

13. Baars J. W. M., Genzel R., Pauliny-Toth I. I. K., Witzel A. — *Astron. Astrophys.*, 1977, 61, p. 99.
14. Дмитренко Д. А., Цейтлин Н. М., Виноградова Л. В., Гитерман Х. Ф. — *Изв. вузов — Радиофизика*, 1970, 13, № 6, с. 823
15. Дмитренко Л. В., Снегирева В. В., Турчин В. И., Цейтлин Н. М., Воронков Л. А., Дмитренко Д. А., Кузнецова Н. А., Холодильников Н. Н. — *Изв. вузов — Радиофизика*, 1981, 24, № 1, с. 14.
16. Виняйкин Е. Н., Разин В. А., Хрулев В. В. — *Письма в АЖ*, 1980, 6, № 10, с. 620.
17. Виняйкин В. Н., Разин В. А., Федоров В. Т. — *Письма в АЖ*, 1979, 5, № 9, с. 450.
18. Виняйкин Е. Н., Разин В. А. — *Астрон. журн.*, 1979, 56, № 5, с. 913.
19. Станкевич К. С., Иванов В. П., Пелюшенко С. А., Торхов В. А. — *Изв. вузов — Радиофизика*, 1973, 16, № 5, с. 791
20. Иванов В. П., Бубукин И. Т., Станкевич К. С. — *Письма в АЖ*, 1982, 8, № 2, с. 83.
21. Ласточкин В. П., Сорин Ю. М., Станкевич К. С. — *Астрон. журн.*, 1964, 41, № 4, с. 770.
22. Виноградова Л. В., Дмитренко Д. А., Цейтлин Н. М. — *Изв. вузов — Радиофизика*, 1971, 14, № 1, с. 157.
23. Троицкий В. С., Цейтлин Н. М., Порфирьев В. А. — *Астрон. журн.*, 1964, 41, № 3, с. 446.

Научно-исследовательский  
радиофизический институт

Поступила в редакцию  
2 апреля 1984 г.

УДК 533.951

## ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ВОЛН ПЛОТНОСТИ ЗАРЯДА В КОЛЬЦЕВЫХ ПОТОКАХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ (МОДЕЛЬ КОЛЕЦ САТУРНА)

*П. В. Блюх, В. В. Ярошенко*

В данной работе рассматривается параметрический резонанс, возникающий в тонком кольцевом потоке заряженных частиц за счет изменения их электрических свойств. Такая задача имеет отношение к процессам, происходящим в кольцах Сатурна, пылевые частицы которых, согласно последним экспериментальным данным, не являются электрически нейтральными [1]. По имеющимся в [1] оценкам для микронных частиц отношение  $q/m \sim 10^7$  ед. СГС ( $q$  — заряд,  $m$  — масса частицы). При таких  $q/m$  коллективные процессы в совокупности пылевых частиц обусловлены, в основном, силами электрического взаимодействия, и мелкие частицы можно рассматривать как компонент плазмы. Тем самым фундаментальная проблема устойчивости колец оказывается связанной с различными механизмами возбуждения колебаний в многокомпонентной плазме [2]. В настоящей заметке мы обращаем внимание на одну возможность возникновения неустойчивости, которая связана с периодическим прохождением частиц через области света и тени (кольца всегда частично затенены планетой, а в период, близкий к равноденствию, Солнце освещает только половину кольца).

Величина заряда частиц определяется балансом токов электронов из окружающей плазмы и фотоэффекта. Поскольку эти токи зависят от солнечной радиации, заряды частиц на освещенной и затененной сторонах кольца оказываются различными, что и создает предпосылку для возникновения параметрического резонанса.

1. **Однородный кольцевой пучок.** Рассматривается достаточно узкий кольцевой поток заряженных частиц радиуса  $a$ , расположенный в плоскости  $z = 0$  и находящийся на расстоянии  $r_0 \gg a$  от оси вращения планеты (ось  $z$ ). Наряду с отрицательно заряженными макрочастицами, в пучке имеются электроны и ионы плазмы. Предполагается, что поток электрически квазинейтрален и полный ток остается постоянным вдоль кольца. Имея в виду наблюдавшиеся азимутальные неоднородности в кольцах, будем рассматривать только азимутальную волну и, кроме того, ограничимся достаточно низкочастотными возмущениями с частотой, близкой к угловой скорости вращения Сатурна ( $\omega \sim 10^{-3} \div 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ ).

