Исследования показали, что с целью минимизации отклонений в области $y>F$ наиболее эффективно использование короткофокусных зеркал с увеличенным радиусом закругления кромки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Захаров Е. В., Пименов Ю. В. Численный анализ дифракции радиоволн.— М.: Радио и связь, 1982, с. 57; 164.
2. Вяхирев Н. И, Кудин В. П. — Изв. вузов — Радиоэлектроника, 1983, **26**, № 8, с. 79.
3. Давыдов А. Г, Захаров Е. В., Пименов Ю. В. — ДАН СССР, 1983, **269**, № 2, с. 329.
4. Бахрах Л. Д., Галимов Г. К Зеркальные сканирующие антенны. — М: Наука, 1981, с. 78.
5. Инспекторов Э. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1982, **25**, № 10, с 1099
6. Bucci O M., Franceschetti G. — IEEE Trans., 1971, **AP-19**, № 5, p. 96

Гомельский государственный университет

Поступила в редакцию 6 февраля 1984 г.

УДК 538 81; 535.8

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ СЛУЧАЙНОГО ФАЗОВОГО ТРАНСПАРАНТА ПО ИЗМЕРЕНИЯМ ИНТЕНСИВНОСТИ РАССЕЯННОГО СВЕТА

В. Г. Волостников, В. В. Котляр, А. Н Малов

1. Задача нахождения статистических характеристик шероховатой поверхности по измерениям интенсивности рассеянного когерентного света является актуальной в бесконтактной диагностике поверхностей промышленных изделий [1, 2]. Однако в литературе должного освещения не получил вопрос о возможности уменьшения необходимого числа измерений для однозначного решения обратной задачи (например, нахождение характеристической функции рассеивающей поверхности по измерениям средней интенсивности спекл-поля) Представляет интерес выяснить условия, при которых достаточно проводить измерения интенсивности не на некоторой плоскости наблюдения, перпендикулярной направлению распространения светового поля, а либо на прямой, лежащей в этой плоскости, либо на прямой, перпендикулярной этой плоскости Интерес к такого рода задаче стимулируется возможностью реализации измерения интенсивности спекл-поля вдоль прямой линии с использованием линеек приборов с зарядовой связью (ПЗС), которые обладают более стабильными параметрами и более высокой степенью однородности отклика вдоль линии, чем соответствующие матрицы приемников. Кроме того, снижение массива измеряемых данных существенно для последующей машинной обработки

В настоящей работе показано, что для изотропных рассеивателей характеристическая функция случайного экрана однозначно восстанавливается по измерениям средней интенсивности на прямой, лежащей в плоскости наблюдения, или на прямой, лежащей вдоль направления распространения светового поля, если выполнено условие

$$aD/\lambda z \approx 1, \tag{1}$$

где

$$a \approx \begin{cases} r_c & \text{при } \sigma \ll 1, \\ r_c/\sigma & \text{при } \sigma \gg 1 \end{cases}$$

r_c — радиус корреляции неровностей, σ — среднеквадратичная высота неровностей в длинах волн, D — линейный размер ограничивающей транспарант апертуры, λ — длина волны света, z — расстояние от транспаранта до плоскости наблюдения.

Из работ [3, 4] следует возможность однозначного восстановления характеристической функции шероховатой поверхности (или случайного экрана) для изотропных рассеивателей по измерениям средней интенсивности вдоль прямой, лежащей в плоскости наблюдений в зонах Фраунгофера и Френеля, если

$$aD/\lambda z \ll 1. \tag{2}$$

При этом условии форма апертуры, ограничивающей транспарант, и вид функции освещения не сказываются на возможности однозначного восстановления характеристической функции, Однако в задачах лазерной диагностики зона наблюдения диктуется размером приемной апертуры и условиями контроля. С другой стороны, форма и размеры освещенного участка определяются геометрией контролируемой поверхности Для типичных значений $D \approx 0,1 \div 1$ *см*, $a \simeq 1 \div 10$ *мкм*, $\lambda = 0,63$ *мкм*, $z \approx 1 \div 10$ *см* условие (2) не выполняется. Поэтому представляет интерес вопрос об уменьшении числа измерений, необходимых для восстановления информации о рассеивателе при выполнении условия (1).

