ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVII, № 11 РАДИОФИЗИКА 1984

УДК 537 31 33 538 221

МОДУЛЯЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И СОЛИТОНЫ ОГИБАЮЩИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ФЕРРОМАГНИТНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Ф. Г. Басс, Н. Н. Насонов

Рассмотрен процесс распространения нелинейных спин-спиральных волн в ферромагнитных полупроводниках. Исследован эффект автомодуляции слабонелинейных волн. Показано существование и изучены характеристики солитонов огибающих спин-спиральных волн.

Введение и общие соотношения. Одним из наиболее активно изучаемых в последние годы новых перспективных материалов являются ферромагнитные полупроводники (ФП) [1]. Большой интерес как с точки зрения физики ФП, так и для приложений представляет проблема распространения электромагнитных волн в проводящих ферромагнетиках [2–4] (к отмеченной проблеме следует отнести также вопросы взаимодействия потоков заряженных частиц с ферромагнитными средами [5,6]). Впервые взаимодействие спиновой подсистемы ферромагнетика с плазмой носителей тока рассматривалось в работах [2,5], причем в [5] изучалось возбуждение спиновых волн потоком заряженных частиц, а в [2] исследовались связанные спин-спиральные волны в проводящих ферромагнетиках. В дальнейшем была создана детальная линейная теория распространения электромагнитных волн в ФП (см., например, [7,8]). С другой стороны, теория нелинейных волн в ФП развита значительно слабее.

В настоящей работе исследуются нелинейные электромагнитные волны в одноосном ФП, находящемся в однородном магнитном поле. Анализ проводится в рамках гидродинамического описания плазмы электронов проводимости [7,9]. В качестве материального уравнения для спиновой подсистемы ФП используется уравнение Ландау—Лифшица с учетом неоднородного обмена, магнитной анизотропии и магнито-дипольного взаимодействия.

В первой части работы проводится общее аналитическое исследование слабонелинейных электромагнитных волн, распространяющихся вдоль магнитного поля, параллельного оси анизотропии ФП; в частности, анализируется эффект автомодуляции спин-спиральных волн. Во второй части изучаются солитоны огибающих спин-спиральных волн без предположения о малости их амплутуды.

Исходная система уравнений рассматриваемой задачи имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{M} = -\gamma\,[\boldsymbol{M}, \boldsymbol{H}_{эфф}], \quad \boldsymbol{H}_{эфф} = \boldsymbol{H}_0 + e\beta\,|\boldsymbol{eM}| + q\nabla^2\boldsymbol{M} + \boldsymbol{H},$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \boldsymbol{v}\nabla + \nu\right)\boldsymbol{v} = -\frac{e}{m}\left(\boldsymbol{E} + (1/c)\,[\boldsymbol{vL}]\right), \quad \frac{\partial}{\partial t}n + \nabla(n\boldsymbol{v}) = 0, \tag{1}$$

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{H} = -\frac{4\pi}{c}en\boldsymbol{v} + \frac{\varepsilon_0}{c}\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{E}, \quad \operatorname{rot}\boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{B},$$

где M — вектор намагниченности ФП, $B = H + 4\pi M$, β и q — постоянные анизотропии и неоднородного обмена соответственно, H_0 — постоянное магнитное поле, остальные обозначения общепринятые, размагничивающее поле, обусловленное магнито-дипольным взаимодействием, включено в H

Пусть волна распространяется вдоль H_0 и $H_0 \parallel e$ При этом, вследствие аксиальной симметрии задачи, удобно перейти к циркулярной поляризации для поперечных составляющих, входящих в систему (1) величин. Используя интеграл уравнения Ландау—Лифшица $|M| = M_0$ (M_0 — магнитный момент насыщения), введем также угловые переменные θ и φ согласно формулам

$$M_x = M_0 \cos\theta, \quad M_y = M_0 \sin\theta\cos\varphi, \quad M_z = M_0 \sin\theta\sin\varphi.$$

