ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVII, № 11 РАДИОФИЗИКА 1984

УДК 533 951 8

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ С АКТИВНОЙ ПЛАЗМЕННОЙ СРЕДОЙ

М. Б. Бондаренко, А. Н. Кондратенко, В. И. Ткаченко

Рассмотрено взаимодействие потока заряженных частиц с плазмой, содержащей примесь активных молекул Пучок рассмотрен в линейном приближении, активная среда описывается системой нелинейных уравнений Показано, что в активной плазменной среде с малой плотностью пучка наблюдается периодическая перекачка энергии колебаний в энергию среды В противоположном предельном случае влияние активных молекул существенно только на начальной стадии пучковой неустойчивости

1. Взаимодействие электронных пучков малой плотности с полностью ионизованной плазмой сопровождается интенсивным возбуждением ленгмюровских колебаний, амплитуда которых может быть достаточно велика [1]. Уровень их насыщения в одномодовом режиме определяется процессами нелинейного взаимодействия «волна—частица» [2].

В слабоионизованной плазме столкновения электронов с ионами и нейтральными частицами плазмы сравнительно небольшой интенсивности (эффективная частота столкновений электронов плазмы ν велика по сравнению с инкрементом пучковой неустойчивости γ) приводят к развитию в плазменно-пучковой системе диссипативной неустойчивости, которая характеризуется сравнительно малой скоростью роста возмущений и малой амплитудой установившихся колебаний [3].

При малых частотах столкновений $(\nu \ll \gamma)$ динамика развития пучковой неустойчивости в слабоионизованной плазме может измениться из-за присутствия активных молекул. Наличие последних в нейтральном компоненте слабоионизованной плазмы аналогично введению в систему некоторой отрицательной диссипации, поскольку в этом случае собственные колебания среды экспоненциально растут [4]. Эффективность взаимодействия собственных колебаний плазмы с резонансными уровнями молекул максимальна при частотах, сравнимых с частотой перехода между энергетическими уровнями молекул, т. е.

$$\Omega_e \simeq \Omega = (E_2 - E_1)\,\hbar, \qquad (1)$$

где E_i — энергетические уровни молекул, $\Omega_e = (4\pi e^2 n_{e0}/m)^{1/2}$ — плазменная частота, n_{e0} — равновесная плотность плазмы, Ω — частота перехода между уровнями молекул.

Взаимодействие потоков заряженных частиц со слабоионизованной плазмой, содержащей примесь активных молекул, в линейном (по возмущениям в плазме, пучке и молекулах) приближении исследовано в работе [5]. Здесь показано, что при плотностях молекулярного газа, меньших некоторого критического уровня, отсутствуют неустойчивые решения дисперсионного уравнения. Оценены характерные параметры среды, в которой может реализоваться такая ситуация.

Возбуждение нелинейной активной молекулярной среды электронным пучком в условиях, когда для частиц пучка справедливо линейное приближение, рассмотрено в работе [6]. Показано, что в такой среде происходит периодическая перекачка энергии продольных волн во внутреннюю энергию среды. Период осцилляций пропорционален линейному инкременту и логарифмически растет с уменьшением начальной амплитуды колебаний.

В отличие от работ [5, 6] исследуем взаимодействие пучка малой плотности ($n_{b0} \ll n_{e0}$) со слабоионизованной плазмой, нейтральный компонент которой содержит активные молекулы. Последние будем моделировать нелинейной двухуровневой системой с частотой перехода Ω Полагая выполненным условие (1), учтем эффекты коллективного взаимодействия возбуждаемых пучком колебаний с активной средой. Влиянием парных столкновений пренебрегаем. Полагаем, что амплитуда возбуждаемых в плазме колебаний мала и частицы пучка не захватываются полем этих колебаний, т. е. для них справедливо линейное приближение.

2. Исходная система уравнений состоит из линеаризованных уравнений квазигидродинамики для электронов пучка и плазмы, а также уравнений, моделирующих нелинейную активную молекулярную среду [7]:

$$\partial^2/\partial t^2 (E + 4\pi P) = -\Omega_e^2 E + 4\pi e (\partial j_b/\partial t), \tag{2}$$

$$\frac{\partial v_b}{\partial t} + v_0 \frac{\partial v_b}{\partial z} = -\frac{e}{m} E; \tag{3}$$

$$\partial n_b/\partial t + \partial j_b/\partial z = 0; \tag{4}$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \frac{2}{\tau_2}\frac{\partial P}{\partial t} + \Omega^2 P = -\frac{\omega_m^2}{4\pi}\frac{N}{N_0} E; \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{N}{N_0}\right) + \frac{N - N_0}{N_0 \tau_1} = \frac{2}{\hbar \Omega N_0} E \frac{\partial P}{\partial t}, \tag{6}$$