2. Поле рассеянного случайным транспарантом света в зоне Френеля (рис. 1) дается выражением [5]

$$\Psi(\xi) \approx \frac{1}{\lambda z} \int_G E(x)\, v(x) \exp\left(i \frac{k}{2z} |x - \xi|^2\right) d^2x. \tag{3}$$

Средняя интенсивность рассеянного поля тогда равна

$$I(\xi) = \langle \Psi(\xi)\, \Psi^*(\xi) \rangle = \frac{1}{(\lambda z)^2} \iint_{G \times G} E(u + \rho/2)\, E^*(u - \rho/2) \times$$

$$\times\, C(|\rho|) \exp\left(i \frac{k}{z} \rho u\right) \exp\left(-\frac{ik}{z} \rho \xi\right) d^2u\, d^2\rho,$$

где G — освещенная область транспаранта, $E(x)$ — амплитуда светового поля в плоскости транспаранта, $k = 2\pi/\lambda$,

$$\rho = x - x', \quad u = (1/2)(x + x'), \quad x = (x, y), \quad \xi = (\xi, \eta),$$

$\langle \ldots \rangle$ — усреднение по ансамблю статистически подобных диффузоров, $C(|\rho|) = \langle v(x)\, v^*(x') \rangle = \langle \exp(iS(x) - iS(x')) \rangle$ — изотропная характеристическая функция случайного фазового транспаранта, $S(x)$ — случайная функция поверхности.

Так как $E(u + \rho/2)\, E^*(u - \rho/2) \approx E^2(u)$ [5], то получаем

$$I(\xi) = \frac{1}{(\lambda z)^2} \int_G B(\rho)\, C(|\rho|) \exp\left(-i \frac{k}{z} \rho \xi\right) d^2\rho, \tag{4}$$

где

$$B(\rho) = \int_G E^2(u) \exp\left(i \frac{k}{z} \rho u\right) d^2u. \tag{5}$$

Функция $B(\rho)$ отлична от нуля в области $|\rho| \leqslant \lambda z/D$, а функция $C(|\rho|)$ — в области $|\rho| \leqslant a$, поэтому при условии $aD/\lambda z \approx 1$ вид функции $B(\rho)$ будет существенно влиять на распределение средней интенсивности $I(\xi)$. В результате возможность восстановления функции $C(|\rho|)$ по измерениям средней интенсивности $I(\xi)$ на прямой при условии (1) не является очевидной.

3. Покажем, например, что в случае прямоугольной ограничивающей апертуры $G = [-a, a] \times [-b, b]$ и при освещении параллельным пучком света $E^2(u) = 1$, при выполнении условия (1) функция $C(|\rho|)$ однозначно восстанавливается по измерению средней интенсивности на прямой $\eta = 0$. Действительно, делая обратное фурье-преобразоваие по ξ от обеих частей (4), получим

$$F(\omega) = \frac{2}{\lambda z} \int_0^b B(\omega, \rho_2)\, C\left(\sqrt{\omega^2 + \rho_2^2}\right) d\rho_2, \tag{6}$$

где

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} I(\varepsilon) \exp\left(i \frac{k}{z} \omega \xi\right) d\xi, \quad B(\omega, \rho_2) = 4ab\, \mathrm{sinc}\left(\frac{k\omega a}{z}\right) \mathrm{sinc}\left(\frac{k\rho_2 b}{z}\right).$$

Замена переменных $t = \sqrt{\omega^2 + \rho_2^2}$ приводит уравнение (6) к виду

$$F(\omega) = 2/\lambda z \int_{\omega}^{\sqrt{\omega^2 + b^2}} K(t, \omega)\, C(t)\, dt, \tag{7}$$

где

$$K(t, \omega) = \frac{B\left(\omega, \sqrt{t^2 - \omega^2}\right) t}{\sqrt{t^2 - \omega^2}},$$

Уравнение (7) — интегральное уравнение Вольтерра первого рода относительно функции $C(t)$ со слабой особенностью в точке $t=\omega$ и с ядром $K(t, \omega)$. Поскольку $B(\omega, 0) \neq 0$, то (7) методом Абеля можно свести к уравнению Вольтерра второго рода [6]. Как известно, такое уравнение может иметь только одно решение, которое находится методом итерраций [7]