Система (1) после введения безразмерных переменных принимает вид

$$\left(b_0 + \beta_0\cos\theta + i\frac{\partial}{\partial\tau} + u_0^2\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\cos\theta - u_0^2\cos\theta\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\right)\sin\theta e^{i\varphi} = \cos\theta b_\perp,$$

$$\frac{\partial}{\partial\xi}\varepsilon_\perp = i\frac{\partial}{\partial\tau}b_\perp, \qquad \frac{\partial}{\partial\xi}(b_\perp - \sin\theta e^{i\varphi}) = ifu_\perp - i\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial\tau}\varepsilon_\perp,$$

$$\left(\frac{m_0}{m}b_0 + i\alpha + i\frac{\partial}{\partial\tau} + iu_x\frac{\partial}{\partial\xi}\right)u_\perp = -\frac{m_0}{m}(i\varepsilon_\perp - u_x b_\perp), \tag{2}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial\tau} + u_x\frac{\partial}{\partial\xi} + \alpha\right)u_x = -\frac{m_0}{m}\left(\varepsilon_x + \frac{i}{2}u_\perp b_\perp^* - \frac{i}{2}u_\perp^* b_\perp\right),$$

$$\frac{\partial}{\partial\xi}\varepsilon_x = -\varepsilon_0^{-1}\tilde{f}, \qquad \frac{\partial}{\partial\tau}f + \frac{\partial}{\partial\xi}(fu_x) = 0,$$

где $\tau = \omega_M t$, $c\xi = \omega_M x$, $\omega_M = 4\pi\gamma M_0$, $\nu = \omega_M\alpha$, $u_0^2 = q\omega_M^2/4\pi c^2$, $cu = v$, $E = 4\pi M_0\varepsilon$, $B = 4\pi M_0 b$, $b_0 = 1 + h_0$, $H_0 = 4\pi M_0 h_0$, $\beta = 4\pi\beta_0$, $f = f_0 + \tilde{f} = (4\pi e^2/m_0\omega_M^2)(n_0 + \tilde{n})$, n_0 и $\tilde{n}$ — постоянная и переменная составляющие плотности носителей тока, для величин любого вида $a_\perp = a_y + ia_z$, m_0 — масса свободного электрона, m — эффективная масса.

Нетрудно показать, что в случае, когда можно пренебречь поглощением волны (т. е. при $\alpha = 0$), система (2) имеет решения в виде плоских монохроматических волн с произвольной амплитудой. Для таких волн $u_x = \varepsilon_x = 0$, $f = f_0$. $a_\perp = a_0\exp(i\varphi)$, $a_0 = \mathrm{const}$, $\theta = \mathrm{const}$, $\varphi = \omega\tau - k\xi$. Частота волны ω и волновое число k связаны нелинейным дисперсионным соотношением

$$k^2[b_0 + (\beta_0 + k^2u_0^2 - 1)\cos\theta - \omega] - \varepsilon_0\omega^2\left[1 + \frac{m_0m^{-1}f_0}{\varepsilon_0\omega(m_0m^{-1}b_0 - \omega)}\right]\times$$
$$\times[b_0 + (\beta_0 + k^2u_0^2)\cos\theta - \omega] = 0. \tag{3}$$

Формула (3) обобщает известное дисперсионное соотношение для линейной спин-спиральной волны (см., например, [7]) на случай произвольной амплитуды волны.

Модуляционная неустойчивость слабонелинейных волн. Исследуем процесс распространения квазимонохроматических слабонелинейных ($\theta \ll 1$) волн. Эта задача допускает общее аналитическое решение, для чего достаточно знать нелинейное дисперсионное соотношение (3). Пусть поперечная составляющая намагниченности в такой волне имеет вид

$$m_{\perp} = \sin\theta \exp(i\varphi) = m_\theta \exp(i\omega\tau - ik\xi), \tag{4}$$

