

УДК 621.371.537.86

О ВЛИЯНИИ ЛОКАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ИОНОСФЕРЫ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ СНЧ РАДИОВОЛН

А. П. Николаенко

С помощью интегрального уравнения Стрэттона—Чу решена электродинамическая задача о распространении СНЧ радиоволн в неоднородном сферическом промежутке Земля—ионосфера. Влияние локальной неоднородности ионосферы учтено в рамках борновского приближения теории возмущений. Проведен анализ изменения возмущения вертикальной электрической компоненты поля при перемещении неоднородности вдоль линии источник—наблюдатель и поперек трассы распространения. Показано, что локальная неоднородность, расположенная над источником или наблюдателем, может привести к существенному изменению уровня поля по сравнению с однородным резонатором.

Введение. В последние годы появился ряд работ, посвященных влиянию неоднородностей нижней ионосферы на распространение СНЧ радиоволн [1–3], в которых решена скалярная волновая задача для различных моделей неоднородного промежутка Земля—ионосфера. При этом главное внимание уделено влиянию локальных, т. е. малых по сравнению с длиной волны, неоднородностей, таких, как спорадический слой E_s , возмущение нижней ионосферы за счет высыпания солнечных протонов и пр.

Впервые на возможность сильного изменения постоянной распространения СНЧ радиоволн под влиянием таких неоднородностей, не смотря на большую длину волны, обратил внимание Дж. Галезж [4], который показал, что немонотонный вертикальный профиль проводимости нижней ионосферы приводит к резонансному характеру зависимости затухания от частоты. Физически результаты [4] означают, что в окрестности минимума проводимости ионосферы образуется приподнятый СНЧ волновод, сильно связанный с промежутком Земля—ионосфера. Поскольку в ионосферном волноводе велики потери, он оказывается включенным к основному промежутку на «отсос», и вследствие этого на его резонансных частотах наземный наблюдатель обнаружит возрастание затухания СНЧ волн. Следует отметить, что по оценкам [4] наличие приподнятого волновода способно увеличить затухание в несколько раз, от долей $дБ/Мм$ до единиц $дБ/Мм$.

В работах [1–3] рассматривается влияние существенного возмущения постоянной распространения на параметры наблюдаемого поля. Следует отметить, что в указанных исследованиях используются сильно упрощенные модели.

Во-первых, в [1–3] решается не векторная, а скалярная задача, в которой характеристики рассеянного на неоднородности поля одинаковы для любой из его компонент. В действительности же необходимо учитывать явление «деполяризации», когда на неоднородность падает одна компонента электромагнитного поля, а ее энергия рассеивается в другую, кроме того существенную роль может сыграть векторный характер сложения прямой и рассеянных волн.

Во-вторых, в [1-3] использовалась плоская модель промежутка Земля—ионосфера. Пренебрежение кривизной Земли устраняет из рассмотрения кругосветные (т. е. стоячие) волны, а также антиподы наблюдателя и источника, при подходе к которым можно ожидать увеличения эффектов рассеяния. Кроме того, в сферическом резонаторе, вообще говоря, следует иначе трактовать понятие зоны Френеля.

В настоящей работе мы постараемся получить результаты, свободные от указанных недостатков.

Постановка задачи. Рассмотрим распространение СНЧ радиоволны в замкнутой сферической полости между Землей и ионосферой. Будем предполагать, что источник (вертикальный электрический диполь) и наблюдатель расположены на поверхности Земли $r = a$ (см. рис. 1). Ось $\theta = 0$ совместим с источником. Тогда для электрического поля радиоволны можно выписать следующее интегральное соотношение, эквивалентное уравнениям Максвелла [5], которое часто называют формулой Стрэттона—Чу:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}(\mathbf{R}) = & (4\pi)^{-1} \int_V \{ -i\omega\mu \mathbf{j}(\mathbf{R}') G(\mathbf{R} - \mathbf{R}') + \varepsilon^{-1} \rho_s \text{grad} G(\mathbf{R} - \mathbf{R}') \} d\mathbf{R}' - \\
 & (4\pi)^{-1} \int_S \{ -i\omega\mu [\mathbf{nH}(\mathbf{r})] G(\mathbf{R} - \mathbf{r}) + [[\mathbf{nE}(\mathbf{r})] \text{grad} G(\mathbf{R} - \mathbf{r})] + \\
 & + (\mathbf{nE}(\mathbf{r})) \text{grad} G(\mathbf{R} - \mathbf{r}) \} d\mathbf{r}.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Здесь \mathbf{H} и \mathbf{E} — магнитная и электрическая компоненты поля; \mathbf{j} — объемная плотность стороннего электрического тока; μ и ε — магнитная и диэлектрическая проницаемость среды; предполагается зависимость от времени вида $\exp(+i\omega t)$; $G(\mathbf{R})$ — любая функция, имеющая вблизи источника особенность вида $\exp(-ikR)/R$; ρ_s — объемная плотность стороннего заряда; $\mathbf{n} = \mathbf{r}/|\mathbf{r}|$; \mathbf{R} — радиус-вектор точки наблюдения;