Исходная система линеаризованных уравнений имеет вид

$$\frac{\partial V^{(\alpha)}}{\partial t} + (V_0^{(\alpha)} \nabla) V^{(\alpha)} = - \frac{q^{(\alpha)}}{m^{(\alpha)}} \left( \nabla \varphi + \frac{1}{c} [V^{(\alpha)} B_0] \right), \quad \frac{\partial \rho^{(\alpha)}}{\partial t} + (\nabla J^{(\alpha)}) = 0, \quad (1)$$

$$J^{(\alpha)} = \rho^{(\alpha)} V_0^{(\alpha)} + \rho_0^{(\alpha)} V^{(\alpha)}, \quad \Delta \varphi = -4\pi \sum_{(\alpha)} \rho^{(\alpha)}.$$

Здесь индекс  $\alpha$  указывает сорт частиц (электроны, ионы и макрочастицы),  $\varphi, \rho^{(\alpha)}, V^{(\alpha)}$  — потенциал, плотность заряда и скорость. Нулевые индексы соответствуют невозмущенным значениям,  $B_0$  — внешнее магнитное поле,  $B_0 \parallel Oz$ . Все переменные величины изменяются по закону  $\exp[i(\omega t - l\theta)]$ , а электрический потенциал тонкого кольца  $\varphi$  для длинноволновых возмущений имеет вид, подобный потенциалу однородного кольца [3], в котором зависимость плотности заряда от азимута рассматривается параметрически:

$$\varphi \simeq 2\pi a^2 \ln(8r_0/a) \sum_{(\alpha)} \rho^{(\alpha)}(\theta).$$

Из (1) обычным способом получим дисперсионное уравнение, описывающее азимутальные возмущения в тонком кольцевом пучке, которое, как и должно быть в многокомпонентной системе, содержит слагаемые, соответствующие электронам, ионам и макрочастицам (см. [2]). Учтем, что гирочастоты электронов ( $\omega_{B_e} \sim 10^5 \text{ c}^{-1}$ ), ионов ( $\omega_{B_i} \sim 10^2 \text{ c}^{-1}$ ) и макрочастиц ( $\omega_p \sim 10^{-5} \text{ c}^{-1}$ ) сильно отличаются друг от друга и выполняются следующие неравенства:  $\omega^2 \ll \omega_{B_e}^2$ ,  $\omega^2 \ll \omega_{B_i}^2$ ,  $\omega^2 \gg \omega_p^2$ . Это означает, что основной вклад в дисперсионное уравнение будет вносить слагаемое, соответствующее макрочастицам. Поэтому в дальнейшем будем использовать дисперсионное уравнение в упрощенном варианте:

$$1 \simeq \frac{l^2 a^2}{2r_0^2} \ln\left(\frac{8r_0}{a}\right) \frac{\omega_p^2}{(\omega - lV_0/r_0)^2}, \quad (2)$$

где  $\omega_p = (4\pi q \rho_0/m)^{1/2}$  — плазменная частота макрочастиц.

2. Скачкообразные изменения  $\rho_0(\theta)$ . Пусть плотность заряда макрочастиц  $\rho_0(\theta)$  принимает попеременно лишь два значения:  $\rho_{0_1}$  на интервале  $[0, \theta_1]$  (тень) и  $\rho_{0_2}$  на интервале  $[\theta_1, 2\pi]$  (свет) — рис 1а. Учитывая (2), общее решение системы (1) на участке 1 запишем в виде

$$J_1 = \exp\left[i\left(\omega t - \frac{\omega r_0}{V_0} \theta\right)\right] \left[ A \exp\left(i\tau_1 \frac{\omega r_0}{V_0} \theta\right) + B \exp\left(-i\tau_1 \frac{\omega r_0}{V_0} \theta\right) \right],$$

$$V_1 = \exp\left[i\left(\omega t - \frac{\omega r_0}{V_0} \theta\right)\right] \left[ A \exp\left(i\tau_1 \frac{\omega r_0}{V_0} \theta\right) - B \exp\left(-i\tau_1 \frac{\omega r_0}{V_0} \theta\right) \right] \frac{\tau_1}{\rho_{0_1}}.$$