где ω и k связаны соотношением (3) при $\theta = 0$, а амплитуда m_θ является медленно изменяющейся во времени и пространстве функцией. Благодаря этому в спектральном разложении $m_{\perp}$ присутствуют лишь частоты ω' и волновые числа k', близкие к ω и k (3). Следуя [10], имеем для определения огибающей m_θ нелинейное параболическое уравнение

$$i\frac{\partial m_\theta}{\partial\tau} + i\frac{\partial\omega}{\partial k}\frac{\partial m_\theta}{\partial\xi} - \frac{1}{2}\frac{\partial^2\omega}{\partial k^2}\frac{\partial^2 m_\theta}{\partial\xi^2} + \frac{\partial\omega}{\partial\theta^2}|m_\theta|^2 m_\theta = 0, \tag{5}$$

задача Коши для которого в случае локализованных в пространстве возмущений решена точно в работе [11].

Одно из наиболее интересных возможных решений уравнения (5) описывает уединенную волну—солитон (или набор солитонов), для которой зависимость $m_\theta(\xi)$ стремится к нулю при $|\xi| \to \infty$. Необходимое условие появления таких решений уравнения (5) совпадает с критерием модуляционной неустойчивости Лайтхилла $(\partial^2\omega/\partial k^2)(\partial\omega/\partial\theta^2) < 0$ [12]. Развитие модуляционной неустойчивости приводит к разбиению исходной волны (4) на локализованные в пространстве нерасплывающиеся волновые пакеты, причем, согласно [10], столкновения между такими пакетами носят упругий характер. В области устойчивости (т. е. при $(\partial^2\omega/\partial k^2)(\partial\omega/\partial\theta^2) > 0$) нерасплывающихся волновых пакетов не образуется и волна (4) конечной длительности обязательно расплывается за достаточно большой промежуток времени вследствие дисперсии. В случае волны бесконечной длительности уравнение (5) для огибающей имеет при граничных условиях $|m_\theta(\xi)| \to \mathrm{const}$, $(d/d\xi)|m_\theta(\xi)| \to 0$ при $|\xi| \to \infty$ решения в виде антисолитонов, соответствующих нерасплывающимся впадинам на фоне постоянной огибающей [13].

Для выяснения вопроса об устойчивости спин-спиральных волн относительно автомодуляции определим входящие в (5) коэффициенты. В ФП обычно плазменная частота электронов проводимости существенно превышает ларморовскую частоту и частоту ферромагнитного резонанса, т. е. $\sqrt{m_0 f_0/m} \gg m_0 b_0/m$, $h_0 + \beta_0$, поэтому в области частот $\omega \lesssim h_0 + \beta_0$, где имеет место активное взаимодействие спиновых и спиральных волн, выполняется условие $\varepsilon_0\omega(m_0 b_0/m - \omega) \ll m_0 f_0/m$. С учетом этого из (3) в случае малых амплитуд волн получаем дисперсионное соотношение

$$\omega = \omega^{\pm}(k) + \varkappa^{\pm}(k)\,\theta^2,$$

$$\omega^{\pm}(k) = (1/2)\Bigg[b_0 + \beta_0 + k^2u_0^2 + k^2(b_0' - 1)(k^2 + f_0')^{-1} \pm$$

$$\pm\sqrt{\left(b_0 + \beta_0 + k^2u_0^2 - \frac{k^2(b_0'-1)}{k^2+f_0'}\right)^2 - \frac{4k^2}{k^2+f_0'}\left(b_0 - b_0' + \beta_0 + k^2u_0^2\right)}\;\Bigg],$$

$$\varkappa^{\pm}(k) = (1/4)\Bigg[k^2(k^2+f_0')^{-1} - \beta_0 - k^2u_0^2 \mp \tag{6}$$

$$\mp\Bigg[\left(b_0 - \frac{k^2b_0'}{k^2+f_0'}\right)\left(b_0 + k^2u_0^2 + \frac{k^2}{k^2+f_0'}\right) - \frac{2k^2}{k^2+f_0'}(b_0 - b_0') +$$

$$+\left(\frac{k^2}{k^2+f_0'}-\beta_0-k^2u_0^2\right)^2\Bigg]\Bigg[\left(b_0+\beta_0+k^2u_0^2-\frac{k^2(b_0'-1)}{k^2+f_0'}\right)^2-$$

$$-\frac{4k^2}{k^2+f_0'}\left(b_0-b_0'+\beta_0+k^2u_0^2\right)\Bigg]^{-1/2}\Bigg],$$

определяющее две ветви спин-спиральных волн в ФП, здесь $f_0'=m_0f_0/m$, $f'_0=m_0b_0/m$.