где E — напряженность электрического поля колебаний, P — поляризация двухуровневой системы, τ_1, τ_2 — времена релаксаций, $N = N_1 - N_2$ — разность населенностей верхнего и нижнего уровней, N_0 — равновесная начальная разность населенностей, $\Omega_b^2 = 4\pi e^2 n_{b0}/m$, $\omega_m^2 = f_m e^2 N_0/m$, f_m — сила осциллятора [7], $j_b = n_{b0} v_b + n_b v_0$, n_b и v_b — возмущения равновесной плотности n_{b0} и скорости v_0 пучка соответственно. Релаксационными членами в уравнениях (5), (6) пренебрегаем, поскольку они малы по сравнению с характерными временами исследуемых процессов, т. е. $(\tau_{1,2})^{-1} \ll (n_{b0}/n_{e0})^{1/3}\Omega_e$. Полагаем также выполненным соотношение $|\omega_m| \ll \Omega$, которое соответствует требованию малого изменения поля в плазме с примесью активных молекул [4] за период колебания. Уравнения (2)—(4) справедливы при условиях $v_{Tb} \ll |\omega/k - v_0|$, $v_{Te} \ll \omega/k$, где v_{Tb}, v_{Te} — тепловые скорости частиц пучка и плазмы, ω/k — фазовая скорость возмущений. Уравнения (5), (6) получены в электрическом дипольном приближении [7].

3. Из линеаризованной системы уравнений (2)—(6), полагая зависимость возмущений в виде $A\exp[i(kz - \omega t)]$, получим следующее дисперсионное уравнение [5]:

$$1 - \frac{\Omega_e^2}{\omega^2} + \frac{\omega_m^2}{(\omega^2 - \Omega^2)} = \frac{\Omega_b^2}{(\omega - k v_0)^2}. \tag{7}$$

Поскольку $|\omega_m^2| \ll \Omega^2$, вклад активных молекул в дисперсионном уравнении соизмерим с остальными слагаемыми только при условии $\omega \simeq \Omega$. Исследуем дисперсионное уравнение (7) прежде всего для колебаний, частота которых близка к собственной частоте среды в отсутствие пучка и активных молекул ($\omega \simeq \Omega_e$), но в то же время находится в резонансе с пучковой волной плотности заряда ($\omega \simeq kv_0$), поскольку в этом случае инкремент неустойчивости максимален. Таким образом, должно выполняться условие тройного резонанса $\omega \simeq \Omega_e \simeq \Omega \simeq kv_0$.

В «пассивной» среде ($\omega_m^2 < 0$), полагая зависимость частоты от волнового числа в виде $\omega = kv_0 + \delta(|\delta| \ll \omega)$, определим инкремент неустойчивости из уравнения

$$\delta^3 - (\omega_m^2/4)\,\delta - \Omega_b^2\,\Omega_e/2 = 0. \qquad (8)$$

Анализ уравнения (8) показывает, что в таких средах на первый взгляд существует пороговое значение плотности пучка, ниже которого неустойчивость отсутствует,

$$(n_b)_{\text{пор}} = n_{e0}\left(\frac{\omega_m|}{\Omega}\,\frac{1}{2^{1/3}\sqrt{3}}\right)^3. \qquad (9)$$

Однако при малых $\delta(|\delta| \ll \nu_m \equiv 2/\tau_2)$ в исходном дисперсионном уравнении (7) необходимо учесть релаксационные процессы в двухуровневой системе. В этом случае, при плотности пучков $n_b \lesssim (n_b)_{\text{пор}}$, в среде развивается пучковая неустойчивость дисипативного типа, максимальный инкремент которой и реальная добавка к частоте определяются выражениями

$$\gamma_d = \operatorname{Im}\delta = (\Omega_e/|\omega_m|)\,(\Omega_e\,\nu_m n_{b0}/2\,n_{e0})^{1/2}, \quad \Delta_d = -\gamma_d. \qquad (10)$$

При сравнительно большой надпороговости $n_b \gg (n_b)_{\text{пор}}$ в среде реализуется неустойчивость, инкремент которой несколько меньше, а реальная добавка к частоте больше соответствующих величин, характеризующих пучковую неустойчивость:

$$\gamma = \operatorname{Im}\delta = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{n_{b0}}{2n_{e0}}\right)^{1/3}\Omega_e\left[1 - \frac{|\omega_m^2|}{12\,(n_{b0}/2n_{e0})^{2/3}\,\Omega_e^2}\right]; \qquad (11)$$

$$\Delta = \operatorname{Re}\delta = -\frac{1}{2}\left(\frac{n_{b0}}{2n_{e0}}\right)^{1/3}\Omega_e\left[1 + \frac{|\omega_m^2|}{12\,(n_{b0}/2n_{e0})^{2/3}\,\Omega_e^2}\right]. \qquad (12)$$

Следует отметить, что значительное уменьшение инкремента неустойчивости при $n_b \ll (n_b)_{\text{пор}}$ может быть использовано для транспортировки пучков заряженных частиц в плазме с примесью активных молекул.

