

УДК 535.416.3

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ ГИПЕРГАУССОВЫХ ПУЧКОВ

Ю. Н. Карамзин, А. П. Сухоруков, В. А. Трофимов

Исследуется дефокусировка гипергауссовых пучков в нелинейных средах. Показано, что в ближней зоне нелинейной рефракции амплитудно-фазовые характеристики этих пучков искажаются значительно меньше гауссовых пучков.

К настоящему времени хорошо изучено самовоздействие гауссовых и трубчатых пучков в нелинейных средах [1]. Однако в различных оптических системах все большее применение находят световые пучки с гипергауссовым амплитудным профилем [2], нелинейные искажения которых недостаточно изучены. Профилирование оптического излучения представляет также интерес для задач адаптивной оптики. Все это делает необходимым детальное исследование самовоздействия гипергауссовых пучков, которому посвящена настоящая работа.

**1. Основные уравнения.** Как известно, распространение оптического излучения в нелинейной среде описывается квазиоптическим уравнением, которое в безразмерных переменных имеет вид

$$\partial A / \partial z + i \Delta_{\perp} A - i \alpha (1 - \beta_r) \epsilon'_{нл} A + \delta \epsilon''_{нл} A = 0 \quad (1)$$

с граничными условиями

$$A(z = 0, x, y) = 0,5 A_0(x, y) / Q, \quad (2)$$

где  $A$  — комплексная амплитуда пучка, нормированная на ее пиковое значение,  $z$  — измеряемая в дифракционных длинах  $l_d = 2ka^2$  координата, вдоль которой распространяется оптическое излучение,  $k$  — волновое число пучка,  $a$  — его начальный радиус,  $\epsilon'_{нл}$ ,  $\epsilon''_{нл}$  — действительная и мнимая добавки к диэлектрической проницаемости среды,  $\alpha$  — отношение начальной мощности пучка  $P_0$  к мощности самовоздействия  $P_{св}$ ,  $\delta$  характеризует нелинейное поглощение оптического излучения,  $\Delta_{\perp}$  — поперечный оператор Лапласа,  $A_0(x, y)$  — начальное распределение амплитудного профиля с нормой  $Q$ ,  $x, y$  — поперечные координаты, нормированные на  $a$ ,  $\beta_r$  характеризует долю поглощенной энергии, потраченную на испарение капель при распространении светового пучка в облачной среде. В случае наличия аксиальной симметрии  $r^2 = x^2 + y^2$   $A_0(r) = e^{-r^m}$ , в противном случае  $A_0(x, y) = \exp[-2(x^m + y^m)]$ .

Конкретный вид  $\epsilon'_{нл}$  и  $\epsilon''_{нл}$  определяется исследуемой нелинейностью. Так, для слабо поглощающей среды  $\epsilon''_{нл} = 0$ , в случае керровской дефокусировки  $\epsilon'_{нл} = |A|^2$ , а при тепловой нелинейности  $\epsilon'_{нл} = T$ ,  $T$  — нормированное изменение температуры окружающей среды из-за ее нагрева световым пучком, определяемое из решения стационарного и нестационарного уравнений теплопроводности и уравнения в случае распространения светового пучка в движущейся среде.

Распространение оптического излучения в жидкокапельной среде в приближении водности [3], в котором облако характеризуется содержанием массы капель в объеме среды, описывает квазиоптическое уравнение (1) ( $\epsilon''_{nl} = W$ ) совместно с уравнениями

$$\partial T / \partial t = W |A|^2, \quad \partial W / \partial t = -\gamma \beta_r W |A|^2 \quad (3)$$

— для импульсного излучения,

$$\partial W / \partial x = -W |A|^2 \gamma \beta_r, \quad \partial T / \partial x = W |A|^2 \quad (4)$$

— в движущейся жидкокапельной среде. Здесь  $\gamma$  характеризует степень просветления облачной среды,  $W$  — нормированная на невозмущенное значение водность; в начальный момент времени  $t = 0$  и на границах среды  $W = 1$ ,  $T = 0$ .

