Том XXVII, № 11 РАДИОФИЗИКА 1984

УДК 538 56 519 25

ОЦЕНКА МИНИМАЛЬНОГО СВЕТОВОГО ПОТОКА, ОПРЕДЕЛЯЕМОГО ФОТОННЫМ ШУМОМ, ДЛЯ АДАПТИВНОЙ СИСТЕМЫ КОМПЕНСАЦИИ «ДРОЖАНИЯ» ИЗОБРАЖЕНИЯ

А. Н. Богатуров

Рассмотрена адаптивная система с элементом измерения в виде ячейки датчика Гартмана при предположении о точном измерении центра тяжести координат зарегистрированных фотоотсчетов Получено выражение для оптимального коэффициента усиления в цепи корректора Показано, что неоптимальный выбор данного коэффициента может приводить к увеличению «дрожания» в случае малого числа регистрируемых фотонов или к повышению требований к принимаемому потоку Приведены выражения для минимального светового потока и численные оценки для случая астрономических наблюдений.

В последнее время большое внимание уделяется применению методов адаптивной оптики для уменьшения влияния турбулентности атмосферы на разрешение оптических телескопов. Так, предложен и осуществлен практически ряд систем измерения и коррекции искажений принимаемого поля [1–5]. Определенный интерес представляет вопрос о минимальной яркости небесных объектов, при которой еще целесообразно использование адаптивной техники. Такая минимальная яркость теоретически будет определяться воздействием фотонного шума на точность измерения искажений принимаемого поля, осуществляемого адаптивной системой.

Одним из рассматриваемых в настоящее время способов технической реализации системы измерений является применение датчика Гартмана [4, 5]. Датчиком Гартмана обычно называют линзовый растр, за которым располагается фотоматрица [4]. При рассмотрении такого многокомпактного датчика необходимо решить вопрос о восстановлении принимаемого волнового фронта по набору измерений, полученных в каждой ячейке датчика, что, в принципе, является отдельной задачей, не входящей в цель данной работы. Чтобы выделить непосредственно влияние фотонного шума, будем рассматривать систему измерений принимаемого поля, состоящую только из одной ячейки датчика Гартмана и называемую в дальнейшем датчиком гартмановского типа. Конструктивно такой датчик состоит из одной фокусирующей линзы и расположенного за ней набора фотодетекторов. Отметим, что практически реализуемая адаптивная система с таким элементом измерения будет представлять собой систему компенсации смещения изображения в фокальной плоскости линзы. При этом целью настоящей работы будет не описание конкретной системы, а возможная оценка минимального светового потока.

Дальнейшее изложение построено следующим образом. Сначала рассматривается идеальный датчик гартмановского типа, что позволяет определить совместную плотность вероятностей случайных величин, характеризующих состояние комплекса поле + датчик после процесса измерения. Далее, при предположении о точном измерении центра тяжести координат фотоотсчетов рассмотрена адаптивная система компенсации «дрожания» изображения с корректором наклона. На основе введенного критерия эффективности коррекции определяются выражения для минимального значения среднего числа сигнальных фотоотсчетов при различном выборе коэффициента усиления в цепи корректора и приводятся численные оценки.

Рассмотрим идеальный датчик гартмановского типа, т. е. систему, на выход которой после каждого акта измерения выдается общее число фотонов n, зарегистрированных за один период измерения, и набор пространственных координат $\{r_i\}$, $i = 1, 2, ..., n$ прихода в плоскость детекторов каждого зарегистрированного фотона—наиболее полная информация, которую можно получить при данной конфигурации измерительной системы, если за время измерения не происходит существенных изменений принимаемого поля. В дальнейшем считаем, что суммарное время компенсации, в которое входят времена детектирования, вычисления коррекции и отклика корректора, меньше времени когерентности флуктуаций принимаемого поля, т. е. не будем рассматривать возможное ухудшение характеристик адаптивной системы, вызванное недостаточным быстродействием. Для возможности статистического описания адаптивной системы необходимо найти совместную плотность вероятностей измеряемых величин и флуктуаций принимаемого поля.