В «активной» среде ($\omega_m^2 > 0$) минимальный инкремент $\gamma_{\min}$ и добавка к частоте Δ определяются выражениями (11) и (12), в которых необходимо заменить $|\omega_m^2|$ на $-|\omega_m^2|$. Максимальный инкремент реализуется при $|\omega_m| \gg 2\,(n_{b0}/2n_{e0})^{1/3}\,\Omega_e$ и равен

$$\gamma_{\max} \simeq |\omega_m|/2. \qquad (13)$$

На рис. 1 представлена качественная зависимость инкремента и реальной добавки к частоте от ω_m^2.

4. Исследуем взаимодействие пучка заряженных частиц с нелинейной двухуровневой системой в условиях, когда реализуется максимальный инкремент неустойчивости, т. е. когда пучок, плазма и активная среда находятся в резонансе. Полагаем амплитуды напряженности электрического поля $E = E_0(t)\exp[i(kz-\omega_0 t)]$ и поляризации молекулярной среды $P = P_0(t)\exp[i(kz-\omega_0 t)]$ слабо зависящими от времени, т. е. предполагаем выполненным следующее условие:

$$\left|\frac{1}{\omega_0}\frac{\partial A}{\partial t}\right| \ll A, \tag{14}$$

где под A подразумевается $E_0(t)$ или $P_0(t)$. Вследствие такого предположения система (2)—(6) преобразуется к виду

$$\begin{gathered}\frac{\partial^3 F_0}{\partial t^3} - i\,\frac{\Omega_b^2\,\Omega_e}{2}\,\Gamma_0 = \frac{4\pi i\omega_0}{2}\,\frac{\partial^2 P_0}{\partial t^2}, \\ 2i\omega_0\,\frac{\partial P_0}{\partial t} = \frac{\omega_m^2}{4\pi}\,E_0\left[1 - \frac{|P_0(t)|^2}{|P_0(0)|^2}\right]^{1/2}.\end{gathered} \tag{15}$$

Здесь $P_0(0)$ — начальная поляризация, соответствующая равновесной разности заселенностей N_0, $P_0(0) = \sqrt{(2/3)}\,|\mu_{12}|N_0$, $|\mu_{12}|$ — дипольный матричный элемент [7].

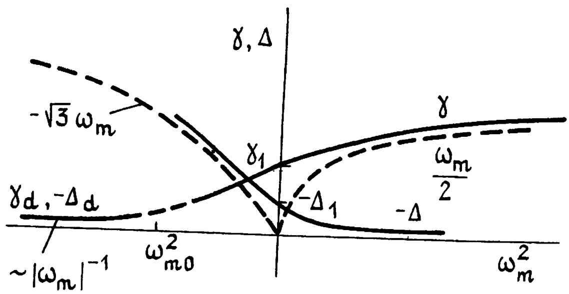

Рис 1 Качественная зависимость инкремента γ и реальной добавки к частоте Δ от начального состояния среды (ω_m^2). $\gamma_1 = (\sqrt{3}/2)\,(n_{b0}/2n_{e0})^{1/3}$, $\Delta_1 = \gamma_1/\sqrt{3}$, $\omega_{m_0}^2 = -6(\Omega_b^4\Omega_e^2/2)^{1/3}$.

Решения системы уравнений (15) существенным образом зависят от величины параметра $\Theta = 4|\Omega_b^2\,\omega_0/\omega_m^3|$, который равен кубу отношения инкремента пучковой неустойчивости к инкременту неустойчивости, которая развивается в активной плазменной среде в отсутствие пучка.