Соответственно на участке 2

$$J_2 = \exp\left[i\left(\omega t - \frac{\omega r_0}{V_0} \theta\right)\right] \left[ C \exp\left(i\tau_2 \frac{\omega r_0}{V_0} \theta\right) + D \exp\left(-i\tau_2 \frac{\omega r_0}{V_0} \theta\right) \right],$$

$$V_2 = \exp\left[i\left(\omega t - \frac{\omega r_0}{V_0} \theta\right)\right] \left[ C \exp\left(i\tau_2 \frac{\omega r_0}{V_0} \theta\right) - D \exp\left(-i\tau_2 \frac{\omega r_0}{V_0} \theta\right) \right] \frac{\tau_2}{\rho_{0_2}},$$

где  $\tau_{1,2} = a\omega p_{1,2} [(1/2) \ln(8r_0/a)]^{1/2} / V_0 < 1$ .

Учитывая непрерывность токов и скоростей в точках разрыва  $\rho_0(\theta)$  и периодичность решений, получим дисперсионное уравнение:

$$\cos\left(2\pi \frac{\omega r_0}{V_0}\right) = \cos\left[\frac{\omega r_0}{V_0} (\tau_1 \theta_1 + \tau_2 \theta_2)\right] - \frac{1}{2} \alpha^2 \sin\left(\frac{\omega r_0}{V_0} \tau_1 \theta_1\right) \sin\left(\frac{\omega r_0}{V_0} \tau_2 \theta_2\right),$$

где  $\theta_2 = 2\pi - \theta_1$ ,  $\alpha^2 = (\omega_{p_1} \rho_{0_2} - \omega_{p_2} \rho_{0_1})^2 / \omega_{p_1} \omega_{p_2} \rho_{0_1} \rho_{0_2}$ . Полагая  $\omega = \omega' + i\omega''$  ( $\omega'' \ll \omega'$ ) и проделав несложные выкладки, получим условия, соответствующие максимуму инкремента  $\omega''$ :

$$\frac{\omega' r_0}{V_0} \tau_1 \theta_1 = \frac{\omega' r_0}{V_0} \tau_2 \theta_2 = \frac{(2n+1)\pi}{2}, \quad \frac{\omega' r_0}{V_0} = \frac{(2m^*+1)}{2}$$

( $n=0, 1, 2, \dots$ ;  $m^* = 1, 2, 3, \dots, m^* > n$ ). При этом  $\omega''$  определяется параметрами пучка, номером зоны неустойчивости  $n$ , а также значением  $\omega'$  (или  $m^*$ ):

$$\omega'' \simeq \pm \omega' \alpha \{ \pi [(2m^*+1)^2 - (2n+1)^2]^{1/2} \} \quad (3)$$

(при выводе считалось, что  $\alpha \ll 1$ ). Отметим, что наибольшее значение  $\omega''$  достигается в первой зоне неустойчивости ( $n=0$ ) при  $m^*=1$ . Два значения  $\omega''$  в (3) соответствуют распространению экспоненциально нарастающей во времени  $J_{\text{нар}}(t, \theta)$

при  $\omega'' < 0$  и убывающей  $J_{y\phi}(t, \theta)$  при  $\omega'' > 0$  волн. Полные выражения для токов, скоростей и плотностей заряда выписывать не будем в связи с их громоздкостью. Эти волны имеют одинаковый осциллирующий множитель  $\exp[i(\omega't - \omega'r_0\theta/V_0)]$ , но различный закон изменения амплитуды вдоль пучка. Приведем только графики модулей возмущений плотности заряда, которые одновременно являются волнами плотности пылевых частиц ( $|\rho_{нар}(\theta)|$  — рис. 1б,  $|\rho_{y\phi}(\theta)|$  — рис. 1в). С течением времени останутся только те возмущения, которые соответствуют  $\rho_{нар}(t, \theta)$ . Они имеют резкий минимум в предрассветные часы и возрастают в освещенной области. К сожалению, экспериментальных данных по флуктуациям плотности вещества в кольцах Сатурна не имеется, но указания на изменения плотности колец, связанные с положением терминатора в литературе, отмечались [4].