Пусть флуктуации принимаемого поля определяются только флуктуациями фазы, иными словами, принимаемое поле имеет вид $E(\rho) = A\exp[\Psi(\rho) + i\psi(\rho)]$, где $\Psi(\rho)$ — детерминированная комплексная фаза, $\psi(\rho)$ — флуктуирующая составляющая фазы. Тогда для мгновенной принимаемой интенсивности в плоскости детекторов имеем известное выражение [6]

$$J(\boldsymbol{r}) = \frac{A^2}{\lambda^2 f^2}\left|\int d^2\rho\, U(\rho)\exp\left\{\Psi(\rho) + i\psi(\rho) + i\,\frac{2\pi}{\lambda f}(\boldsymbol{r}\rho)\right\}\right|^2, \qquad (1)$$

где λ — длина волны принимаемого поля, f — фокусное расстояние линзы датчика, т. е. считаем, что детекторы расположены в фокальной плоскости, $U(\rho)$ — коэффициент амплитудного пропускания апертуры линзы. В дальнейшем будем использовать безразмерные координаты, переход к которым определяется следующим образом: $\boldsymbol{r}\sqrt{2\pi/\lambda f} \to \boldsymbol{r}$, $\rho\sqrt{2\pi/\lambda f} \to \rho$. Для распределения мгновенной принимаемой интенсивности в плоскости детекторов в безразмерных координатах получаем

$$I(\boldsymbol{r}|\psi) = \left|\frac{1}{2\pi}\int d^2\rho\, U(\rho)\exp\left[\Psi(\rho) + i\psi(\rho) + i\rho\boldsymbol{r}\right]\right|^2, \qquad (2)$$

где амплитудный коэффициент пропускания линзы нормирован следующим образом:

$$\int d^2\rho\, U^2(\rho)\exp\left[2\,\mathrm{Re}\,\Psi(\rho)\right] = 1. \qquad (3)$$

В силу нормировки (3) имеем $\int d^2 r\, I(\boldsymbol{r}|\psi) = 1$, так что функцию $I(\boldsymbol{r}|\psi)$ можно рассматривать как условную плотность вероятностей координат прохождения фотона через плоскость детекторов при заданных фазовых искажениях $\psi(\rho)$.

Будем также полагать, что фотодетекторы датчика помимо интенсивности сигнала регистрируют посторонний независимый фон, интенсивность которого будем считать постоянной, а ее распределение по плоскости детекторов обозначим $\Phi(\boldsymbol{r})$ Полагаем в дальнейшем, что система центрирована таким образом, что центры тяжести распределений фоновой и средней сигнальной интенсивностей совпадают с началом координат, находящимся на оптической оси системы.

Для совместной плотности вероятностей фазовых флуктуаций принимаемого поля $\psi(\rho)$ и набора измеряемых величин n, $\{\boldsymbol{r}_i\}$ по формуле условной вероятности имеем

$$W(\psi, n, \{\boldsymbol{r}_i\}) = W(\psi)\, W(n|\psi)\, W(\{\boldsymbol{r}_i\}|n, \psi). \tag{4}$$

Так как фотоматрицу датчика можно рассматривать как один фотодетектор, то, полагая, что размеры матрицы достаточно велики, чтобы считать интегральную принимаемую интенсивность постоянной величиной, получаем

$$W(n|\psi) = P(n) = [(\nu + s)^n/n!]\, e^{-\nu-s}, \tag{5}$$

где $\nu = \eta TSB$, $s = \eta TS_1B_1$ — средние числа сигнальных и фоновых фотоотсчетов соответственно, S и S_1 — площади линзы и распределения фона, B и B_1 — фотонные потоки сигнала и фона, η — эффективность датчика, T — время одного измерения.

