

УДК 621.372.853:539.216.2

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА С РЕЗИСТИВНОЙ ПЛЕНКОЙ В ДИАГОНАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

И. М. Бравер, Х. Л. Гарб, П. В. Николаев, П. Ш. Фридберг

Рассмотрен прямоугольный волновод, в диагональной плоскости которого симметрично расположена резистивная пленка произвольной ширины. Сформулировано дисперсионное уравнение для волны, у которых распределение поперечного электрического поля симметрично относительно оси волновода. Численные результаты приведены для пленки, полностью перекрывающей сечение волновода. В предельном случае идеально проводящей пленки получен переход к решению, отвечающему основной волне треугольного волновода. Для используемых на практике пленок результаты расчета погонного затухания хорошо совпадают с экспериментом.

1. Постановка задачи. Рассмотрим прямоугольный волновод (рис. 1), в диагональной плоскости которого симметрично расположена резистивная пленка* с поверхностным сопротивлением W . В плоскости пленки тангенциальное магнитное поле изменяется скачком на величину h . Последняя удовлетворяет векторному интегральному уравнению [2]

$$\int_{-d/2}^{d/2} du' \zeta(x, y; x', y') \Big|_{v=v'} \cdot h(u') + W h(u) = 0, \quad (1)$$

где ζ — тензор волнового импеданса [2], компоненты которого для нашей задачи можно привести к виду

$$\zeta_{uu}(x, y; x', y') = -(i\zeta_0/k) x^2 G(x, y; x', y'),$$

$$\zeta_{uz}(x, y; x', y') = (\zeta_0/k) \sqrt{k^2 - x^2} (\partial/\partial u') G(x, y; x', y'), \quad (2)$$

$$\zeta_{zu}(x, y; x', y') = -(\zeta_0/k) \sqrt{k^2 - x^2} (\partial/\partial u) G(x, y; x', y'),$$

$$\zeta_{zz}(x, y; x', y') = - (i\zeta_0/k) [k^2 \Gamma(x, y; x', y') - (\partial^2/\partial u \partial u') G(x, y; x', y')].$$

Здесь

$$G = \frac{4}{ab} \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{\sin(\alpha_m x) \sin(\alpha_m x') \sin(\beta_n y) \sin(\beta_n y')}{\alpha_m^2 + \beta_n^2 - x^2}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Gamma = & \frac{1}{ab} \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_m \epsilon_n}{\alpha_m^2 + \beta_n^2 - x^2} [\cos(\alpha_m x) \cos(\alpha_m x') \sin(\beta_n y) \sin(\beta_n y') \cos^2 \varphi + \\ & + \sin(\alpha_m x) \sin(\alpha_m x') \cos(\beta_n y) \cos(\beta_n y') \sin^2 \varphi], \end{aligned}$$

* Отрезки таких волноводов широко используются в качестве оконечных нагрузок, обладающих малым коэффициентом отражения [1].

$\alpha_m = m\pi/a$, $\beta_n = n\pi/b$, $\epsilon_m = 2 - \delta_{m0}$, δ_{mn} — символ Кронекера, ζ_0 , k — волновой импеданс и волновое число в свободном пространстве, κ — поперечное волновое число в волноводе с резистивной пленкой, ось z совпадает с осью волновода, зависимость от времени выбрана в виде $\exp(-i\omega t)$.

Если пленка не контактирует с волноводом ($d < D = \sqrt{a^2 + b^2}$), то компоненты поля \mathbf{h} при приближении к ее краям должны удовлетворять следующим условиям [3]:

$$h_u(u) \sim \text{const}, \quad h_z(u) \sim 1 - (2u/d)^2, \quad u \rightarrow \pm d/2. \quad (4)$$

В дальнейшем мы ограничимся исследованием волн, которые возникают при возбуждении нашей структуры H_{10} -волной пустого волновода. Из симметрии пленки относительно z -оси ($u=v=0$) следует, что поперечные компоненты электрического поля E таких волн обладают центральной симметрией:

$$E_u(-u, -v) = E_u(u, v), \quad (5)$$

$$E_v(-u, -v) = E_v(u, v)$$

Используя уравнение Максвелла

$$\frac{\partial E_u}{\partial u} + \frac{\partial E_v}{\partial v} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0, \quad (6)$$

для продольной компоненты получаем

$$E_z(-u, -v) = -E_z(u, v). \quad (7)$$

Из соотношений $h_u \sim E_{z|v=0}$, $h_z \sim E_{u|v=0}$ находим, что компоненты неизвестного поля \mathbf{h} обладают следующими свойствами четности:

$$h_u(-u) = -h_u(u), \quad h_z(-u) = h_z(u). \quad (8)$$

Указанные свойства \mathbf{h} мы используем при решении (1) методом Галеркина.