Найдем решения уравнений (15) в двух предельных случаях: для малых и больших значений параметра Θ. В первом случае решения уравнений (15) ищем в виде

$$E_0(t) = P_0(0)\,[ia_1(t) + \Theta a_2(t)], \quad P_0(t) = P_0(0)\,[b_1(t) + i\Theta b_2(t)]. \tag{16}$$

Подставляя выражения (16) в исходную систему (15) и приравнивая слагаемые с одинаковыми степенями Θ, получим следующие уравнения для определения неизвестных a_i и b_i:

$$\frac{da_1}{d\tau} = 4\pi\,\frac{\omega_0}{|\omega_m|}\,b_1, \quad 4\pi\,\frac{\omega_0}{|\omega_m|}\,\frac{db_1}{d\tau} = a_1(1-b_1^2)^{1/2}; \tag{17}$$

$$\frac{d^3a_2}{d\tau^3} + a_1 = -4\pi\,\frac{\omega_0}{|\omega_m|}\,\frac{d^2b_2}{d\tau^2}, \qquad 4\pi\,\frac{\omega_0}{|\omega_m|}\,\frac{db_2}{d\tau} = a_2(1-b_1^2)^{1/2}, \tag{18}$$

где $\tau = |\omega_m|t/2$ — безразмерное время. Уравнения (17) сводятся к уравнению нелинейного осциллятора для напряженности электрического поля a_1 с положением равновесия в верхней точке и имеют решения

$$a_1 = -(8\pi\omega_0/\omega_m' k \operatorname{dn}(\xi, k); \qquad (19)$$

$$b_1 = 2\operatorname{cn}(\xi, k)\operatorname{sn}(\xi, k), \qquad (20)$$

где $\operatorname{sn}(x,k)$, $\operatorname{cn}(x,k)$, $\operatorname{dn}(x,k)$ — эллиптические функции Якоби, $\xi = \tau/k$, $k = \left[1 + \frac{|\omega_m^2| E_0^2(0)}{(8\pi\omega_0)^2 P_0^2(0)}\right]^{-1/2}$ — модуль эллиптических функций. Периоды решений (19), (20) равны $(2k/|\omega_m|)K(k)$ и $(4k/|\omega_m|)K(k)$ соответственно, $K(k)$ — полный эллиптический интеграл первого рода.

Подставляя решения (19), (20) в уравнения (18), определим влияние пучка на процесс энергообмена между плазмой и активной средой. Интегрирование уравнений в этом случае дает следующий результат:

$$a_2 = -8\pi k^2 \frac{\omega_0}{|\omega_m|}\left[\frac{E(\varphi, k)}{k'^2}(1+\varphi^2/2) - \frac{\varphi}{k'^2}\left(\operatorname{dn}(\xi, k) + \frac{\varphi^2}{2}k^2\frac{\operatorname{sn}(\xi, k)\operatorname{cn}(\xi, k)}{\operatorname{dn}(\xi, k)}\right) - \frac{1}{k'^2}\int_0^{\varphi} tE(t, k)\,dt\right]\operatorname{dn}(\xi, k),$$

$$b_2 = -\frac{|\omega_m|}{4\pi\omega_0}\frac{da_2}{d\tau} + 2k\int_0^{\varphi}\frac{t\,dt}{(1-k^2\sin^2 t)^{1/2}}. \qquad (21)$$

Здесь $\varphi = \arcsin(\operatorname{sn}(\xi, k))$, $E(x,k)$ — неполный эллиптический интеграл второго рода, $k' = (1-k^2)^{1/2}$.

Таким образом, в плазме с примесью активных молекул в отсутствие пучка ($\Theta = 0$), как и в активной молекулярной среде с пучком [6], наблюдается периодическая перекачка энергии двухуровневой системы в энергию плазменных колебаний. При малых значениях параметра $\Theta(\Theta \ll 1)$ происходит слабое искажение регулярного характера возбуждаемых колебаний вследствие того, что пучок вносит дополнительное рассогласование по фазе, которое затрудняет процесс энергообмена.

Определим теперь решения системы (15) при больших значениях параметра $\Theta(\Theta \gg 1)$. Полагаем, что неизвестные величины $E_0(t)$ и $P_0(t)$ заданы в виде

$$E_0(t) = P_0(0)\,a(t)\,e^{i\psi(t)}, \quad P_0(t) = P_0(0)\,b(t)\,e^{i\psi(t)}. \qquad (22)$$

Подставляя выражения (22) в исходные уравнения (15), получим следующую систему уравнений:

$$\frac{da}{d\tau} - \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\omega_m^2}{12\gamma_0^2}\frac{\sqrt{3}}{2}a\,[1-b^2]^{1/2},$$

$$a\frac{d\psi}{d\tau} - \frac{1}{2}a = -\frac{\omega_m^2}{12\gamma_0^2}\frac{1}{2}a\,[1-b^2]^{1/2}, \qquad (23)$$

$$b^2 = (6\gamma_0^2/4\pi\omega_0)^2\,[(da/d\tau)^2 + a^2(d\psi/d\tau)^2 - a^2],$$

где $\gamma_0^3 = (\Omega_b^2\Omega_e/2)^{1/3}$, $\tau = \gamma_0 t$.