В силу того, что при заданных фазовых искажениях координаты прохождения через фокальную плоскость отдельного фотона не зависят от координат прохождения других фотонов, имеем

$$W(\{\boldsymbol{r}_i\}|n, \psi) = \prod_{i=1}^{n} W(\boldsymbol{r}_i|\psi). \tag{6}$$

При этом плотность распределения вероятностей координат фотона определяется суммарной интенсивностью, т. е.

$$W(\boldsymbol{r}|\psi) = \frac{\nu}{\nu + s} I(\boldsymbol{r}|\psi) + \frac{s}{\nu + s} \Phi(\boldsymbol{r}). \tag{7}$$

Объединяя (4)—(7), получим

$$W(\psi, n, \{\boldsymbol{r}_i\}) = W(\psi)\, \frac{\exp(-\nu - s)}{n!} \prod_{i=1}^{n} \{\nu I(\boldsymbol{r}_i|\psi) + s\Phi(\boldsymbol{r}_i)\}. \tag{8}$$

Зная совместную плотность вероятностей, можно поставить задачу о нахождении оптимальной фазовой компенсации, следуя методике, изложенной в [7]. Пусть ξ — набор параметров, измеряемых адаптивной системой, $\varphi(\rho, \xi)$ — фазовая компенсация, осуществляемая системой по измеренному набору ξ, так что скорректированное поле имеет вид $E(\rho)\exp[-i\varphi(\rho, \xi)]$. В [7] качество коррекции оценивается по величине некоторого усредненного функционала от скорректированного поля, а оптимальные параметры управления корректором находятся из условия экстремума данного функционала. Вид некоторых таких функционалов и доказательство того, что их экстремум соответствует устранению имеющихся фазовых искажений, приведены в работе [1]. Выбор вида оценивающего функционала при этом можно производить в соответствии с целями, на достижение которых направлено действие адаптивной системы. Так, например, если задачей действия системы является компенсация дрожания изображения в фокальной плоскости линзы, то в качестве такого функционала естественно выбрать функционал

$$\begin{aligned} Q &= \left\langle \left\{ \int d^2 r\, I(\boldsymbol{r})\, \boldsymbol{r} \right\}^2 \right\rangle = \\ &= \left\langle \left[\int d^2\rho\, U^2(\rho)\, e^{2\operatorname{Re}\Psi(\rho)} \operatorname{grad} \{\psi(\rho) - \varphi(\rho, \xi)\} \right]^2 \right\rangle, \end{aligned} \tag{9}$$

где статистическое усреднение проводится по совместному ансамблю $\psi(\rho)$ и ξ. Вид зависимости функции $\varphi(\rho, \xi)$ от пространственных координат ρ определяется функцией действия используемого корректора. Так, в случае применения идеального корректора, т. е. корректора с бесконечным числом степеней свободы, одним из решений, удовлетворяющих условию минимума функционала, является $\varphi(\rho, \xi) = \langle\psi(r)|\xi\rangle$ — математическое ожидание распределения поля $\psi(\rho)$ при заданном наборе ξ. Отметим, что такая оптимальная компенсация удовлетворяет также условию минимума усредненной по приемной апертуре дисперсии остаточных флуктуаций фазы $\int d^2\rho U^2(\rho) \exp(2\mathrm{Re}\Psi)\langle\{\psi(\rho) - \varphi(\rho, \xi)\}^2\rangle$. В то же время скомпенсировать смещение изображения наиболее просто можно, применяя корректор наклона $\varphi(\rho, \xi) = \rho g(\xi)$. Оптимальный в среднеквадратичном смысле вектор управления корректором $g(\xi)$ при этом имеет вид $g(\xi) = -\langle p|\xi\rangle$ (математическое ожидание вектора смещения центра тяжести распределения интенсивности $p = \int d^2 r I(r|\psi) r = -\int d^2\rho U^2 \exp(2\mathrm{Re}\Psi) \mathrm{grad}\psi(\rho)$ при фиксированном значении набора ξ) или $g(\xi) = -\int d^2\rho U^2 \exp(2\mathrm{Re}\Psi) \mathrm{grad}\langle\psi|\xi\rangle$. При этом качество коррекции, определяемое по функционалу Q, не отличается от значения, получаемого для идеального корректора, но минимум усредненной по апертуре дисперсии остаточных фазовых флуктуаций в общем случае уже не достигается, хотя и по данному критерию имеется выигрыш по сравнению со случаем отсутствия компенсации.