Выражения (6) достаточно громоздки, поэтому рассмотрим некоторые предельные случаи.

Замечаем, что характер зависимостей $\omega^\pm(k)$ и $\varkappa^\pm(k)$ наиболее резко меняется в области значений $k^2\approx f_0'$ и $k^2\approx u_0^{-2}$, причем обычно $f_0'u_0^2\ll 1$. В области $k^2\ll f_0'$ получаем для ветви (+)

$$\omega^+(k)=b_0+\beta-\frac{b_0+\beta_0-b_0'}{b_0+\beta_0}\frac{k^2}{f_0'},\quad \varkappa^+(k)=-\frac{1}{2}\beta_0 \tag{7}$$

и для ветви (—)

$$\omega^-(k)=b_0'\frac{h_0+\beta_0}{b_0+\beta_0}\frac{k^2}{f_0'},\quad \varkappa^-(k)=\frac{1}{2}\frac{b_0-b_0'}{(b_0+\beta_0)^2}\frac{k^2}{f_0'}. \tag{8}$$

Согласно (7) длинноволновые спин-спиральные волны ветви (+) оказываются неустойчивыми относительно разбиения на волновые пакеты—солитоны огибающих в случае $b_0'>b_0+\beta_0$, поскольку при этом выполняется критерий Лайтхилла $(\partial^2\omega^+/\partial k^2)\varkappa^+<0$.

Условие $(\partial^2\omega/\partial k^2)\varkappa<0$ не является достаточным для реализации солитонных решений уравнения (5). Пусть, например, в начальный момент времени огибающая m_θ из (5) задана в виде прямоугольного импульса с амплитудой θ_0 и длиной $\Delta\xi$. Тогда для образования хотя бы одного солитона необходимо (см. [10]) выполнение условия

$$\theta_0\Delta\xi>\frac{\pi}{2}\left|\frac{\partial^2\omega}{\partial k^2}\varkappa^{-1}\right|^{1/2}, \tag{9}$$

при меньших значениях произведения $\theta_0\Delta\xi$ солитоны не образуются и исходный импульс расплывается вследствие дисперсии.

На практике обычно импульс с огибающей $m_\theta(\tau)$ возбуждается на входе системы. При этом величина $\Delta\xi$ связана с длительностью импульса $\Delta\tau$ соотношением $\Delta\xi=(\partial\omega/\partial k)\Delta\tau$. Пороговое условие образования солитона огибающей (9) в случае (7) при $b_0'>b_0+\beta_0$ принимает вид

$$\theta_0\Delta\tau>\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{f_0'}{\beta_0k^2}\,\frac{b_0+\beta_0}{b_0'-b_0-\beta_0}}. \tag{10}$$

Согласно (10) порог образования солитона снижается с ростом волнового числа k.

Выражения (8) показывают, что волны ветви (—) являются устойчивыми относительно автомодуляции при всех значениях параметров в области $k^2\ll f_0'$.