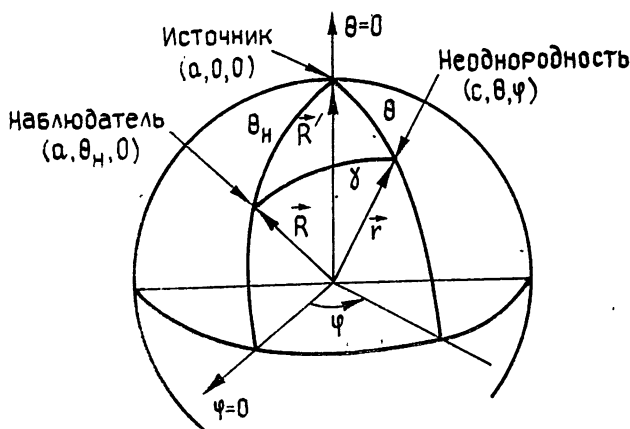


Рис. 1.

\mathbf{R}' — радиус-вектор источника; \mathbf{r} — радиус-вектор рассеивателя (см. рис. 1). В первом слагаемом (1) интегрирование ведется по объему; занятому источниками поля, а во втором — по поверхности раздела воздух—почва и воздух—ионосфера. Первое слагаемое называют прямой волной, а второе — отраженной волной, связанной с фиктивными источниками поля, возникающими на границах раздела.

В качестве функции G можно выбрать функцию Грина любой электродинамической задачи. Однако вычисления станут значительно проще при учете рассматриваемой геометрии, так, например, если удалось «угадать» функцию Грина, то поверхностный интеграл обратится в нуль и поле будет определяться только прямой волной (при этом влияние границ уже учтено в функции Грина).

В настоящей работе мы ограничимся исследованием вертикальной электрической компоненты поля, возбуждаемого точечным вертикальным электрическим диполем: $\mathbf{j}(\mathbf{R}') = \mathbf{n} J ds \delta(r-b) \delta(\theta) \delta(\varphi) / r^2 \sin \theta$. Тогда с точностью до малых членов порядка $k^2(c-a)^2 [1 - \nu(\nu + 1)/k^2 a^2] - (k^2 a^2)^{-1} \approx 10^{-2}$ (см. Приложение) соотношение (1) приводится к виду

$$E_r(\mathbf{R}) = - (i\omega\mu/4\pi) \int_V j_r(\mathbf{R}') G(\mathbf{R} - \mathbf{R}') d\mathbf{R}' - \quad (2)$$

$$- (4\pi)^{-1} \int_S \{E_r(\mathbf{R}' - \mathbf{r}) \text{grad}_r G(\mathbf{R} - \mathbf{r}) - E_\theta(\mathbf{R}' - \mathbf{r}) \text{grad}_\theta G(\mathbf{R} - \mathbf{r})\} d\mathbf{r}.$$

Здесь уместно отметить, что в модели плоского промежутка Земля—ионосфера, возбуждаемого вертикальным электрическим диполем, из формулы Стрэттона—Чу нетрудно получить

$$E_z = - (i\omega\mu/4\pi) \int_V j_z(\mathbf{R}') G(\mathbf{R} - \mathbf{R}') d\mathbf{R}' - \\ - \frac{1}{4\pi} \int_S \{E_z \frac{\partial}{\partial z} (G(\mathbf{R} - \mathbf{r})) - E_r \frac{\partial}{\partial r} (G(\mathbf{R} - \mathbf{r}))\} d\mathbf{r}.$$

Сравнение с соответствующими формулами в [1-3] показывает, что в скалярной задаче одно из слагаемых во втором интеграле оказывается отброшенным, несмотря на то, что оба они одного порядка.

