первых aberrаций ширина пучка на мишени будет увеличиваться по мере прохождения импульсом нелинейной среды следующим образом:

$$a^2(t) = \bar{z}^2 \left\{ 1 + \frac{\theta_{\text{нл}}^2}{4} \left[\ln \left(\frac{(16t + 3)^2}{3(8t + 1)(8t + 3)} \right) - \sum_{p=1}^M \frac{1}{p} \left(\frac{1}{8t + 2)^p} - \frac{1}{2^p} \right)^2 \right] \right\}. \quad (23)$$

На рис. 2 сплошными кривыми представлены зависимости от времени t отношения ширины пучка на мишени к ее дифракционному пределу \bar{z} для $\theta_{\text{пл}}=108$ (сплошные кривые) при управлении фокусировкой пучка (кривая 1), фокусировкой и θ_2 (кривая 2), θ_1 , θ_2 , θ_3 (кривая 3). Как следует из рисунка, высокое качество компенсации достигается уже при отработке первых двух aberrаций. Данный вывод подтверждают зависимости $a(t \rightarrow \infty)/\bar{z}$ от числа компенсируемых aberrаций при $\theta_{\text{пл}}=108$ (кривая 4), $\theta_{\text{пл}}=400$ (пунктирная), $\theta_{\text{пл}}=800$ (штрихпунктирная).

в) *Тепловая дефокусировка в движущейся среде.* В этом случае нелинейный набег фаз определяется из решения уравнения (4). Тогда смещение центра тяжести пучка навстречу боковому ветру $X(\bar{z})$ и его размеры по осям x , y (a_x , a_y) определяются следующими выражениями:

$$X(\bar{z}) = -\theta_{\text{пл}}\bar{z}(1-e^{-t^2}),$$

$$a_x^2 = 1 + \bar{z}^2 + 2\bar{z} \left(\theta_{\text{пл}} t e^{-t^2} + (2/3)\bar{z}\theta_{\text{пл}}^2(1-e^{-4t^2/3}) \right) - X^2(\bar{z}), \quad (24)$$

$$a_y^2 = 1 + \bar{z}^2 + 2\bar{z}\theta_{\text{пл}}\Phi(t) + (32/3\sqrt{3})\bar{z}^2\theta_{\text{пл}}^2 \int_0^t \Phi(\eta/\sqrt{3}) e^{-\eta^2} d\eta,$$

где $\Phi(t)$ — интеграл, равный $\int_0^t e^{-x^2} dx^*$.

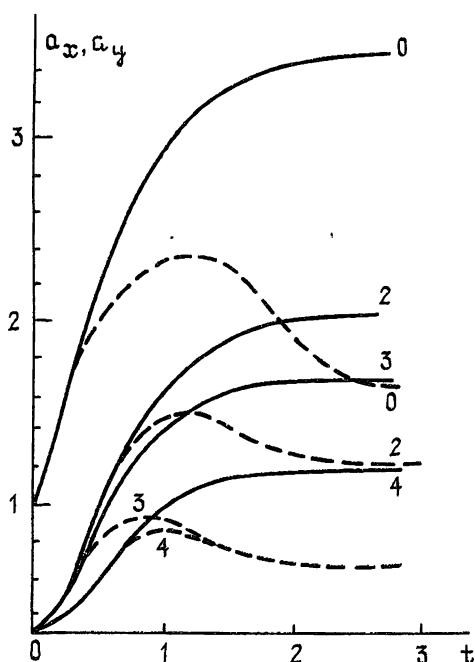


Рис. 3.

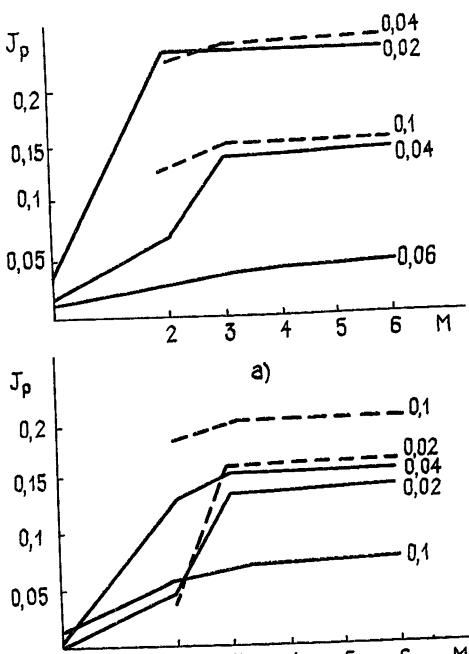


Рис. 4.

Из (24) следует, что размер пучка вдоль ветра сначала увеличивается, а затем падает и выходит на стационарное значение ($t > 2$). Это объясняется уменьшением по мере ветрового выноса тепла дефокус-

* Здесь величины X , a_x , a_y измеряются в $a/2$.