Из общих формул для условных распределений вероятностей легко получить, что если $F[\psi]$ — функционал от случайного поля ψ, то для условного среднего $\langle F[\psi]|\xi\rangle$ имеем

$$\langle F[\psi]|\xi\rangle = \langle F[\psi]\, W(\xi|\psi)\rangle / \langle W(\xi|\psi)\rangle, \tag{10}$$

где $W(\xi|\psi)$ — условная плотность вероятностей набора при фиксированном распределении поля $\psi(\rho)$; усреднение проводится по статистическому ансамблю поля ψ. Тогда, используя (8), получаем, что для идеального датчика гартмановского типа оптимальная в среднеквадратичном смысле фазовая коррекция при измеряемых n и $\{r_i\}$ имеет вид

$$\varphi(\rho, n, \{r_i\}) = \left\langle \psi(\rho) \prod_{i=1}^{n} [\nu I(r_i|\psi) + s\Phi(r_i)] \right\rangle \left\langle \prod_{i=1}^{n} [\nu I(r_i|\psi) + s\Phi(r_i)] \right\rangle^{-1}. \tag{11}$$

Отметим, что оптимальная коррекция (11) является функцией неискаженного поля, которое входит в $I(r|\psi)$, однако во многих применениях адаптивных оптических систем проблема оценки детерминированного поля решается просто: принимаемое поле—поле точечного источника, необходимо только оценить кривизну неискаженного волнового фронта.

Хотя проблема оценки фазовых искажений для идеального датчика гартмановского типа, таким образом, решена, однако применение формулы (11) в общем случае довольно затруднительно. В то же время практическое применение датчиков Гартмана в адаптивной оптике предполагается в условиях, когда определяющий вклад в фазовые аберрации, измеряемые каждой ячейкой датчика, вносят флуктуации наклона волнового фронта. Поэтому, как пример, рассмотрим при $s=0$, т. е. в отсутствие постороннего фона, случай, когда флуктуации фазы принимаемого поля являются чисто флуктуациями наклона: $\psi(\rho) = \rho k$, где k — случайный вектор наклона волнового фронта и $I(r, \psi) = I(r + k)$. Оптимальный корректор при этом совпадает с корректором наклона: $\varphi(\rho, n, \{\mathbf{r}_i\}) = \rho\mathbf{g}(n, \{\mathbf{r}_i\})$. Для оценки вектора наклона $\mathbf{g}$ из (11) нетрудно получить $\mathbf{g} = -\mathbf{z} + \boldsymbol{\eta}(n, \{\mathbf{r}_i\})$, где $\mathbf{z} = (1/n)\sum\limits_{i=1}^{n} \mathbf{r}_i$ — вектор центра тяжести координат зарегистрированных фотоотсчетов, а вектор $\boldsymbol{\eta}$ определяется не только координатами фотоотсчетов, но и распределением интенсивности $I(\mathbf{r})$ и плотностью вероятностей случайного вектора $\mathbf{k}$. Используя (8), находим, что

$$\langle e^{i\lambda \mathbf{z}} | n, \mathbf{k}\rangle = e^{-i\lambda \mathbf{k}} \left[\int d^2 r\, I(\mathbf{r})\, e^{i\lambda \mathbf{r}/n}\right]^n, \tag{12}$$