**2. Стационарная тепловая и керровская дефокусировка.** В случае тепловой дефокусировки исследовалась дифракция оптического излучения для следующих значений параметров:  $m = 2, 4, 6, 8$ ;  $L = 0,1$ ;  $\alpha = 200, 100$ ;  $L = 0,5$ ;  $\alpha = 40$ , где  $L$  — расстояние до мишени. Как следует из проведенных численных экспериментов, при уплощении (увеличении  $m$ ) начального распределения амплитуды пучка увеличивается его пиковая интенсивность на мишени: так в сечении  $L = 0,1$   $|A(0,1, 0)|^2$  для пучка с  $m = 8$  увеличивается по сравнению с интенсивностью, достигаемой при распространении первоначального гауссова пучка, в 2,17 и 1,7 раза соответственно для  $\alpha = 200, 100$ , а его ширина уменьшается. При этом характер распространения оптического излучения существенно зависит от параметра  $m$ . Если пучок с  $m = 2, 4, 6$  расплывается, то при  $m = 8$  происходит перестройка его начального распределения: сначала образуется абберационное кольцо, а затем оно исчезает. Возможно также распространение с постоянной пиковой интенсивностью.

Из анализа зависимости интенсивности на оси гипергауссова пучка от  $z$  следует, что при дифракции оптического излучения с  $m = 6,8$  на трассе  $L = 0,1$   $I(z, 0) = |A(z, 0)|^2$  сначала резко уменьшается, а затем возрастает. Так, для  $m = 6$  минимальное значение  $I(z, 0)$  достигается при  $z = 0,055$ , а для  $m = 8$  — при  $z = 0,04$ . При этом оно уменьшается для  $\alpha = 200, 100$  соответственно в 1,4 и 1,28 раза ( $m = 6$ ) и в 1,94; 1,78 раза ( $m = 8$ ) по сравнению с первоначальным значением. В случае самовоздействия пучка с  $m = 6$  максимальная интенсивность, достигаемая в образующемся абберационном кольце, равна ее пиковому значению в сечении  $z = 0$ , а для  $m = 8$  — в 1,1 раза превышает это значение. Отметим также, что для оптического излучения с  $m = 8$  спад интенсивности к центру пучка более резкий, чем при  $m = 6$ .

При дальнейшем распространении абберационное кольцо исчезает, и интенсивность на оси возрастает по сравнению с первоначальной в 1,46 и 1,0 раза (если  $m = 6$ ) и в 1,77 и 1,17 раза (при  $m = 8$ ) соответственно для  $\alpha = 100, 200$ . Затем пучок расплывается. Однако для  $\alpha = 100$  интенсивность на оси превышает ее первоначальную величину в 1,3 и 1,5 раза соответственно для  $m = 6,8$ .

В случае распространения гипергауссовых световых пучков на протяженных трассах (например,  $L = 0,5$ ,  $\alpha = 40$ ) профилирование оптического излучения приводит к небольшому снижению концентрации мощности и уширению пучка на мишени. Отличие от гауссова профиля светового пучка проявляется на начальном этапе его распространения: сначала увеличивается в 1,1—1,5 раза интенсивность на его оси, а профиль принимает форму, близкую в гауссовой, потом пучок дефокусируется.

Перейдем к анализу дефокусировки гипергауссовых пучков в кубичной среде. Отметим, что самофокусировка таких пучков изучалась в [4]. Из проведенных нами численных экспериментов по моделированию распространения гипергауссовых пучков для  $L = 0,1$ ,  $\alpha = 100$  следует, что уплощение пучка приводит к увеличению пиковой интенсивности в сечении мишени. Так,  $I(z, 0)$  при распространении пучка с  $m = 8$  больше интенсивности при  $m = 2$  в 1,45 и 1,29 раза соответственно для  $\alpha = 100, 200$ . С ростом  $m$  распределение интенсивности на мишени приближается к гауссову профилю. Так, уже при  $m = 4$  исчезает абберационное кольцо, образующееся в случае самовоздействия гауссова пучка.

Так же как и для теплового самовоздействия, при керровой дефокусировке в процессе распространения гипергауссовых пучков может увеличиваться пиковая интенсивность, например, при  $m = 6,8$ ,  $\alpha = 100$ , причем в случае распространения пучка с  $m = 8$  оно составляет 1,12.