сирующего действия нелинейной среды. Разлагая нелинейный набег фаз по полиномам Эрмита, находим оптимальные коэффициенты

$$\begin{aligned}\theta_{20} &= -1/8\bar{z} - \theta_{\text{нл}} t e^{-t^2/8}, \quad \theta_{02} = -1/8\bar{z} - \theta_{\text{нл}} \Phi(t)/8, \\ \theta_{0q} &= \theta_{\text{нл}} (1/q!) 2^{-3q/2} \Phi(t) H_q(0), \\ \theta_{pq} &= \theta_{\text{нл}} (H_q(0)/p!q!) 2^{-3(p+q)/2} (H_{p-1}(0) - e^{-t^2} H_{p-1}(t)), \quad p > 0.\end{aligned}\quad (25)$$

Подчеркнем, что для компенсации бокового смещения светового пучка, прошедшего тонкий нелинейный слой движущейся среды, достаточно управлять наклоном его волнового фронта по закону $\theta_{\text{нл}}(1 - \exp(-t^2))$. На рис. 3 показаны зависимости размеров пучка от времени при динамической компенсации аберрационных искажений для $\bar{z} = 0,3$, $\theta_{\text{нл}} = 7$. Сплошные кривые соответствуют ширине пучка вдоль оси y , пунктирные — вдоль оси x , кривые занумерованы в соответствии с числом компенсируемых аберраций, 0 соответствует плоскому фазовому фронту. Из рис. 3 следует, что характерную эллипсовидную форму пучка приобретает, когда частицы среды пройдут с момента действия светового импульса расстояние порядка размера пучка. Для $t > 1,5$ «подключение» аберраций четного порядка не приводит к уменьшению размера пучка вдоль оси x , что объясняется отсутствием четных степеней x^{2n} в разложении функции $S_{\text{нл}}$ в степенной ряд.

3. КОМПЕНСАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ В ТОЛСТОМ НЕЛИНЕЙНОМ СЛОЕ

Исследование эффективности компенсации нелинейных искажений в толстом нелинейном слое проводилось численно. При этом в качестве базисных функций выбирались следующие:

$$\Phi_p(r) = r^p, \quad p \geq 2. \quad (26)$$

Выбор коэффициентов θ_p осуществлялся в два этапа: сначала оптимизация θ_p проводилась статистическим методом [8, 7], а затем полученные значения уточнялись градиентным методом. На рис. 4 представлена зависимость доли принимаемой мощности от числа аберрационных мод при расположении мишени внутри нелинейной среды. Расчеты проводились для гауссова (рис. 4а) и для трубчатого $f_{\text{тр}}$ (рис. 4б) пучков,

$$f_{\text{тр}}(r) = \sqrt{2}r^2 e^{-r^2},$$

при их распространении в средах с кубичной нелинейностью (сплошные кривые) и стационарной тепловой дефокусировкой (пунктирные кривые) для значения $\alpha = 400$. Расстояние до мишени указано на рисунках. Настройка системы осуществлялась по повышению принимаемой в апертуре радиуса $R = 0,34$ мощности.

Как следует из рисунков, число требуемых аберраций для заданного значения α определяется расстоянием до мишени и начальным профилем распределения амплитуды (см. (10)). Так, в случае распространения гауссова пучка в кубичной среде на трассе $L = 0 \div 0,02$ достаточно использовать зеркало, способное отрабатывать только фокусировку пучка, при увеличении расстояния до мишени ($L = 0,04$) необходимо использовать первую аберрационную моду. Если же еще увеличить трассу $L = 0,06 \div 0,1$, то эффективная компенсация имеет место при использовании зеркал, способных отрабатывать четыре низших аберрационных моды.

Аналогичные зависимости имеют место при распространении трубчатого пучка. Однако если для трасс $L \leq 0,04$ профилирование опти-

ческого излучения приводит либо к существенному снижению ($L = 0,02$), либо к незначительному увеличению ($L = 0,04$) концентрации мощности на мишени, то для $L \geq 0,04$ имеет место двух- ($L = 0,06$) и трех- ($L = 0,1$) кратное увеличение принимаемой мощности по сравнению со значением, достигаемым при распространении первоначально гауссова пучка.

Данное обстоятельство связано с тем, что в процессе распространения трубчатый пучок трансформируется в гауссов с пиковой интенсивностью, примерно равной начальной, а затем расплывается.

В случае тепловой дефокусировки гауссова пучка для малых трасс распространения достаточно высокая эффективность компенсации может быть достигнута фокусировкой оптического излучения ($L \leq 0,04$), а при увеличении расстояния до мишени ($L \geq 0,06$) достаточно использовать гибкое зеркало, способное отрабатывать низшую aberrационную моду. Профилирование пучка приводит к увеличению концентрации светового пучка на мишени, расположенной на расстоянии $L \sim 0,1$ почти в 1,5 раза.