Если поверхность Земли идеально проводящая, что мы будем предполагать в дальнейшем, а в качестве G выбрана функция Грина сферического резонатора с идеальной нижней границей, то можно показать, что поверхность интегрирования представляет собой нижнюю границу ионосферы. В этом случае [6]

$$G = \frac{\pi\nu(\nu+1)}{4(c-a)\omega^2\epsilon\mu} \frac{1}{br} w_\nu(kr, ka) w_\nu(kb, kc) \frac{P_\nu[\cos(\pi - \theta_n)]}{\sin \pi\nu}. \quad (3)$$

Здесь $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$ — волновое число, r — радиус точки наблюдения, a — радиус Земли, c — радиус нижней границы ионосферы, b — радиус источника, θ_n — угловое расстояние источник—наблюдатель, радиальные волновые функции $w_\nu(x, y) = u(x)v'(y) - v(x)u'(y)$, где $u(x) = xh_\nu^{(1)}(x)$ и $v(x) = xh_\nu^{(2)}(x)$ [6], ν — постоянная распространения, определяемая из граничных условий.

Подстановка (3) в (2) позволяет получить для точечного источника с моментом тока $J ds$

$$E_r(\mathbf{R}) = E_1(\mathbf{R}) + E_2(\mathbf{R}), \quad (4)$$

где

$$E_1 = \frac{i\nu(\nu+1)}{4a^2(c-a)\omega\epsilon} \frac{P_\nu[\cos(\pi - \theta_n)]}{\sin \pi\nu} J ds \quad (5)$$

— прямая волна в однородном изотропном резонаторе [7],

$$E_2 = \frac{i\nu(\nu+1)}{32a^2(c-a)\omega^2\epsilon\mu\sin\pi\nu} \oint c^2 \sin\theta d\theta d\varphi \times \\ \times \{E_r(\mathbf{R}' - \mathbf{r}) \text{grad}_r w, P_\nu [\cos(\pi - \gamma)] + \\ + 2iE_\theta(\mathbf{R}' - \mathbf{r}) b^{-1} \partial/\partial\theta P_\nu [\cos(\pi - \gamma)]\} \quad (6)$$

—отраженное от границы однородного резонатора поле, γ —угловое расстояние от текущей точки на границе до наблюдателя, $\cos\gamma = \cos\theta\cos\theta_{II} + \sin\theta\sin\theta_{II}\cos\varphi$.

Подставляя явные выражения для компонент полей однородного резонатора [7], получим для отраженного поля

$$E_2 = \frac{i\nu(\nu+1)J ds [1 - (\nu(\nu+1)/k^2a^2)]}{64a^2(c-a)\omega\epsilon\sin^2\pi\nu} \oint \sin\theta d\theta d\varphi \times \\ \times \{\nu(\nu+1)P_\nu [\cos(\pi - \theta)] P_\nu [\cos(\pi - \gamma)] - \\ - \partial/\partial\theta P_\nu [\cos(\pi - \theta)] \partial/\partial\theta P_\nu [\cos(\pi - \gamma)]\}. \quad (7)$$

Взаимное расположение источника, наблюдателя и текущей точки на границе показано на рис. 1. Воспользовавшись тождеством $\nu(\nu+1) = -(\sin\theta)^{-1}\partial/\partial\theta(\sin\theta\partial/\partial\theta)$ и интегрируя по частям, легко показать, что в однородном резонаторе интеграл (7) обращается в нуль. Следовательно, нам удалось выбрать функцию Грина и компоненты полей так, чтобы в однородном резонаторе для описания поля было достаточно использовать только прямую волну. Это обстоятельство позволяет надеяться, что в неоднородном резонаторе добавка к полю будет определяться поверхностным интегралом, связанным с (7).

Вывод рабочей формулы. Рассмотрим резонатор Земля—ионосфера с неоднородностью. Будем предполагать, что изменяются краевые условия на верхней границе. Физические причины, приводящие к появлению неоднородности, могут быть различными—это могут быть изменения высоты ионосферы, вертикального профиля ионизации, влияние локального разогрева ионосферы и т. д. [1-4]. Для нас существенно то, что моделировать возмущение мы будем с помощью постулируемой зависимости постоянной распространения от угловых координат $\nu = \nu_0 + \Delta\nu$, где ν_0 — постоянная распространения однородного резонатора, а $\Delta\nu(\theta, \varphi)$ описывает возмущение ионосферы.