Поведение функций $\omega^\pm(k)$ и $\varkappa^\pm(k)$ при $k^2\gg f_0'$ существенно зависит от соотношения параметров $h_0+\beta_0$, b_0' и $b_0+\beta_0$. Однако при любых соотношениях указанных параметров зависимости $\omega^\pm(k)$ и $\varkappa^\pm(k)$ характеризуются всего четырьмя функциями

$$\omega_1(k) = (h_0 + \beta_0 + k^2 u_0^2)\left(1 + (h_0 + \beta_0 - b_0' + k^2 u_0^2)^{-1} f_0' k^{-2}\right),$$
$$\varkappa_1(k) = (1/2)(1 - \beta_0 - k^2 u_0^2); \tag{11}$$

$$\omega_2(k) = b_0'\left(1 - \frac{b_0 + \beta_0 - b_0' + k^2 u_0^2}{h_0 + \beta_0 - b_0' + k^2 u_0^2} \frac{f_0'}{k^2}\right),$$
$$\varkappa_2(k) = \frac{b_0'(b_0 - b_0') f_0'}{2k^2 (h_0 + \beta_0 - b_0' + k^2 u_0^2)}. \tag{12}$$

Формулы (11) и (12) справедливы при условии $|h_0+\beta_0-b_0'+k^2u_0^2| \gg \gg \Delta = 2\sqrt{b_0' f_0' u_0^2/|h_0+\beta_0-b_0'|}$ ($\Delta \ll 1$ вследствие отмеченного выше неравенства $f_0' u_0^2 \ll 1$).

В целях экономии места ниже подробно анализируется только случай $b_0' < h_0 + \beta_0$.

При $b_0' < h_0+\beta_0$ в области $k^2 \gg f_0'$ зависимости $\omega^+(k)$ и $\varkappa^+(k)$ описываются формулами (11). Функция $\omega^+(k)$ вначале уменьшается с ростом k, приближаясь к значению $\omega = h_0+\beta_0$, затем возрастает и при $k^2 \gtrsim u_0^{-2}$ практически совпадает с зависимостью $\omega = h_0+\beta_0+k^2u_0^2$, характерной для спин-волновой ветви колебаний намагниченности. Нетрудно убедиться, что при $\beta_0 > 1$ зависимости (11) удовлетворяют условию $(\partial^2\omega^+/\partial k^2)\varkappa^+ < 0$ при всех значениях $k^2 > f_0'$, т. е. спин-спиральные волны ветви (+) в рассматриваемых условиях неустойчивы относительно разбиения на волновые пакеты—солитоны огибающих. Обратим внимание на уменьшение отношения $|(\partial^2\omega/\partial k^2)\varkappa^{-1}|$ для ветви (+) с ростом k, что указывает на снижение порога образования солитонов огибающей (см. условие (9)) при переходе от спин-спиральной ветви ($ku_0 \ll 1$) к спин-волновой ($ku_0 \gtrsim 1$). При $\beta_0 < 1$ модуляционная неустойчивость для ветви (+) развивается только в области достаточно больших значений волнового числа $k > \sqrt{1-\beta_0}\, u_0^{-1}$.

Ветвь (—) в рассматриваемом случае описывается формулами (12), из которых следует, что зависимость $\omega^-(k)$ ограничена сверху величиной $\omega = b_0'$, причем в области $k \gtrsim u_0^{-1}$ ветвь (—) совпадает со спиральной ветвью электромагнитных волн в проводящих средах. Модуляционная неустойчивость для рассматриваемых волн имеет место, согласно (12), только при выполнении условия $m_0/m < 1$.

Случаи $h_0 + \beta_0 < b_0' < b_0 + \beta_0$ и $b_0' > b_0 + \beta_0$ рассматриваются аналогично. Отметим только, что в области $b_0' - h_0 - \beta_0 - k^2u_0^2 \gg \Delta$ ветвь (+) описывается выражениями (12), а ветвь (—)—выражениями (11). В области достаточно больших значений волнового числа, в которой $h_0 + \beta_0 - b_0' + k^2u_0^2 \gg \Delta$, ветвь (+) переходит в спин-волновую и описывается формулами (11), а ветвь (—) переходит в спиральную, характеризуемую соотношениями (12).

Как уже отмечалось, уравнение (5) решено точно [11], что позволяет легко вычислить количество образующихся солитонов и их основные характеристики при заданных начальных условиях.