и, следовательно, имеет место представление $\mathbf{z} = -\mathbf{k} + (1/n)\sum\limits_{i=1}^{n} \mathbf{q}_i$, где $\mathbf{q}_i$ — независимые случайные векторы с плотностью распределения вероятностей $I(\mathbf{r})$. Тогда можно записать $\mathbf{g} = \mathbf{k} + \left(\boldsymbol{\eta} - (1/n)\sum\limits_{i=1}^{n} \mathbf{q}_i\right)$. Откуда следует, что вектор $\boldsymbol{\eta}$ является среднекваратичной оценкой стохастической составляющей $(1/n)\sum\limits_{i=1}^{n} \mathbf{q}_i$ вектора $\mathbf{z}$. При этом имеем $\langle\eta^2\rangle < (1/n)\int d^2 r\, I(r)\, r^2$, тогда как $\langle z^2\rangle = \langle k^2\rangle + (1/n)\int d^2 r I(r) r^2$, т. е. при $n \gg (1/\langle k^2\rangle)\int d^2 r I r^2$ вкладом вектора $\boldsymbol{\eta}$ можно пренебречь и использовать оценку наклона в виде $\mathbf{g} = -\mathbf{z}$. Следовательно, основной измеряемой величиной при компенсации смещения изображения является центр тяжести координат фотоотсчетов, а не полный набор n и $\{\mathbf{r}_i\}$. Именно оценку данной величины осуществляют практически реализуемые ячейки датчика Гартмана, например квадрантный детектор. Поэтому рассмотрим при произвольных предположениях о фазовых искажениях принимаемого поля датчика гартмановского типа в системе компенсации смещения изображения в случае, когда единственным измеряемым параметром является вектор $\mathbf{z}$. Идеальность рассматриваемого датчика будет проявляться в том, что он без ошибок измеряет координаты вектора $\mathbf{z}$.

Пусть при компенсации используется корректор наклона в виде $\varphi(\rho, \mathbf{z}) = \beta(\rho\mathbf{z})$. Из условия минимума функционала Q для оптимального коэффициента усиления получаем $\beta = \langle \mathbf{p}\mathbf{z}\rangle/\langle z^2\rangle$, где $\mathbf{p}$ — введенный ранее вектор смещения центра тяжести распределения мгновенной интенсивности. Используя (8), из характеристического функционала вида (12) получаем

$$\langle \mathbf{z}\mathbf{p}\rangle = \nu(\nu+s)^{-1}\left[1 - e^{-\nu-s}\right]\langle p^2\rangle, \quad \langle z^2\rangle = \left[\nu(\nu+s)^{-1}\right]^2 \times$$
$$\times \left[1 - e^{-\nu-s}\right]\langle p^2\rangle + \left[\frac{\nu\Omega^2 + s\alpha^2}{\nu+s} - \left(\frac{\nu}{\nu+s}\right)^2\langle p^2\rangle\right]\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\nu+s)^n}{n!\,n}\, e^{-\nu-s}, \tag{13}$$

где введены обозначения $\Omega^2 = \int d^2 r \langle I(\mathbf{r}|\psi)\rangle r^2$, $\alpha^2 = \int d^2 r\, \Phi(\mathbf{r})\, r^2$.

Анализируя (13), можно сделать вывод, что, как и в предыдущем случае (см. (12)), вектор $\mathbf{z}$ определяется двумя составляющими: первая связана с флуктуациями центра тяжести распределения интенсивности, а вторая — со случайными блужданиями вектора $\mathbf{z}$, обусловленными дискретным характером регистрации интенсивности, и ее вклад в вектор $\mathbf{z}$ уменьшается с увеличением светового потока. Для возможности осуществления хорошей компенсации имеющихся искажений необходимо, чтобы связь векторов $\boldsymbol{p}$ и $\boldsymbol{z}$ была бы по крайней мере не меньше, чем составляющая, обусловленная фотонным шумом. В противном случае система будет осуществлять коррекцию в основном по стохастической составляющей, не связанной с флуктуациями центра тяжести распределения интенсивности, и при этом нельзя ожидать существенного улучшения характеристик принимаемого поля. Следовательно, должно выполняться условие

$$\langle p^2 \rangle \left[\nu (\nu + s)^{-1}\right]^2 \left[1 - e^{-\nu - s}\right] \geqslant \\ \geqslant \left[\frac{\nu \Omega^2 + s\alpha^2}{\nu + s} - \left(\frac{\nu}{\nu + s}\right)^2 \langle p^2 \rangle\right] \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\nu + s)^n}{n!\, n} e^{-\nu - s}. \tag{14}$$

При $(\nu + s) \gg 1$ из неравенства (14) получам следующее ограничение на световой поток, выраженное через среднее число фотоотсчетов, при котором может эффективно действовать рассматриваемая адаптивная система: $\nu \geqslant \nu_1$, где

$$\nu_1 = (\Omega^2/2 \langle p^2 \rangle) \left(1 + \sqrt{1 + 4s \langle p^2 \rangle \alpha^2 \Omega^{-4}}\right). \tag{15}$$