В линейном приближении теории возмущений (борновское приближение) поле E_r , пришедшее в точку наблюдения в неоднородном промежутке, описывается соотношением (4), причем прямая волна E_1 есть поле однородного резонатора, а рассеянное поле E_2 , возникающее благодаря наличию возмущения, равно*

$$E_2 = \frac{iJ ds}{64a^2(c-a)\omega\epsilon} \iint \sin\theta d\theta d\varphi F(\nu) Q(\nu), \quad (8)$$

где

$$F(\nu) = \frac{\nu(\nu+1)}{\sin\pi\nu} \left[1 - \frac{\nu(\nu+1)}{k^2a^2} \right] \quad (9)$$

и

$$Q(\nu) = \nu(\nu+1)P_\nu [\cos(\pi - \theta)] P_\nu [\cos(\pi - \gamma)] -$$

* В борновском приближении теории возмущений в интегралы в правой части (2) подставляется поле и функция Грина нулевого приближения, т. е. однородного резонатора.

$$-\frac{\partial}{\partial \theta} P_\nu [\cos(\pi - \theta)] \frac{\partial}{\partial \theta} P_\nu [\cos(\pi - \gamma)]. \quad (10)$$

Здесь в отличие от (7) $\nu = \nu_0 + \Delta\nu$. Разлагая $F(\nu)$ и $Q(\nu)$ в ряд по $\Delta\nu$ в окрестности точки $\nu = \nu_0$ и удерживая линейные по $\Delta\nu$ члены, получим

$$E_2 = \frac{iJds}{64a^2(c-a)\omega\epsilon} \iint \sin\theta d\theta d\varphi \Delta\nu(\theta, \varphi) \times \\ \times [Q_1(\nu_0)F(\nu_0) + F_1(\nu_0)Q(\nu_0)]; \quad (11)$$

$$F_1(\nu_0) = \partial/\partial\nu F(\nu)|_{\nu=\nu_0}; \quad (12)$$

$$Q_1(\nu_0) = \partial/\partial\nu Q(\nu)|_{\nu=\nu_0}. \quad (13)$$

При вычислении величин $Q(\nu)$ и $Q_1(\nu)$, входящих в (11), можно использовать представление функций Лежандра в виде рядов зональных гармоник, сходимость которых легко ускоряется [7]:

$$-\frac{\pi}{\sin\pi\nu} P_\nu [\cos(\pi - \theta)] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1) - \nu(\nu+1)} P_n(\cos\theta), \quad (14)$$

откуда

$$-\frac{\pi}{\sin\pi\nu} \frac{\partial}{\partial\nu} P_\nu [\cos(\pi - \theta)] = -\frac{\pi \operatorname{ctg}\pi\nu}{\sin\pi\nu} P_\nu [\cos(\pi - \theta)] + \\ + (2\nu+1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)P_n(\cos\theta)}{[n(n+1) - \nu(\nu+1)]^2}. \quad (15)$$

Соотношения (11)–(15) позволяют получить возмущение поля за счет неоднородности во всей области СНЧ при произвольном расположении наблюдателя и любом малом наперед заданном $\Delta\nu(\theta, \varphi)$.

Ниже мы получим более простые соотношения для поправки к полю E_2 , используя асимптотическую формулу для функций Лежандра [4]:

$$P_\nu [\cos(\pi - \theta)] = \sqrt{2[\pi(\nu+1/2)\sin\theta]}^{-1} \times \quad (16)$$

$$\times \cos[(\nu+1/2)(\pi - \theta) - \pi/4], \quad |\nu| \gg 1, \quad \epsilon_0 < \theta < \pi - \epsilon_0, \quad \epsilon_0 \simeq 1/|\nu|.$$

После подстановки (16) в (13) и выполнения необходимых преобразований, сохраняя старшие по ν члены, получим

$$Q_1 = -\nu(\nu+1)P_\nu [\cos(\pi - \theta)] P_\nu [\cos(\pi - \gamma)] \times \\ \times [(\pi - \theta)T(\nu, \theta) + (\pi - \gamma)T(\nu, \gamma)]; \quad (17)$$

$$Q = \nu(\nu+1)P_\nu [\cos(\pi - \theta)] P_\nu [\cos(\pi - \gamma)] - \quad (18)$$

$$-\frac{\partial}{\partial\theta} P_\nu [\cos(\pi - \theta)] \frac{\partial}{\partial\theta} P_\nu [\cos(\pi - \gamma)];$$

$$F_1(\nu) = -2\pi \operatorname{ctg}\pi\nu F(\nu), \quad (19)$$

где

$$T(\nu, \theta) = \operatorname{tg}[(\nu+1/2)(\pi - \theta) - \pi/4], \quad (20)$$

индекс у ν_0 мы будем в дальнейшем опускать.