4. УПРАВЛЕНИЕ ВОЛНОВЫМ ФРОНТОМ В ЖИДКОКАПЕЛЬНОЙ СРЕДЕ

Как известно [12], если размеры отдельных капель облачной среды много меньше длины волны оптического излучения, то для описания состояния среды вводят функцию водности W , которая характеризует содержание массы капель в единице объема. Тогда стационарная тепловая дефокусировка светового пучка описывается уравнением

$$\partial A / \partial z + i D \Delta_{\perp} A + \delta W A - i \alpha T A = 0, \quad (27)$$

в котором $\varepsilon'' = W$, $\delta = l_d / l_t$, l_t — длина затухания в невозмущенной среде, совместно с уравнениями

$$\Delta_{\perp} T = -W |A|^2, \quad \Delta_{\perp} W = \gamma W |A|^2, \quad (28)$$

где γ — отношение начальной мощности P_0 пучка к мощности P_W , характеризующей затраты поглощенной энергии оптического излучения на испарение капель. Следует отметить, что оптимизация параметров пучка, в частности его волнового фронта и начального радиуса, может проводиться как для достижения максимальной прозрачности среды, так и для минимальных искажений оптического излучения. В данном пункте нас будет интересовать последний случай. Подчеркнем, что координата z нормировалась в данном случае на l_t , а волновой фронт задавался в виде

$$S_0(r) = \sum_{p=1}^M \theta_p r^{p+1} / D^p. \quad (29)$$

При оптимизации только волнового фронта коэффициент D равен единице.

Результаты численных экспериментов, проведенных с использованием статистического метода для $L = 0,1$, $\delta = 30$, $\gamma = 5$, $\alpha = 100$, показали, что для достижения максимальной концентрации мощности в апертуре $R = 0,53$ можно ограничиться зеркалами, способными отрабатывать низшие aberrационные моды $M = 2 \div 3$. На рис. 5а представлены сплошными кривыми зависимости доли принимаемой мощности на мишени, расположенной в сечении $L = 0,02$ (кривые 1), $L = 0,06$ (кривые 2) от числа компенсируемых aberrаций ($D = 1$).

Для более протяженных трасс $L > 0,06$ «включение» aberrационных членов в начальное распределение волнового фронта не приводит к существенному увеличению концентрации мощности. Оптимизация ширины пучка позволяет для трасс $L \leq 0,04$ повысить в 1,1—1,5 раза

концентрацию мощности на мишени. На рис. 5а пунктирными кривыми нанесены соответствующие значения мощности, достигаемые при одновременной оптимизации волнового фронта и ширины пучка ($D=D_{\text{опт}}$). Отметим, что с ростом L более выгодно использовать широкие пучки.

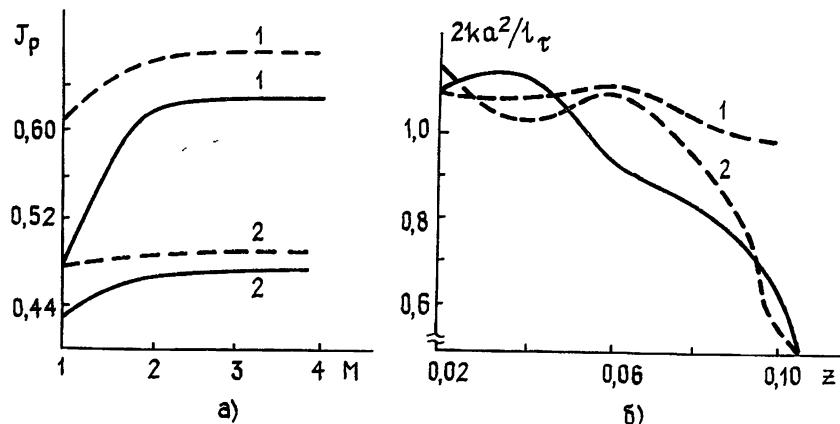


Рис. 5.

При уменьшении оптической толщины облака $\delta=10$ зависимость принимаемой мощности от числа степеней свободы в случае оптимизации как ширины пучка, так и его волнового фронта становится более сильной. На рис. 5б представлены зависимости оптимальной ширины пучка от расстояния до мишени при $M=2$ (сплошная кривая), $M=3$ (пунктирные кривые) для $\delta=30$ (кривые 1), $\delta=10$ (кривые 2). Из рисунка следует, что оптимальная ширина пучка определяется как расстоянием до мишени, так и числом степеней свободы аберрационного зеркала.