В следующем разделе рассматривается более частная задача анализа односолитонных решений системы (2). Однако в отличие от проведенного исследования рассматриваются солитоны огибающих, в которых величины ω и k являются свободными параметрами, что позволяет установить область существования солитонов огибающих спин-спиральных волн произвольной амплитуды.

Солитоны огибающих спин-спиральных волн. Будем рассматривать решения системы (2) в виде модулированных периодических волн с фазовой скоростью, превыщающей скорость носителей тока (при этом возмущение плотности носителей мало, и можно пользоваться линейным приближением гидродинамики [14]). Предполагая выполненными условия $\alpha \ll b'_0$ и $ku_0 \ll 1$, получаем из (2) систему уравнений

$$\left(b'_0 + i\frac{\partial}{\partial\tau}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial\xi^2} - \varepsilon_0\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\right)b_\perp - if'_0\frac{\partial}{\partial\tau}b_\perp = \left(b'_0 + i\frac{\partial}{\partial\tau}\right)\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\sin\theta e^{i\varphi},$$

$$(b_0 + \beta_0\cos\theta + i\partial/\partial\tau)\sin\theta\, e^{i\varphi} = \cos\theta d_\perp, \tag{13}$$

решение которой будем искать в виде стационарных волн огибающих [15]

$$\theta = \theta(\xi - u\tau),\quad \varphi = \omega\tau - k\xi + \psi(\xi - u\tau),\quad b_\perp = b(\xi - u\tau)e^{i\varphi}. \tag{14}$$

Подставляя (14) в (13), получаем для определения функций $\theta(\xi - u\tau)$ и $\psi(\xi - u\tau)$ уравнение

$$\frac{d^2}{d\nu^2}Re^{i\psi} - 2ik\frac{d}{d\nu}\mathrm{R}e^{i\psi} - k^2\mathrm{R}e^{i\psi} - 2ik\varepsilon_0 u\left(u - \frac{1+\varepsilon(\omega)}{2}\frac{\omega}{k}\right)\frac{d}{d\nu}\Phi e^{i\psi} -$$

$$- k^2\varepsilon_0(u^2 - \varepsilon(\omega)\omega^2k^{-2})\Phi e^{i\psi} = 0,$$

$$R = \left(1 - \varepsilon_0 u^2 - \frac{1 - \beta_0(1 - \varepsilon_0 u^2)}{b_0 - \omega}\cos\theta\right)\mathrm{tg}\,\theta, \tag{15}$$

$$\Phi = \left(1 + \frac{\beta_0}{b_0 - \omega}\cos\theta\right)\mathrm{tg}\,\theta,$$

допускающее общее решение в квадратурах. Здесь $\varepsilon(\omega) = 1 + f'_0[\varepsilon_0 \times \omega(b'_0 - \omega)]^{-1}$, $\nu = \xi - u\tau$. При выводе (15) использовано условие медленности изменения огибающей $ud/d\nu \ll b'_0 - \omega$, $b_0 + \beta_0\cos\theta - \omega$ (при невыполнении этого условия вместо (15) из (13) следует уравнение четвертого порядка). Указанное условие оказывается довольно жестким. Анализ решений (15) показывает, что область ограничена неравенствами $u^2/2 \ll |(\omega - h_0 - \beta_0)(b_0 - \omega)/f'_0|$, $k^2 \ll f'_0$. Заметим, что нелинейное дисперсионное соотношение, следующее из (15), совпадает с выражением (3) при $k^2u_0^2 \to 0$.