**3. Профилирование пучка в движущейся среде.** Из полученного в [5] в приближении нелинейной геометрической оптики общего решения задачи распространения щелевого пучка в движущейся среде следует, что световой пучок с однородным распределением амплитуды смещается навстречу боковому ветру значительно меньше пучка с колоколообразным профилем. Для подтверждения данного вывода нами были проведены численные эксперименты для трасс  $L = 0,05; 0,1; 0,2$  и значений нелинейности  $\alpha = 100, 50$ .

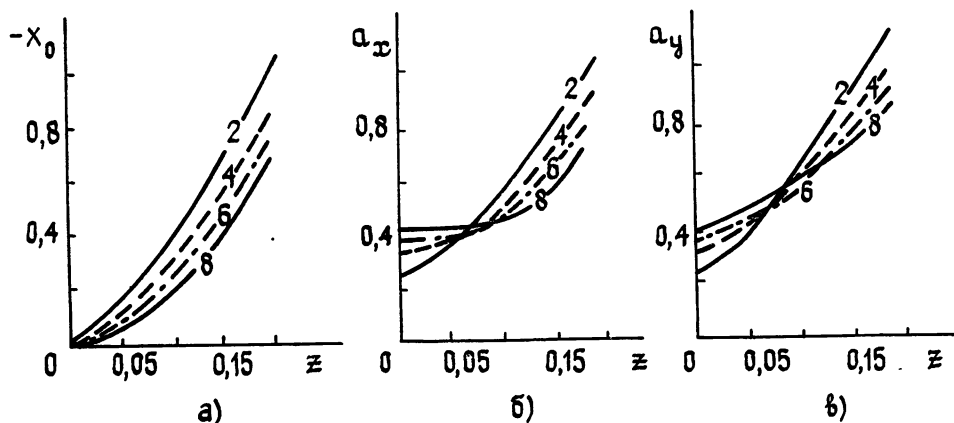


Рис. 1. Эволюция центра тяжести (а) и радиусов пучка (б, в) при его распространении в движущейся прозрачной среде.

В качестве примера на рис. 1а—в приведены зависимости положения центра тяжести в плоскости  $y = 0 - X_0$  и радиусов, определяемых через вторые моменты  $|A|^2$ , по координатам  $x, y$  пучка от  $z$  при его распространении в среде, движущейся в плоскости  $\{z, x\}$ , на трассе  $L = 0,2$ ,  $\alpha = 50$ . Параметр  $m$  указан на рисунке. Отметим, что при уплощении начального профиля существенно уменьшается смещение центра тяжести пучка навстречу боковому движению среды. Так, при распространении пучка с  $m = 10$  значение  $X_0$  уменьшается по сравнению с  $X_0$  для первоначально гауссова профиля в 1,95 ( $\alpha = 100$ ), 2,1 ( $L = 0,1$ ,  $\alpha = 50$ ), 1,45 ( $L = 0,2$ ) раза. Примечательно, что при этом могут уменьшаться радиусы пучков. Так, при  $\alpha = 100$ ,  $L = 0,05$   $a_y$  гауссова пучка больше радиуса пучка с  $m = 4$ . При увеличении трассы распространения с ростом  $m$  радиусы пучка уменьшаются. Для

$L = 0,1$  гауссова пучка превышает радиус гипергауссова пучка шестой степени, а  $a_y$  больше пучка с  $m = 10$ . В случае  $\alpha = 50$   $L = 0,2$ , для уплощенного пучка с  $m = 10$  его радиусы в 1,82 и 1,77 раза меньше соответственно  $a_x$ ,  $a_y$  оптического излучения с гауссовым начальным распределением амплитуды, при этом уменьшается эллиптичность пучка в плоскости мишени.

**4. Нестационарное тепловое самовоздействие.** Проведенное численное моделирование распространения прямоугольного импульса с плоским начальным фазовым фронтом для  $L = 0,1$ ,  $\alpha = 10 \div 400$ ,  $T_H = 0,2; 0,6$  ( $T_H$  — длительность импульса) показало, что с ростом  $m$  нелинейные искажения оптического излучения уменьшаются. Как и следовало ожидать, наибольшая концентрация мощности на мишени имеет место в начале импульса. По мере нарастания нелинейной линзы увеличивается дефокусировка «хвостовой» части импульса. Так как различные части импульса фокусируются на различных расстояниях, то суммарный выигрыш в увеличении принимаемой энергии на мишени несколько меньше, чем в случае стационарного самовоздействия.