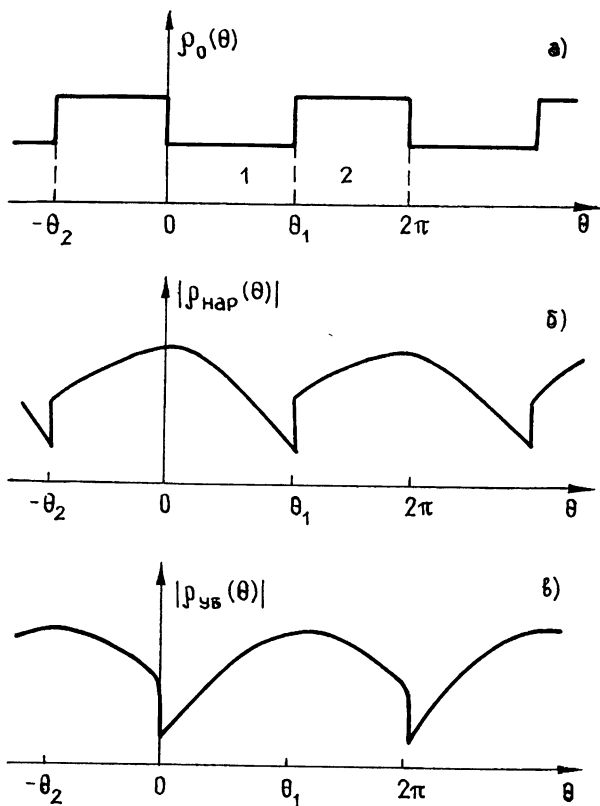


Рис. 1.

Численные оценки, сделанные для  $F$ -кольца Сатурна при разумных параметрах макрочастиц, соответствуют возмущениям, развивающимся достаточно быстро (за несколько десятков оборотов планеты вокруг своей оси)

**3. Монотонное изменение  $\rho_0(\theta)$  в переходной зоне.** В реальных условиях  $\rho_0(\theta)$  меняется не скачком, т. е. существует некоторая переходная зона. Тогда, согласно рис. 1б и 1в, можно ожидать существования локально нарастающих по  $\theta$  решений в области перехода тень — свет и, наоборот, убывающих в области перехода свет — тень. Для нахождения этих решений (условия периодичности по  $\theta$  здесь уже не требуются) перейдем от системы (1) к дифференциальному уравнению второго порядка для функции  $\Theta(\theta)$ , связанной с током  $J(\theta)$  соотношением  $J(\theta) =$

$$= \Theta(\theta) \exp \left[ -\frac{1}{2} \int_0^\theta \left( \frac{2i\omega r_0}{V_0} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial \theta} \right) d\theta \right] \quad [5]:$$

$$d^2\Theta/d\theta^2 + F(\theta)\Theta = 0,$$

где

$$F(\theta) \simeq (2\rho_0)^{-1} \partial^2 \rho_0 / \partial \theta^2 - 3(2\rho_0)^{-2} (\partial \rho_0 / \partial \theta)^2.$$

(Здесь, как и раньше, предполагается гармоническая зависимость переменных величин от времени и  $\tau^2 = a^2 \omega_p^2 \ln(8r_0/a)/2V_0^2 \ll 1$ .)

Зададим определенный закон изменения  $\rho_0(\theta)$ . Пусть в переходной зоне шириной  $\beta^{-1}$   $\rho_0(\theta) = \rho_0 e^{\pm i\theta}$ . Тогда в окрестности терминатора тень — свет ( $+\beta$ )  $J(\theta)$ , а соответственно и  $\rho(\theta)$ , содержит нарастающее решение

$$J_{\text{нар}}(\theta) \simeq \exp \left[ i \left( \omega t - \frac{\omega r_0}{V_0} \theta \right) \right] [C_1 e^{\beta\theta} + C_2]$$

(при этом переход считается достаточно резким ( $\beta \gg \tau^2$ )). Вблизи перехода свет — тень, наоборот, имеется затухающее решение  $\sim e^{-\beta\theta}$ .