Хотя данное условие получено из статистических характеристик вектора центра тяжести координат зарегистрированных фотоотсчетов, нетрудно показать, что граничное значение среднего числа фотоотсчетов ν_1 непосредственно связано с качеством коррекции, определяемым по функционалу Q: при выполнении $\nu = \nu_1$ дисперсия остаточных флуктуаций центра тяжести распределения интенсивности в фокальной плоскости линзы составляет 50% от ее величины в отсутствие компенсации. Такое соотношение между дисперсиями можно рассматривать как критерий эффективности коррекции, а выражение (15) — как определение минимального светового потока для системы компенсации «дрожания» изображения.

Применение оптимального коэффициента усиления в цепи корректора, в силу его определения, при любых световых потоках будет приводить к улучшению принимаемого изображения. При использовании неоптимального коэффициента возможно даже ухудшение по сравнению с неадаптивным приемом, при этом повышаются также требования к световому потоку, определяемому из вышевведенного критерия эффективности коррекции.

Например, в случае $\beta = (\nu + s)/\nu$ (т. е. в отношении сигнал/шум не учитывается вклад фотонного шума) при $\nu < \nu_1$ применение коррекции приводит к увеличению флуктуаций смещения распределения интенсивности. Граничное значение среднего числа фотоотсчетов, определяемое по критерию эффективности, при этом равно

$$\nu_2 = (\Omega^2/\langle p^2 \rangle) \left(1 + \sqrt{1 + 2s \langle p^2 \rangle \alpha^2 \Omega^{-4}}\right). \tag{16}$$

При изменении среднего числа фоновых фотоотсчетов имеем $\sqrt{2} \leqslant \nu_1/\nu_2 \leqslant 2$.

Если $\beta = 1$ — предельное значение при $\nu \to \infty$, то адаптивная система не вносит ухудшения в принимаемое поле при

$$\nu \geqslant \frac{\Omega^2}{2\langle p^2 \rangle} - s + \sqrt{\left(\frac{\Omega^2}{2\langle p^2 \rangle} - s\right)^2 + s\frac{\alpha^2}{\langle p^2 \rangle}}, \tag{17}$$

а уменьшение дисперсии флуктуаций центра тяжести распределения интенсивности больше чем на 50% возможно лишь при $\nu \geqslant \nu_3$, где

$$\nu_3 = \frac{\Omega^2}{\langle p^2 \rangle} - s + \sqrt{2s^2 + 2s\frac{\alpha^2 - \Omega^2}{\langle p^2 \rangle} + \frac{\Omega^4}{\langle p^2 \rangle^2}}. \qquad (18)$$

Из (18) видно, что в данном случае изменяется и зависимость граничного значения ν от среднего числа фоновых фотоотсчетов, если при $s \to \infty$ ν_1 и $\nu_2 \sim \sqrt{s}$, то $\nu_3 \sim s$.

Используем полученные выражения для оценок минимальных световых потоков. Сразу отметим, что применение функции апертуры $U(\rho)$ с резко ограниченными краями, например ступенчатой функции круговой апертуры, приводит к неопределенности используемого выше параметра Ω^2. Наличие такой неопределенности в рассматриваемом случае связано с вкладом в измерение центра тяжести фотоотсчетов фотонов, подвергшихся дифракции на краях апертуры в крылья распределения интенсивности. В то же время, поскольку регистрация принимаемой интенсивности практически всегда происходит в ограниченной области, очевидно, что такие фотоны не могут вносить вклад в реальные измерения. Чтобы учесть это, выберем гауссов коэффициент амплитудного пропускания $U(\rho) = (\pi R^2)^{1/2}\exp(-\rho^2/2R^2)$. Распределение фоновой интенсивности определяется размерами практически применяемой матрицы фотодетекторов, но это распределение в нашем рассмотрении не может быть произвольно узким, так как в связи со сделанными предположениями на площади фотоматрицы должна умещаться почти вся принимаемая интенсивность, т е., по крайней мере, $\alpha^2 > \Omega^2$. Из выражения (18) следует, что наличие постороннего фона при $s < 2(2\Omega^2 - \alpha^2)/\langle p^2 \rangle$ приводит к снижению значения минимального светового потока ν_3 по сравнению со случаем отсутствия фона, т. е. предположение о регистрации сигнальных фотоотсчетов на всей фокальной плоскости и конечном распределении фоновой интенсивности при $\alpha^2 < 2\Omega^2$ некорректно, поэтому для вычислений выберем $\alpha^2 = 2\Omega^2$. При этом минимальный световой поток определяется только отношением $\Omega^2/\langle p^2 \rangle$.