На рис. 2а представлены зависимости принимаемой в апертуру  $R = 0,5$  мощности, отнесенной к ее начальному значению, от времени  $t$  для мишени, расположенной в сечении  $z = 0,06$ ,  $\alpha = 300$ . Из проведенных расчетов следует, что значение  $m$ , для которого достигается в данный момент времени максимальная концентрация мощности на мишени, определяется расстоянием до нее. Так, если при  $z = 0,06$  для рассматриваемых значений  $\alpha$  использо-

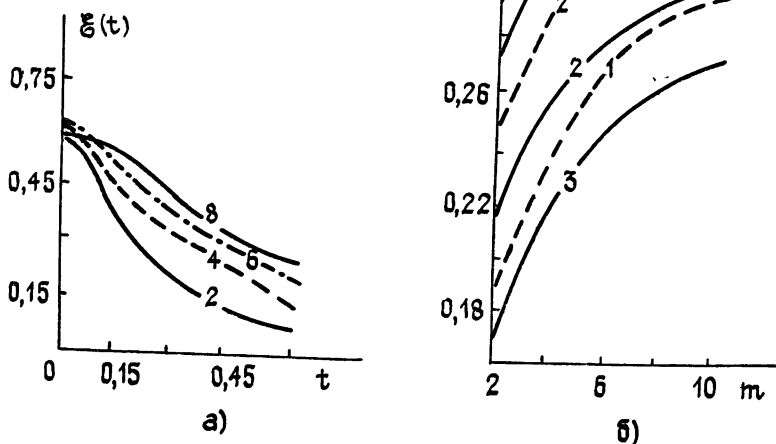


Рис. 2. Доля принимаемой мощности (а) и энергии (б) на мишени при нестационарной тепловой дефокусировке в прозрачной (сплошные кривые) и облачной (пунктирные кривые) средах.

вание уплощенных пучков позволяет повысить концентрацию мощности на мишени, то для  $L = 0,1$  увеличение эффективности передачи мощности достигается для всего импульса при  $\alpha = 100$ , при  $\alpha = 200$ , когда  $t \leq 0,25$ , и при  $\alpha = 300$  для  $t \leq 0,15$ .

На рис. 2б сплошными кривыми представлены зависимости принимаемой в сечении  $z = 0,06$  энергии  $\mathcal{E}(T_H = 0,6)$  от значения  $m$  для  $\alpha = 100$  (кривая 1), 200 (кривая 2), 300 (кривая 3). Отметим, что с

ростом  $m$  на мишени доля принимаемой энергии увеличивается в 1,5, 1,73, 1,77 раза соответственно для  $\alpha = 100, 200, 300$  по сравнению с ее значением для гауссова пучка. Для  $z = 0,04$  данное увеличение составляет 1,2; 1,5; 1,625 раза. При расположении мишени в сечении  $L = 0,1$  максимальное значение принимаемой энергии достигается при  $m = 4,6$  соответственно для  $\alpha = 300, 200$ , а для  $\alpha = 100$ , начиная с  $m \geq 6$ , доля принимаемой мощности не увеличивается. Максимальное увеличение принимаемой энергии составляет соответственно: 1,08; 1,28; 1,34.

**5. Профилирование световых пучков в облачной среде.** При исследовании самовоздействия гипергауссовых пучков система уравнений (1), (3), (4) решалась спектральным методом с использованием симметричных разностных схем для следующих значений параметров:  $2 \leq m \leq 10$ ,  $\beta_T = 0-1$ ,  $\alpha = 50; 75$ ,  $\gamma = 1,3$ ,  $\delta = 1$ ,  $L = 0,1; 0,2$ . Так как основные черты самовоздействия светового пучка для различных  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $L$  одинаковы, то более подробно остановимся на случае дифракции оптического излучения при  $\alpha = 75$ ,  $\gamma = 3$ ,  $L = 0,2$ .