Таким образом, в кольцах Сатурна можно ожидать развития как временной неустойчивости волн плотности за счет периодического изменения параметров частиц, так и сравнительно мелкокомасштабной пространственной неустойчивости с характерным размером порядка переходной зоны.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Thomsen M. F., Goertz C. K., Northrop T. G. et al. — Geophys. Res. Letters, 1982, 9, № 4, p. 423.
2. Блиох П. В., Ярошенко В. В. Тезисы докладов Всесоюзного семинара «Плазменная электроника». — Харьков, 1983, с. 134.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. — Электродинамика сплошных сред.—М.: Наука, 1982, с. 22.
4. Smith V. A., Veebe R., Boyce J et al. — Science, 1981, 212, № 4491, p. 163.
5. Блиох П. В., Файнберг Я. Б. — ЖТФ, 1956, 26, № 3, с. 530.

Институт радиофизики и электроники  
АН УССР

Поступила в редакцию  
28 февраля 1984 г.

УДК 551.510.535

## ДВИЖЕНИЕ ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЫ ВДОЛЬ СИЛОВЫХ ЛИНИЙ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

А. В. Павлов

Для определения из уравнения непрерывности концентраций  $N_i$  ионов необходимо предварительно найти их средние скорости  $U_i$ . В приближении метода Грэда  $U_i$  находятся из системы нестационарных нелинейных дифференциальных уравнений [1, 2]. В методе Чепмена—Энскога вместо нескольких дифференциальных уравнений для  $U_i$  нужно решить систему алгебраических уравнений для скоростей диффузии  $V_j$  и одно дифференциальное уравнение для гидродинамической скорости  $V(U_i = V_i + V_j)$  [3–5]. К сожалению, этот подход невозможно использовать выше экзобазы  $z^*$ , где не выполняются условия гидродинамического описания нейтральных компонентов и уравнения для определения  $V$ ;  $V_i$  теряют смысл. Используя идею метода Чепмена—Энскога, в настоящей работе будут выведены уравнения, позволяющие упростить определение  $U_i$  в ионосфере.

Возьмем уравнения для определения  $U_j$  в приближении 13 моментов метода Грэда [1, 2]. Введём  $W_j = U_j - W$ ,  $W = \sum_j \rho_j U_j'' / \rho_0$ ,  $\rho_0 = \sum \rho_j$ , где индекс  $j$  здесь и далее относится к ионам и электронам,  $\rho_j = M_j N_j$ ,  $M_j$  — масса,  $F_j'' = (F_j, B) / B$  для любого  $F_j$ ,  $B$  — магнитное поле  $B = |B|$ . В этом случае уравнения для определения  $U_j''$  переходят в уравнения для определения  $W_j$ . Рассмотрим столкновительный член  $R_j = \rho_j \sum_q \nu_{jq} (U_q'' - U_j'') \Phi_{jq}$ , где  $\nu_{jq}$  — частота столкновений, вид  $\Phi_{jq}$  для взаимодействия твердых сфер и экранированного кулоновского потенциала дан в [2, 6]. Для  $|U_q'' - U_j''| \ll Y_{jq} = [2k(T_q/M_q + T_j/M_j)]^{1/2}$  (линейное приближение)  $\Phi_{jq} = 1$ , где  $T_j, T_q$  — температуры,  $k$  — постоянная Больцмана [2, 6]. Очевидно, что  $R_j = \rho_j [\sum_n \nu_{jn} (U_n'' - W) \Phi_{jn} - W_j \nu_j^* + \sum_{i \neq j} \nu_{ji} W_i \Phi_{ji}]$ ,  $\nu_j^* = \sum_m \nu_{jm} \Phi_{jm}$ , где индекс  $n$  относится к нейтральным частицам,  $m$  — ко всем сортам частиц.