Пусть принимаемое поле есть поле плоской волны, а флуктуации фазы гауссовы, локально однородные и изотропные. Рассмотрим случай астрономических наблюдений и используем для структурной функции фазы выражение [8]

$$D(\rho) = 2{,}2\,(2\pi/\lambda)^2 \sec\theta \int_0^\infty dh\, C_\varepsilon^2(h)\, \varkappa_m^{-5/3}(h) \times$$
$$\times \left[{}_1F_1\left(-5/6, 1; -\rho^2 \varkappa_m^2(h)/4\right) - 1\right] \qquad (19)$$

или

$$D(\rho) = \begin{cases} (\rho/\rho_0)^{5/3}, & \rho \gg l_0 \\ 1{,}12\,\rho^2/\rho_0^{5/3}\, l_0^{1/3}, & \rho \ll l_0 \end{cases}, \qquad (20)$$

где ${}_1F_1(\alpha, \gamma; x)$ — вырожденная гипергеометрическая функция, $\varkappa_m(h) = 5{,}92/l_0(h)$, $l_0(h)$ — внутренний масштаб турбулентности, $C_\varepsilon^2(h)$ — структурная характеристика диэлектрической проницаемости на высоте h, θ — зенитный угол точки наблюдения,

$$\rho_0 = \left[0{,}73\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \int_0^\infty d\,h\, C_\varepsilon^2(h)\right]^{-3/5},$$

$$l_0 = \left[\int_0^\infty dh\, C_\varepsilon^2(h)\, l_0^{-1/3}(h) \Big/ \int_0^\infty d\,h\, C_\varepsilon^2(h)\right]^{-3}.$$

В этом случае после элементарных вычислений получаем, что

$$\Omega^2/\langle p^2\rangle = 2{,}27\ [(\rho_0/2R)^{5/3} + 1{,}12\,(2R/l_0)^{1/3}]. \tag{21}$$

Для видимого диапазона длин волн при астрономических наблюдениях, близких к вертикальным, величина ρ_0 обычно равна 10 *см* (см. [9], с. 249). Величину l_0 можно оценить как $0{,}1 \div 1$ *см*, но выражение (21) слабо зависит от значения l_0. Для определенности выберем $l_0 = 0{,}5$ *см*. Тогда для диаметра приемной апертуры $2R = \rho_0 = 10$ *см* получаем $\Omega^2/\langle p^2\rangle = 9{,}17$, а при $2R = 0{,}5\cdot\rho_0 = 5$ *см* $\Omega^2/\langle p^2\rangle = 12{,}68$.

Результаты вычислений приведены в табл. 1, причем для определения граничного значения среднего числа фотоотсчетов использовалось выражение (15) в силу того, что среди приводимых выше оценок значение ν_1 является минимальным. В таблице указаны также соответствующие значения астрономических звездных величин m, при вычислении которых использовались значения $\eta = 0{,}1$, $T = 1$ *мс*, $S = \pi R^2$, и соотношение между астрономической звездной величиной и яркостью для видимой области спектра [10] в виде $B = (4\cdot 10^6)\cdot 10^{-m/2{,}5}$ *фотон*$\cdot$*см*$^{-2}\cdot$*с*$^{-1}$.