При амплитудах возбуждаемых пучком колебаний, удовлетворяющих условию

$$|a| \ll 8\pi\gamma_0\omega_0/|\omega_m^2|. \qquad (24)$$

уравнения (23) описывают линейную стадию неустойчивости. Инкремент и вещественная добавка к частоте в этом случае определяются выражениями (11), (12). С ростом амплитуды колебаний, когда нарушается неравенство (24), влияние активного нейтрального компонента плазмы на исследуемый процесс несущественно. Независимо от начального состояния («активная» или «пассивная» среда) система выходит на режим, соответствующий развитию обычной пучковой неустойчивости [1].

Таким образом, можно сделать следующие выводы. В плазме с примесью активных молекул в отсутствие пучка ($\Theta = 0$) наблюдается периодическая перекачка энергии плазменных колебаний в энергию активной среды. Введение пучка заряженных частиц сравнительно малой плотности ($\Theta \ll 1$) в такую среду вносит дополнительное рассогласование по фазе между полем колебаний и поляризацией среды. В результате этого искажается регулярный характер перекачки энергии из активного компонента в плазменные колебания и обратно. Очевидно, что в этом случае нелинейный режим пучковой неустойчивости не реализуется. При больших плотностях пучка, когда $\Theta \gg 1$, влияние активных молекул существенно лишь на начальной стадии неустойчивости.

Оценим параметры среды, при которых может реализоваться рассмотренное взаимодействие, на примере молекул аммиака. Поскольку при соответствующем выборе параметров пучка и плазмы давление газа можно варьировать от 10^{-2} *Тор* до 10 *атм* [8], полагаем давление в нашем случае $p \simeq 0{,}1$ *Тор* и температуру газа $T \simeq 3 \cdot 10^{-2}$ *эВ*. Тогда $N_0 \sim 7 \cdot 10^{12}$ *см*$^{-3}$, $\Omega \simeq 1{,}5 \cdot 10^{11}$ *Гц*, $|\mu_{12}| \sim 1$ *Д*, $(\omega_m/\Omega)^2 \sim 10^{-6}$ [7]. Из условия (1) следует, что плотность однозарядных ионов и электронов плазмы должна быть порядка $n_{e0} \sim 7 \cdot 10^{12}$ *см*$^{-3}$. Отсюда следует, что при $(n_{b0}/n_{e0}) \sim 10^{-4}$ выполнено неравенство $\Theta \gg 1$.

С увеличением давления нейтрального газа ($p \sim 1$ *атм*) и уменьшением плотности пучка $n_{b0} \lesssim 10^{-6} n_{e0}$ влияние молекул на возбуждение ленгмюровских колебаний будет существенно, так как может реализоваться режим неустойчивости, соответствующий малым значениям параметра $\Theta (\Theta \ll 1)$.

ЛИТЕРАТУРА

1 Ахиезер А И, Файнберг Я Б — ДАН СССР, 1949, **69**, № 4, с 555.
2 Шапиро В. Д, Шевченко В. И — Изв вузов — Радиофизика, 1976, **19**, № 5—6, с 767.
3 Кондратенко А Н, Куклин В М, Ткаченко В. И — УФЖ, 1979, **24**, № 4, с 559
4 Коэвтун В П, Цинцадзе И. Л — Сообщ. АН ГрССР, 1977, **86**, № 2, с. 321.
5 Крашенинников С И, Старых В В — Физика плазмы, 1977, **3**, № 6, с 1403
6. Красовицкий В Б, Курилко В И — ЖЭТФ, 1965, **48**, № 1, с 353.
7. Пантел Р, Путхоф Г Основы квантовой электроники — М: Мир, 1972, с. 384
8 Басов Н Г, Беленков Э М, Данилычев В. А., Сучков А. Ф. — УФН, **114**, № 2, с. 213

Харьковский государственный университет

Поступила в редакцию 15 июля 1983 г

ON INTERACTION BETWEEN A BEAM OF CHARGED PARTICLES AND ACTIVE PLASMA MEDIUM

M. B. Bondarenko, A. N. Kondratenko, V. I. Tkachenko

The interaction between a beam of charged particles and plasma including impurity of active molecules is considered. The beam is considered in the linear approximation, an active medium is described by the system of nonlinear equations It's shown that in an active plasma medium with low levels of beam density a periodical transfer of oscillation energy into medium energy is observed. For an opposite extreme case the influence of active molecules is important only for an initial stage of the beam instability.