2. Алгебраизация задачи. Разложим h_u и h_z в ряды по функциям, каждая из которых удовлетворяет условиям (4) и (8):

$$h_u(u) = \sum_{v=1}^{N_u} A_v \sin [(2v-1)\pi u/d], \quad (9)$$

$$h_z(u) = \sum_{\eta=1}^{N_z} B_{\eta} \cos [(2\eta-1)\pi u/d], \quad -d/2 \leq u \leq d/2.$$

Реализация метода Галеркина приводит к системе однородных линейных уравнений относительно неизвестных A_v , B_{η} . Ее матричные элементы выражаются через двойные ряды

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{\pi^2} \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{I_{mn\mu} I_{mn\nu}}{m^2 + g^2 n^2 - p^2}, \quad \mu, \nu = 1, 2, \dots, N_u. \quad (10)$$

$$\sigma_{\gamma\eta}^{(1)} = \frac{1}{\pi^2 g^2} \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{4 \epsilon_m \epsilon_n}{m^2 + g^2 n^2 - p^2} \frac{g^2 J_{mn\gamma} J_{mn\eta} + J_{nm\gamma} J_{nm\eta}}{J_{mn\gamma} J_{mn\eta}}, \quad \gamma, \eta = 1, 2, \dots, N_z,$$

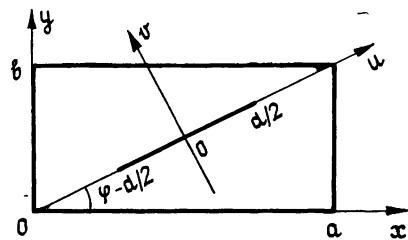


Рис. 1. Поперечное сечение волновода с резистивной пленкой.

где знак ! означает, что суммированию подлежат лишь слагаемые с разной четностью m и n , $p = \kappa a/\pi$, $g = a/b$,

$$I_{mn} = (-1)^{(|m-n|+1)/2} |m-n| C_{mn}^- - (-1)^{(m+n+1)/2} (m+n) C_{mn}^+, \quad (11)$$

$$J_{mn\eta} = (-1)^{(m-n+1)/2} C_{mn\eta}^- - (-1)^{(m+n+1)/2} C_{mn\eta}^+;$$

$$C_{mn}^\pm = \begin{cases} \frac{\cos \left[\frac{\pi d}{2D} (m \pm n) \right]}{\frac{d^2}{D^2} (m \pm n)^2 - (2v-1)^2}, & \frac{d^2}{D^2} (m \pm n)^2 \neq (2v-1)^2 \\ (-1)^v \frac{\pi}{4(2v-1)}, & \frac{d^2}{D^2} (m \pm n)^2 = (2v-1)^2 \end{cases}. \quad (12)$$

Если ширина пленки $d = D$, то суммы (10) существенно упрощаются:

$$\begin{aligned} \sigma_{vv} = & \frac{1}{16} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{(n+2v-1)^2 + g^2 n^2 - p^2} + \frac{1}{n^2 + g^2(n+2v-1)^2 - p^2} \right\} + \\ & + \frac{1}{16} \sum_{n=1}^{2v-2} \frac{1}{(2v-1-n)^2 + g^2 n^2 - p^2}, \\ \sigma_{\mu v} = & - \frac{1}{16} \left\{ \frac{1}{(\mu+v-1)^2 + g^2(\mu-v)^2 - p^2} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{(\mu-v)^2 + g^2(\mu+v-1)^2 - p^2} \right\}, \quad \mu \neq v, \\ \sigma_{\eta\eta}^{(1)} = & \frac{g^2 + 1}{g^2(2\eta-1)^2} \sigma_{\eta\eta} + \frac{1}{8g^2(2\eta-1)^2} \left\{ \frac{g^2}{g^2(2\eta-1)^2 - p^2} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{(2\eta-1)^2 - p^2} \right\}, \\ \sigma_{\gamma\eta}^{(1)} = & - \frac{g^2 - 1}{16g^2(2\gamma-1)(2\eta-1)} \left\{ \frac{1}{(\gamma+\eta-1)^2 + g^2(\gamma-\eta)^2 - p^2} - \right. \\ & \left. - \frac{1}{(\gamma-\eta)^2 + g^2(\gamma+\eta-1)^2 - p^2} \right\}, \quad \gamma \neq \eta. \end{aligned} \quad (13)$$

Условие существования ненулевых A_v , B_η ведет к дисперсионному уравнению относительно комплексных поперечных волновых чисел

$$\begin{vmatrix} X_{\mu v} + \frac{iW}{\zeta_0} \delta_{\mu v} & Y_{\mu\eta} \\ Y_{\gamma v} & Z_{\gamma\eta} + \frac{iW}{\zeta_0} \frac{\delta_{\gamma\eta}}{(2\gamma-1)^2} \end{vmatrix} = 0, \quad (14)$$

где

$$X_{\mu v} = \frac{8(\kappa z)^2}{\pi^2 k a} \frac{d}{b} \left(\frac{d}{D} \right)^2 \sigma_{\mu v}, \quad Y_{\mu\eta} = \frac{8\sqrt{k^2 - \kappa^2}}{\pi k} \frac{a}{b} \left(\frac{d}{D} \right)^2 \sigma_{\mu\eta},$$

$$Z_{\text{тн}} = \frac{8a^2}{bd} \left(\frac{d}{D} \right)^2 \left[\frac{ka}{\pi^2} \sigma_{\text{тн}}^{(1)} - \frac{1}{ka} \sigma_{\text{тн}} \right]. \quad (15)$$

3. Численные результаты. Сравнение с экспериментом. Исследуем подробно случай пленки, полностью перекрывающей сечение волновода. Такая пленка наиболее сильно искажает поле пустого волновода. Кроме того, на ней нарушаются условия (4). В силу сказанного стабилизация численных результатов наступает при больших порядках определителя, чем в случае $d < D$.

Найдем поперечное волновое число κ основной* волны при различных значениях поверхностного сопротивления пленки.

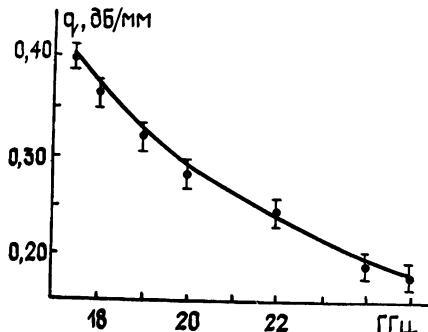
1. $W \rightarrow \infty$. Принимая $N_u = 0$, $N_z = 1$ и сохраняя в Z_{11} лишь слагаемое бесконечно большое при $W \rightarrow \infty$, находим

$$\kappa^2 = (\pi/a)^2 - (k\zeta_0/W)(kb/aD). \quad (16)$$

Такое же выражение для κ^2 получается по формулам работы [4], где указаны пределы применимости выражений вида (16) и дана оценка их погрешности.

2. $W = 200 \text{ Ом}$. Результаты расчета κa при $a/b = 2$, $ka = 5$ и различных N_u , N_z сведены в табл. 1. Поскольку в поле основной волны преобладает компонента h_z по сравнению с h_u , расчеты проводились лишь при $N_u \leq N_z$. Как видно из табл. 1, уже при $N_u = 2$ и $N_z = 4$ погрешность $\text{Im } \kappa$ не превосходит 1%.

Рис. 2. Зависимость погонного затухания q от частоты, полученная экспериментально (точки) и по формулам настоящей работы (сплошная линия) при $a = 11$, $a/b = 2$, $d/D = 1$, $W = 200 \text{ Ом}$.