Таким образом, в данной работе предложен новый подход к расчету нелинейных искажений световых пучков, прошедших тонкий нелинейный слой. На его основе проанализирована эффективность компенсации керровской и тепловой дефокусировок аберрационными гибкими зеркалами. Получен явный вид зависимости ширины пучка на мишени от аберрационного распределения волнового фронта на входе в нелинейную среду. Результаты расчетов подтверждены проведенными численными экспериментами.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассмотрим уравнение Шредингера [11]

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}\psi \quad (\text{П.1})$$

для свободной частицы в двумерном случае: $\hat{H} = -\hbar^2 \Delta_{\perp}/2m$. Тогда из уравнений Эренфеста (см. [11], гл. VI, формула (3)) следует

$$\frac{d}{dt} \langle x \rangle = -\frac{i\hbar}{m} \left\langle \frac{\partial}{\partial x} \right\rangle, \quad \frac{d^2}{dt^2} \langle x \rangle = 0. \quad (\text{П.2})$$

Для производной $(d/dt)\langle \hat{A} \rangle$ среднего значения оператора \hat{A} , не зависящего явно от времени, имеет место соотношение ([11], гл. V, формула (72))

$$i\hbar (d/dt) \langle \hat{A} \rangle = \langle [\hat{A}, \hat{H}] \rangle. \quad (\text{П.3})$$

С помощью формулы (П.3) выразим последовательно производные по времени от величины $\langle x^2 \rangle$ через средние значения некоторых операторов:

$$\frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle = -i \frac{\hbar}{m} \left\langle x \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} x \right\rangle, \quad (\text{П.4})$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \langle x^2 \rangle = -\frac{2\hbar^2}{m^2} \left\langle \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right\rangle, \quad \frac{d^3}{dt^3} \langle x^2 \rangle = 0.$$

Из соотношений (П.2), (П.4) имеем

$$\langle x \rangle = \langle x \rangle_0 - i(\hbar t/m) \langle \partial/\partial x \rangle_0, \quad (\text{П.5})$$

$$\langle x^2 \rangle = \langle x^2 \rangle_0 + t \left(-\frac{i\hbar}{m} \right) \left\langle x \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} x \right\rangle_0 + \frac{\hbar^2 t^2}{m^2} \left\langle -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right\rangle_0,$$

где индекс 0 означает, что среднее значение оператора берется по волновой функции в нулевой момент времени. Уравнение (П.1) для волновой функции $\psi(x, y, t)$ при формальной замене констант $\hbar \rightarrow -1$, $m \rightarrow 1/2$, $t \rightarrow z$ переходит в уравнение квазиоптики для комплексной амплитуды светового поля в свободном пространстве $A(x, y, z)$, а соотношения (П.5) с учетом $z = \bar{z}/4$ переходят в соотношения (7).

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Сухоруков А. П., Трофимов В. А. — Изв. АН СССР. Сер. физическая, 1982, 46, № 10, с. 1933.
- 2 Трофимов В. А. — Вестник МГУ. Физика и астрономия, 1984, 25, № 1, с. 105.
- 3 Харди Дж. У. — ТИИЭР, 1978, 66, № 6, с. 31.
- 4 Christiansen W. H., Wasserstrom E. — J. Phys., 1980, 41, p. 9.
- 5 Ахманов С. А., Хохлов Р. В. Проблемы нелинейной оптики. — М.: ВИНИТИ, 1964.
- 6 Специальные функции. / Пер. с англ. — М.: Наука, 1981.
- 7 Карапзин Ю. Н., Сухоруков А. П., Трофимов В. А. Тезисы докладов на XI Всесоюзной конференции по когерентной и нелинейной оптике. — Ереван: 1982, ч. 2, с. 820.
- 8 Соболь И. М., Статников Р. Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. — М.: Наука, 1981.
- 9 Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач. — М.: Наука, 1980.
- 10 Карапзин Ю. Н., Сухоруков А. П., Трофимов В. А. Тезисы докладов на II Всесоюзном совещании по атмосферной оптике. — Томск, 1980, ч. 3, с. 69.
- 11 Альберт Мессиа. Квантовая механика. — М.: Наука, 1979, 1.
- 12 Сухоруков А. П., Шумилов Э. Н. — ЖЭТФ, 1973, 43, № 5, с. 1029.

Московский государственный
университет

Поступила в редакцию
2 ноября 1983 г.

COMPENSATION OF NONLINEAR DISTORTIONS OF OPTICAL BEAMS BY ABERRATIONAL MIRRORS

A. P. Sukhorukov, V. V. Timofeev, V. A. Trofimov

Using an analogy between quasioptic equation and Shrödinger one a new method is employed for a distribution of nonlinear distortions of optical radiation. The efficiency of aberrational mirror application is investigated.