Ищем решения (15) в виде уединенных волн, для которых $\theta \to 0$ при $|\nu| \to \infty$. Первые два интеграла уравнения (15) имеют вид

$$\dot\psi = k + \varepsilon_0 u(\omega - ku)(1 + \varepsilon(k,\omega))AR^{-2},$$

$$\dot R^2 = 2\varepsilon_0(\omega - ku)^2\left[\varepsilon(k,\omega)B - \varepsilon_0 u^2(1 + \varepsilon(k,\omega))^2\int_0^R \frac{AB}{R^3}dR\right], \tag{16}$$

$$A = \frac{1 - \beta_0(1 - \varepsilon_0 u^2)}{b_0 - \omega}\left[\frac{1 - \cos\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{2}\frac{\beta_0}{b_0 - \omega}\sin^2\theta\right] - (1 - \varepsilon_0 u^2)\times$$

$$\times[(1/2)\,\mathrm{tg}^2\theta + \beta_0(b_0 - \omega)^{-1}(1 - \cos\theta)],$$

$$B = \frac{1 - \beta_0(1 - \varepsilon_0 u^2)}{b_0 - \omega}\left[1 - \cos\theta + \frac{1}{2}\frac{\beta_0}{b_0 - \omega}\sin^2\theta\right] - (1 - \varepsilon_0 u^2)\times$$

$$\times [(1/2)\operatorname{tg}^2\theta + \beta_0 (b_0 - \omega)^{-1} (1 - \cos\theta)],$$

где $\varepsilon(k,\omega) = 1 + f_0'[\varepsilon_0(\omega - ku)(b_0' - \omega)]^{-1}$. Для определения области существования солитонов рассмотрим второе уравнение (16) в асимптотической области $|\nu| \to \infty$. При этом имеем

$$\dot{R}^2 = \varepsilon_0 (\omega - ku)^2 \left(\frac{b_0 + \beta_0 - \omega}{b_0 - \omega}\right)^2 \left[\frac{\omega - h_0 - \beta_0}{b_0 - \beta_0 - \omega}\, \varepsilon(k,\omega) - \left(\frac{1 - \varepsilon(k,\omega)}{2}\right)^2 \varepsilon_0 u^2\right] \theta^2. \tag{17}$$

Требование положительности выражения в квадратных скобках (17) приводит к следующему ограничению на величину скорости распространения солитона огибающей:

$$\left| u + 2\frac{k}{\omega}\lambda(\omega)\right| < 2\sqrt{\frac{k^2}{\omega^2}\lambda^2(\omega) + \lambda(\omega)},$$
$$\lambda(\omega) = \frac{\omega(b_0' - \omega)}{f_0'}\,\frac{\omega - h_0 - \beta_0}{b_0 + \beta_0 - \omega}. \tag{18}$$

При заданных свободных параметрах волны ω и k величина скорости u из интервала допустимых значений (18) определяется следующей из второго уравнения (16) зависимостью, связывающей u с амплитудой солитона.

Для вещественности величины u необходимо, чтобы выражение под знаком корня в (18) было положительным, что выполняется при

$$k^2/f_0' + \omega(b_0 + \beta_0 - \omega)/(b_0' - \omega)(\omega - h_0 - \beta_0) > 0. \tag{19}$$

Формула (19) определяет область существования солитонов огибающих на плоскости ωk (в области $k < \sqrt{f_0'}$).

Отметим, что соотношение (19) согласуется с результатами анализа слабонелинейных волн. Легко убедиться, что кривая $\omega^+(k)$, определяемая формулой (7), попадает в область существования солитонов огибающей (19) только при $b_0' > b_0 + \beta_0$ в соответствии с критерием Лайтхилла. Кривая $\omega^-(k)$ из (8) расположена вне области (19) при всех значениях параметров. Область существования солитонов огибающей показана на рис. 1 (заштрихована) в случае $h_0 + \beta_0 < b_0' < b_0 + \beta_0$.

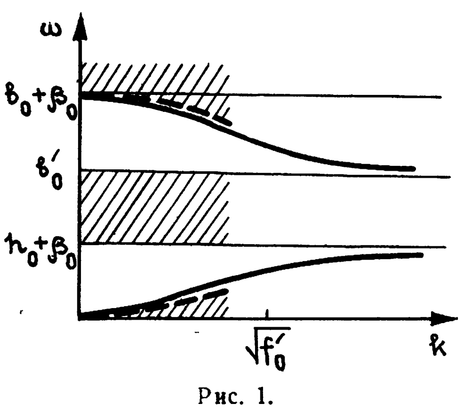

Рис. 1.