Резистивные пленки с поверхностным сопротивлением порядка 200 Ом наиболее часто используются в качестве поглощающих элементов СВЧ тракта. Пленки наносятся на тонкую диэлектрическую подложку, которая легко может быть закреплена в волноводе. При практических расчетах затухания в пленке влиянием подложки можно пренебречь, что подтверждается сравнением рассчитанных и измеренных значений погонного затухания

$$q = 20 \lg e \text{Im} \sqrt{k^2 - \kappa^2}, \quad (17)$$

приведенных на рис. 2. Измерения проводились по методике, описанной в [4], для пленки на подложке из слюды толщиной 0,07 мм . Наибольшее расхождение теоретических и экспериментальных результатов не превосходит 5% и совпадает с погрешностью измерительной аппаратуры.

3. $W = 0$ (волновод с идеально проводящей перегородкой). В этом случае в (9) следует удержать одинаковое количество членов** $N_u = N_z$

* Мы называем основной ту волну нашей структуры, которая при $W \rightarrow \infty$ переходит в H_{10} -волну пустого волновода

** Это требование автоматически обеспечивает при любом N_z независимость κ от k , как и должно быть в волноводе с идеально проводящими стенками,

Таблица 1.

N_z	$N_u = 0$	$N_u = 1$	$N_u = 2$	$N_u = 3$	$N_u = 4$
1	3,494 — 0,330 <i>i</i>	3,484 — 0,335 <i>i</i>			
2	3,488 — 0,327 <i>i</i>	3,480 — 0,328 <i>i</i>	3,480 — 0,327 <i>i</i>		
3	3,486 — 0,325 <i>i</i>	3,478 — 0,325 <i>i</i>	3,478 — 0,324 <i>i</i>	3,478 — 0,324 <i>i</i>	
4	3,485 — 0,325 <i>i</i>	3,477 — 0,324 <i>i</i>	3,476 — 0,323 <i>i</i>	3,476 — 0,323 <i>i</i>	3,476 — 0,323 <i>i</i>
5	3,484 — 0,325 <i>i</i>	3,476 — 0,323 <i>i</i>	3,475 — 0,322 <i>i</i>	3,475 — 0,322 <i>i</i>	3,475 — 0,322 <i>i</i>
6	3,483 — 0,324 <i>i</i>	3,476 — 0,323 <i>i</i>	3,475 — 0,322 <i>i</i>	3,475 — 0,322 <i>i</i>	3,475 — 0,322 <i>i</i>

Таблица 2

N_z	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
πa	3,743	3,715	3,704	3,698	3,694	3,691	3,689	3,687	3,685	3,684

и разложить определитель (14) на произведение двух определителей порядка N_z , что отвечает делению волны в таком волноводе на E - и H -типы.

Расчеты основной волны проведены для волновода с отношением сторон $a/b = \sqrt{3}$. В этом случае можно найти аналитическое выражение мембранных функций и собственных значений. Например,

$$\psi(x, y) = \frac{2}{a\sqrt[4]{3}} \left[2 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{a\sqrt{3}}\right) + \cos\left(\frac{2\pi y}{a\sqrt{3}}\right) \right] \quad (18)$$

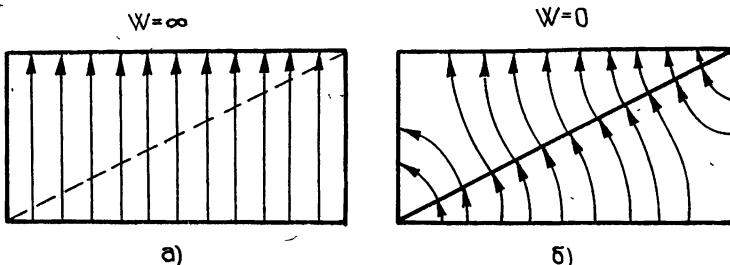
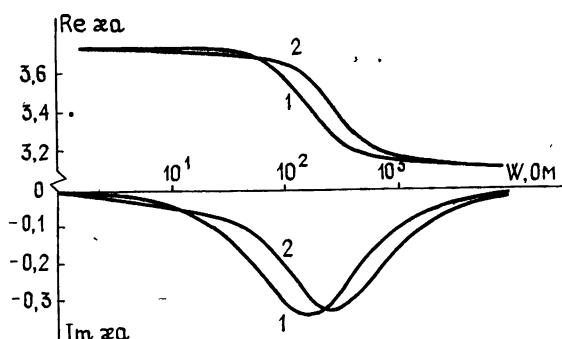