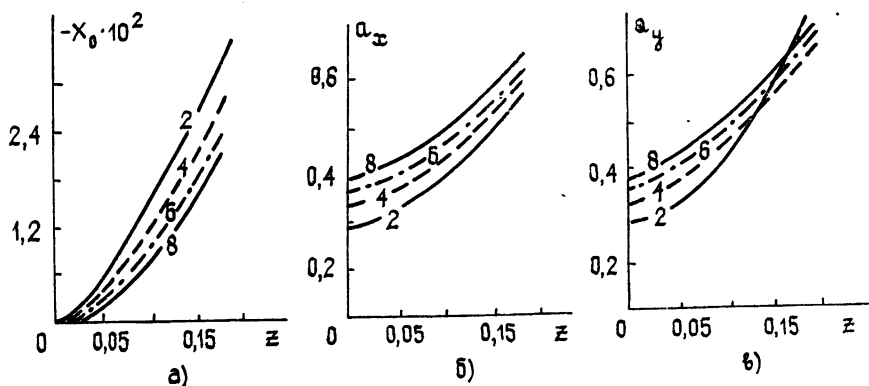


Рис. 3 Эволюция центра тяжести (а), радиусов-пучка (б, в) при его распространении в движущейся облачной среде.

На рис. 3 приведены зависимости положения центра тяжести (а), радиусов  $a_x$ (б) и  $a_y$ (в) пучка от координаты  $z$  для  $\beta_T = 0,25$ . Отметим, что при отсутствии теплового самовоздействия вся поглощенная энергия расходуется на испарение капель. Это приводит к смещению центра тяжести вдоль направления движения среды из-за «выедания» подветренной части пучка. При этом по оси  $x$  имеет место некоторое уширение пучка по сравнению с радиусом по оси  $y$ .

При уменьшении доли поглощения энергии, затрачиваемой на испарение капель, вследствие теплового самовоздействия центр тяжести пучка смещается навстречу боковому ветру. В результате этого увеличивается поглощение энергии оптического излучения. Однако на начальном этапе распространения светового пучка (при  $\beta_T \neq 0$ ), когда тепловые линзы слабо влияют на оптическое излучение, возможно смещение центра тяжести вдоль направления движения среды. Тепловое самовоздействие приводит также к увеличению эллиптичности и уширению пучка.

Переход к гипергауссову распределению амплитуды приводит к уменьшению ширины пучка (рис. 3). При этом оптическое излучение поглощается более интенсивно, уменьшаются его относительное уширение (примерно в 1,6 раза) и эллиптичность.

В случае распространения импульсного излучения через жидкокапельную среду профилирование пучка позволяет также повысить долю принимаемой энергии на мишени. В качестве иллюстрации на рис. 26 пунктирными кривыми приведены зависимости  $\mathcal{E}(T_{\text{н}} = 0,2)$  от  $m$  для  $\alpha = 100$ ,  $z = 0,08$ ,  $\gamma = 3$ ,  $\beta_{\text{T}} = 10^{-4}$  (кривая 1), 0,5 (кривая 2), 0,75 (кривая 3). Как следует из рисунка, переход к уплощенным пучкам позволяет в 1,2—1,5 раза увеличить принимаемую энергию. Интересно отметить, что с ростом  $\beta_{\text{T}}$  (уменьшением теплового самовоздействия) значение  $m$ , для которого происходит повышение концентрации мощности, уменьшается.

### 6. Самовоздействие профилированных пучков в присутствии экрана.

Влияние отраженного от экрана оптического излучения на самовоздействие гауссовых и трубчатых пучков подробно анализировалось нами в [6], где приведены уравнения, граничные условия и алгоритм вычисления. Здесь запишем только связь между падающей волной  $A$  и отраженной  $A_{-}$  от плоского экрана, расположенного в сечении  $L$ , с коэффициентом отражения  $\rho$ :

$$A_{-}(z = L, r) = \rho A(z = L, r).$$

На рис. 4 представлены результаты расчетов тепловой дефокусировки для  $\alpha = 200$ ,  $\rho = 1,0$ . Как следует из рисунка и проведенных расчетов, с ростом  $m$  повышается концентрация мощности на отражающей мишени, расположенной в сечении  $L = 0,1$ . Если отражается не более 25% мощности падающего на экран оптического излучения, то распространение гипергауссова пучка аналогично рассмотренному выше случаю  $\rho = 0$ . Отметим только, что в образующемся абберационном кольце при  $m \geq 6$  переход от пиковой интенсивности в область тени более плавный. При этом распределение интенсивности светового пучка на экране для  $m = 8$  имеет в 1,8 раза более высокое пиковое значение по сравнению со значением, достигаемым для гауссова пучка.