Таблица 1

		$s = 0$	$s = 10$	$s = 20$	$s = 30$
$2R = \rho_0 = 10$ *см*	ν_1	9,2	18,9	24,3	28,5
	m	8,8	8	7,8	7,6
$2R = 0{,}5\,\rho_0 = 5$ *см*	ν_1	12,7	23,5	29,7	34,6
	m	7	6,3	6,1	5,9

В заключение выделим основные результаты, полученные в работе. Для идеального датчика гартмановского типа получено выражение для оптимальной в среднеквадратичном смысле фазовой компенсации. В случае измерения центра тяжести координат зарегистрированных фотоотсчетов получено выражение для оптимального коэффициента усиления в цепи корректора наклона для компенсации смещения изображения в фокальной плоскости линзы. Показано, что применение неоптимального коэффициента может привести к ухудшению по сравнению с неадаптивным приемом. Из условия, что дисперсия остаточных флуктуаций центра тяжести распределения интенсивности не больше 50% от ее величины в отсутствие коррекции, определены при различном выборе коэффициентов усиления минимальные световые потоки, выраженные через средние числа регистрируемых фотоотсчетов. Численные оценки показали, что максимальное значение астрономической звездной величины, для которой еще эффективно применение компенсации, по крайней мере, не превышает значения $m = 9$ при выборе диаметра приемной апертуры равным радиусу пространственной когерентности поля.

Автор выражает благодарность В. И. Татарскому за внимание к работе и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Muller R A, Buffington A — J Opt Soc. Am, 1974, **64**, № 9, p. 1200.
2 Buffington A et al — J Opt Soc Am., 1977, **67**, № 3, p. 298.
3 Оптические телескопы будущего / Под ред Пачини, Рихтера, Вильсона — М Мир, 1981.

4. Харди Дж. У. — ТИИЭР, 1978, **66**, № 6, с. 31.
5. Бакут П. А., Устинов Н. Д, Троицкий И. Н, Свиридов К Н — Зарубежная радиоэлектроника, 1977, № 1, с 3
6. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику. — М: Мир, 1970, с 119
7. Татарский В. И — Изв вузов — Радиофизика, 1981, **24**, № 7, с 861.
8. Кон А. И, Миронов В Л, Цейтлин В. Е. — Изв вузов — Физика, 1973, № 11, с. 149.
9. Распространение лазерного пучка в атмосфере / Под ред Д Стробена — М. Мир, 1981, с 249.
10 Allen C. W. Astrophysical Quantities — N Y: Oxford U. P, 1964, p. 191.

Институт физики атмосферы
АН СССР

Поступила в редакцию
27 июня 1983 г,
4 мая 1984 г
после доработки

ESTIMATION OF MINIMAL LIGHT FLUX DEFINED BY PHOTON NOISE FOR THE ADAPTIVE SYSTEM OF IMAGE «JITTER» COMPENSATION

A. N. Bogatvrov

An adaptive system is considered with a measurement element in the form of the Gartman unit cell under the assumption on the accurate measurement of the dravity center of registered photometering coordinates. An expression has been obtained for the optimal amplitication coefficient in the corrector chain. It is shown that nonoptimal choice of the given coefficient may lead to the increase of «jitter» in the case of a small number of registered photons or to the increase of requirements to the flux received Expressions are given for the minimal light flux as well as numerical estimations for the case of astronomical observations.

Аннотации депонированных статей

УДК 523 58

ВЛИЯНИЕ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ОТРАЖЕНИЕ РАДИОВОЛН ВПЕРЕД НЕНАСЫЩЕННЫМ МЕТЕОРНЫМ СЛЕДОМ

С М Левитский, Н Абдрахманов

Для ненасыщенного метеорного следа в условиях, когда его диффузию можно считать амбиполярной, рассчитан характер радиоотражения вперед при произвольной ориентации следа относительно направления падения волны и геомагнитного поля

Характер радиоотражения подчиняется общим закономерностям отражения вперед без магнитного поля, а постоянная времени ослабления амплитуды отраженного сигнала определяется величиной компоненты тензора коэффициента амбиполярной диффузии в направлении биссектрисы угла, образованного направлением распространения падающей и отраженной волны

Статья депонирована в ВИНИТИ,
рег. № 6987—84. Деп от 30 октября 1984 г