Явное выражение для солитонов огибающей удается получить только при малой амплитуде θ и при скорости u, близкой к предельному значению из (18), т. е. $u \sim u_k = 2[(k^2\omega^{-2}\lambda^2(\omega) - \lambda(\omega))^{1/2} - k\omega^{-1}\lambda(\omega)]$. При этом на величину u_k накладывается жесткое ограничение $u_k^2 \ll 2|(\omega - h_0 - \beta_0) \times (b_0' - \omega)/f_0'|$, связанное с условием медленности изменения огибающей. Рассмотрим для простоты изотропный ФП ($\beta_0 = 0$). Анализ показывает, что отмеченное неравенство может быть выполнено в области частот $h_0 < \omega < b_0$. Зависимость $\theta(\xi - u\tau)$ имеет вид

$$\theta = \theta_k \operatorname{ch}^{-1} [(\xi - u\tau)/L],$$

$$\theta_k^2 = \frac{4\omega(\omega - h_0)\sqrt{k^2\omega^{-2}\lambda^2 + \lambda}}{(\omega - ku)\lambda}(u_k - u), \qquad (20)$$

$$L^{-2} = \frac{4\omega(\omega - ku)\sqrt{k^2\omega^{-2}\lambda^2 + \lambda}}{u^2\lambda}(u_k - u).$$

Согласно (20) область локализации солитона резко возрастает с уменьшением амплитуды при $u \to u_k$. Выражения (20) справедливы при выполнении условия $b_0 \gg \omega > h_0$ (при этом намагничивающее ФП поле H_0 должно быть малым по сравнению с индукцией насыщения материала).

ЛИТЕРАТУРА

1. Нагаев Э. Л. — УФН, 1975, **117**, № 3, с. 437
2. Stern E., Callen E. — Phys. Rev., 1963, **131**, № 2, p. 512.
3. Барьяхтар В. Г., Савченко М. А., Степанов К. Н. — ЖЭТФ, 1966, **50**, № 3, с. 576.
4. Бланк А. Я., Каганов М. И. — УФН, 1967, **92**, № 4, с. 583.
5. Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. — ЖЭТФ, 1963, **45**, № 2, с. 337.
6. Насонов Н. Н., Шендерович А. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1974, **17**, № 6, с. 909.
7. Стил М., Вюраль Б. Взаимодействие волн в плазме твердого тела. — М: Атомиздат, 1973.
8. Гуляев Ю. В., Зильберман П. Е. — ФТТ, 1978, **20**, № 2, с. 1129.
9. Канер Э. А., Яковенко В М. — УФН, 1975, **115**, № 1, с. 49.
10. Захаров В. Е., Манаков С В., Новиков С. П., Питаевский Л. П. Теория солитонов. Метод обратной задачи. — М.: Наука, 1980.
11. Захаров В. Е., Шабат А. Б. — ЖЭТФ, 1971, **61**, № 7, с. 118.
12. Lighthill M. — Proc. Roy. Soc., 1967, **A 299**, № 1, p. 28.
13. Захаров В. Е., Шабат А Б. — ЖЭТФ, 1973, **64**, № 5, с. 1627.
14. Басс Ф. Г., Ватова Л. Б. Препринт ИРЭ АН УССР № 143. — Харьков, 1980.
15. Горшков К. А., Козлов В. А., Островский Л. А. — ЖЭТФ, 1973, **65**, № 1, с. 189.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
3 октября 1983 г.

MODULATION INSTABILITY AND SOLITONS OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN FERROMAGNETIC SEMICONDUCTORS

F. G. Bass, N. N. Nasonov

Propagation of nonlinear helicon-magnon waves is considered in ferromagnetic semiconductors. Automodulation effect of nonlinear waves have been investigated. The existence of solitons for helicon-magnon waves is proved.