Рис. 3. Силовые линии электрического поля основной волны в пустом волноводе (а) и в волноводе с идеально проводящей перегородкой (б)

является собственной функцией оператора Лапласа, удовлетворяющей на контуре треугольника в полуплоскости $v \leq 0$ граничным условиям Неймана. Отвечающее этой функции собственное значение $\kappa = 2\pi/a\sqrt{3}$ является поперечным волновым числом основной волны треугольного волновода. Результаты расчета κ путем решения дисперсионного уравнения (14) сведены в табл. 2. Как видим, при $N_z = 10$ величина κ отличается от точного значения на 1,5 %. Медленный характер сходимости объясняется отличным от (4) поведением истинного поля на концах идеально проводящей перегородки.

Рис. 4. Зависимость κ основной волны от поверхностного сопротивления пленки при $a/b = 2$, $d/D = 1$.

1— $ka=4$, 2— $ka=6$



Таким образом, при изменении W от бесконечности до нуля происходит трансформация H_{10} -волны прямоугольного волновода в основную волну треугольного. Распределения электрического поля в двух предельных случаях показано на рис. 3. На рис. 4 приведены графики, иллюстрирующие соответствующее изменение поперечного волнового числа.

Практический интерес представляет зависимость погонного затухания от поверхностного сопротивления пленки (рис. 5). Из этих графиков можно сделать вывод, что для достижения требуемого затухания при наименьшей длине устройства целесообразно использовать пленки с $W = 130 \div 250 \text{ Ом}$. Применение пленок с $W < 130 \text{ Ом}$ нецелесообразно также из-за ухудшения согласования с волноводным

трактом. При уменьшении W величина $\text{Re} \kappa$ (рис. 4) монотонно удаляется от π , что приводит к увеличению коэффициента отражения от соединения пустого и содержащего пленку волноводов. Рост коэффициента отражения при уменьшении сопротивления пленки подтверждается также экспериментальными данными.

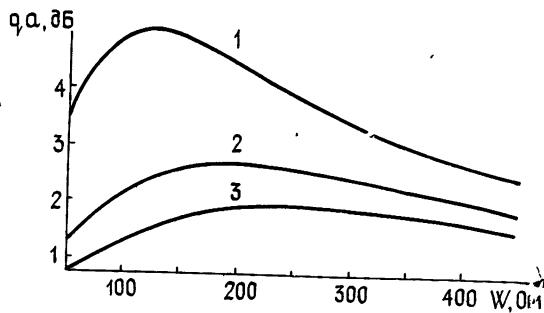


Рис 5. Зависимость погонного затухания q от поверхностного сопротивления пленки при $a/b=2$,
 $d/D = 1$;
1 — $ka=4$, 2 — $ka=5$, 3 — $ka=6$.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Харитонов А. А Авторское свидетельство № 506089 — Бюл изобрет, 1976, № 9
2. Гарб Х Л, Фридберг П Ш, Яковер И М — Литовский физический сборник, 1982, 22, № 3, с 37
3. Гарб Х Л, Фридберг П. Ш, Яковер И М — Радиотехника и электроника, 1982, 27, № 4, с 690
- 4 Бравер И М, Гарб Х. Л, Николаев П В — Литовский физический сборник, 1982, 22, № 6, с 77.

Гродненский государственный
университет

Поступила в редакцию
10 октября 1983 г.

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL RESEARCH ON A RECTANGULAR WAVEGUIDE WITH RESISTIVE FILM IN DIAGONAL PLANE

I. M. Braver, Kh. L. Garb, P. V. Nikolaev, P. Sh. Fridberg

The dispersion equation for a rectangular waveguide with symmetric resistive film in diagonal plane is derived. Numerical solution is obtained in the case of diagonal cross section completely filled by the film. Dominant mode transversal wave number transformation versus impedance of film decrease from infinity to zero is presented. It is shown that theoretical results are in a good agreement with the experimental data.