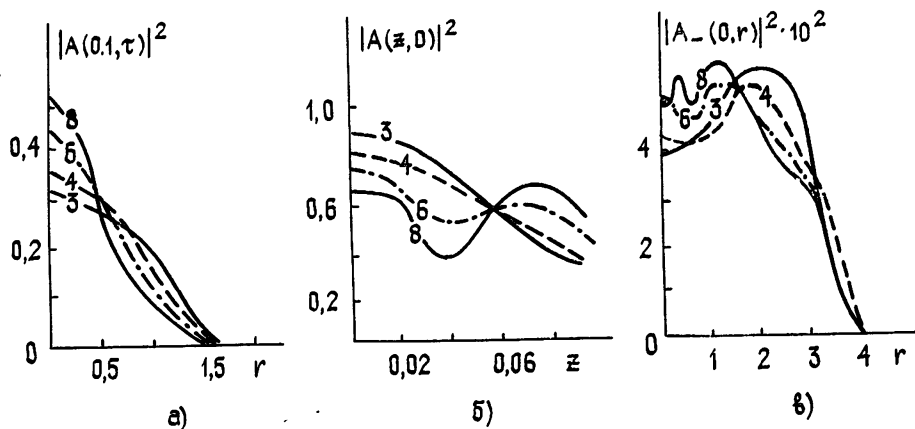


Рис. 4. Распределения интенсивности на мишени (а) и отраженной волны в сечении  $z=0$  (в), ее значение на оси вдоль трассы распространения (б).

Наличие более мощной отраженной волны  $\rho = 0,75$ , 1 сопровождается уменьшением максимальной интенсивности падающего оптического излучения, увеличением расстояния до максимума интенсивности в образующемся при  $z = 0,03$  абберационном кольце, а отраженный от мишени световой пучок имеет на входе в нелинейную среду сложное абберационное распределение интенсивности (рис. 4).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Смит Д. К. — ТИИЭР, 1977, 66, № 12, с. 59.
2. Ибрагимов Э. Ф. и др. — Квантовая электроника, 1982, 9, № 6, с. 1131.
3. Сухоруков А. П., Шумилов Э. Н. — ЖЭТФ, 1973, 43, № 5, с. 1029.
4. Борисов А. Б. и др. Тезисы докладов на XI Всесоюзной конференции по когерентной и нелинейной оптике. — Ереван: 1982, № 1, с. 175.
5. Трофимов В. А. — Вестник МГУ. Сер. физика и астрономия, 1983, 24, № 2, с. 70.
6. Сухоруков А. П., Трофимов В. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 1, с. 12.

Московский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
24 июня 1983 г.

### NONLINEAR DISTORTIONS OF SUPERGAUSSIAN LIGHT BEAMS

*Yu. N. Karamzin, A. P. Sukhorukov, V. A. Trofimov*

Defocusing of supergaussian beams is investigated in nonlinear media. It is shown that amplitudes and phase characteristics of these beams are distorted significantly less than gaussian ones in near field of nonlinear refraction.

---

### Аннотации депонированных статей

#### АЛГОРИТМ ФИЛЬТРАЦИИ ОТКЛИКОВ НА МЕШАЮЩИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ СИГНАЛЫ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ВЕЕРА ДИАГРАММ НАПРАВЛЕННОСТИ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

*В. О. Ягодин*

Предложен алгоритм фильтрации пространственного спектра сигналов для решения задачи режекции мешающих пространственно-локализованных сигналов при параллельном обзоре пространства.

Показано, что в случае  $N$  помех получается решение, обеспечивающее отличие выходного отношения сигнал/помеха от оптимального менее, чем на 1 дБ, одновременно для всех углов прихода сигналов при конечной разрешающей способности режекторного фильтра, и решена задача синтеза режекторного фильтра с максимальным характерным масштабом.

*Статья депонирована в ВИНТИ,  
рег. № 6328—84. Деп. от 20 сентября 1984 г.*

---