4. Рассмотрим изменение средней интенсивности вдоль центрального направления распространения светового поля, т е положим в (4) $\xi = (0, 0)$, тогда

$$I(0, z) = \frac{1}{(\lambda z)^2} \int\limits_G B(\rho, z)\, C(|\rho|)\, d^2\rho. \tag{8}$$

Так как при условии (1) ширина функции $B(\rho, z)$ (определенная, например, по полуспаду этой функции) сравнима с шириной функции $C(|\rho|)$, то интеграл в (8) зависит от z Это означает, что в области значений $z \leqslant aD/\lambda$ изменение средней интенсивности $I(z)$ вдоль оси z зависит как от формы апертуры, так и от индикатрисы рассеивателя Поэтому измерение функции $I(z)$ вдоль оси z является еще одним «каналом» для получения информации о статистических свойствах рассеивающей поверхности

Действительно, при условии круговой апертуры радиусом r_0, ограничивающей транспарант, уравнение (8) примет вид

$$I(z) \approx \frac{r_0}{\lambda z} \int\limits_0^{r_0} J_1\left(\frac{k r r_0}{z}\right) C(r)\, dr. \tag{9}$$

Дифференцируя обе части уравнения (9) по $\beta = k r_0/z$ и используя соотношение [8] $\partial J_1(x)/\partial x = J_0 - J_1(x)/x$, получим

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{I(\beta)}{\beta}\right) + \frac{I(\beta)}{\beta} = \int\limits_0^{r_0} C(r)\, J_0(r\beta)\, r\, dr, \tag{10}$$

где J_1, J_0 — функции Бесселя первого и нулевого порядков. После преобразования Фурье — Бесселя обеих частей уравнения (10) найдем функцию $C(r)$:

$$C(r) \approx \int\limits_0^{\infty} \Phi(\omega)\, J_0(r\omega)\, \omega d\omega, \tag{11}$$

где $\Phi(\omega) = (\partial/\partial\omega)[I(\omega)/\omega] + I(\omega)/\omega$. Заметим, что в области значений $z \gg aD/\lambda$ интеграл в уравнении (8) перестает зависеть от z, а средняя интенсивность вдоль оси z спадает пропорционально $1/z^2$ и уже не зависит от свойств рассеивающей поверхности.

Заметим также, что дифференцирование по $\beta = k r_0/z$ в (9) можно рассматривать не только по отношению к изменению z, но и по отношению к изменению длины волны λ; т е, измеряя среднюю интенсивность $I(0, z, \lambda)$ для двух мало различающихся по величине длин волн λ_1 и λ_2, можно восстановить характеристическую функцию $C(r)$ в соответствии с выражением (11) Аналогично можно менять величину r_0 ограничивающей апертуры

Таким образом, показано, что статистические характеристики случайного транспаранта могут быть однозначно восстановлены по измерениям средней интенсивности спекл-поля в ближней зоне, определяемой условием (1), вдоль любой прямой, лежащей в плоскости наблюдения, или на прямой, перпендикулярной плоскости наблюдения

Авторы выражают благодарность М В. Клибанову за ценные обсуждения работы.

ЛИТЕРАТУРА

1 Welford W T. — Opt. Quant. Electr., 1977, **9**, № 3, p. 269.
2 Welford W T — Contemp. Phys, 1980, **21**, № 4, p. 401.
3 Денисов Н. Г — Геомагнетизм и аэрономия, 1964, **4**, № 4, с. 675.
4. Козел С М., Локшин Г Р. — Оптика и спектроскопия, 1972, **33**, вып. 1, с. 165
5 Рытов С. М, Кравцов Ю А, Татарский В И Введение в статистическую радиофизику. — М · Наука, 1978, ч. 2, с 67.
6 Романов В. Г. Обратные задачи для дифференциальных уравнений. — Новосибирск: Гос. ун-т, 1973, с 147.
7. Петровский И. Г. Лекции по теории интегральных уравнений. — М.: Наука, 1965, с. 56.
8 Борн М, Вольф Э Основы оптики — М · Наука, 1973, с 364.

Физический институт им П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
29 ноября 1983 г.