Далее ограничимся рассмотрением малых по сравнению с длиной волны неоднородностей. Тогда для относительного возмущения поля можно получить

$$B = \frac{E_2}{E_1} = \frac{-(2\nu + 1)}{16 \sin \pi \nu} \frac{1 - \nu(\nu + 1)(k^2 a^2)^{-1}}{P_\nu[\cos(\pi - \theta_n)]} \Delta \nu(\theta_0, \varphi_0) d^2 \Phi(\theta_0, \gamma_0),$$

$$\Phi(\theta, \gamma) = C(\nu, \gamma) C(\nu, \theta) \{2\pi \operatorname{ctg} \pi \nu + (\pi - \theta) T(\nu, \theta) +$$

$$+ (\pi - \gamma) T(\nu, \gamma) - (\partial \gamma / \partial \theta) [(\pi - \theta) T(\nu, \gamma) + (\pi - \gamma) T(\nu, \theta) -$$

$$- 2\pi \operatorname{ctg} \pi \nu T(\nu, \theta) T(\nu, \gamma)]\} \sqrt{\sin \theta_0 / \sin \gamma_0},$$

$$C(\nu, \theta) = \cos[(\nu + 1/2)(\pi - \theta) - \pi/4].$$
(21)

Здесь предполагается, что $\Delta \nu(\theta, \varphi) = \text{const}$, а область возмущения представляет собой малый круг диаметром d , центр которого имеет координаты θ_0 и φ_0 , γ_0 — угловое расстояние от центра возмущения до наблюдателя. Формула (21) позволяет сравнительно легко получить численные оценки относительного возмущения поля.

Результаты расчетов и их обсуждение. Прежде чем приступить к расчетам, необходимо задаться величинами входящих в (21) параметров. Будем считать, что угловое расстояние источник—наблюдатель $\theta_n = \pi/2$, что соответствует дальности 10 Мм. Зависимость постоянной распространения от частоты $\nu(f)$ будем считать линейной: $\nu = \nu_1 - i\nu_2$, где $\nu_1 = (f-2)/6$ и $\nu_2 = 10^{-2}f$. Такая зависимость согласуется с результатами экспериментов [7]. Для расчетов выберем частоту $f = 62$ Гц. С одной стороны, на такой частоте $|\nu| \gg 1$, и можно пользоваться асимптотикой функции Лежандра и формулой (21), с другой стороны, выбранная нами частота еще не настолько велика, чтобы можно было исключить из рассмотрения кругосветные волны. Кроме того, $f = 62$ Гц находится между значениями частот 45 и 75 Гц, использованными в работах [1-3], что облегчает сопоставление результатов.

На рис. 2 показаны результаты расчетов относительного возмущения поля $|B|$. На вертикальной оси в логарифмическом масштабе отложена величина модуля B в процентах при $|\Delta \nu| = 1$ и $d = 500$ км. По горизонтальной оси отложена дистанция D вдоль трассы перемещения неоднородностей. В правом верхнем углу изображена схема расположения источника, наблюдателя и трасс перемещения неоднородности. Расчеты выполнены для двух трасс, «перпендикулярной» — \perp (сплошная кривая) и «параллельной» — \parallel (штрихпунктирная). Обе трассы начинаются в одной точке $D = 0$, расположенной на малой дуге большого круга, соединяющего источник и приемник, на равном расстоянии от указанных пунктов, т. е. $\bar{D} = 0$ соответствует точке $(c, \pi/4, 0)$. «Параллельная трасса», начинаясь в этой точке, идет вдоль дуги большого круга от источника в сторону наблюдателя, а затем через антипод источника. «Перпендикулярная трасса» проходит по дуге большого круга перпендикулярно линии источник—приемник.

Зависимость $|B|$ от дистанции D_\perp и D_\parallel симметрична, т. е. $|B(D)| = |B(-D)|$, поэтому отрицательные дистанции на рис. 2 не изображены. Как видно из графиков, типичная дистанционная зависимость носит убывающий характер с осцилляциями, что связано с поперечными возмущениями по мере его перемещения то в минимумы, то в максимумы поля.

Осцилляции, наблюдаемые на поперечной трассе, имеют период, близкий к длине волны. Величина возмущения около единиц процентов наблюдается на расстояниях около 10 Мм от трассы распространения, т. е. зона, в которой влияние возмущения оказывается заметным,

охватывает половину земного шара. Следует отметить, что по мере перемещения неоднородности изменяется не только модуль, но и фаза относительного возмущения поля. Поэтому одна и та же неоднородность в зависимости от ее положения может то увеличивать, то уменьшать наблюдаемое поле.

Первый максимум $|B|$ на поперечной трассе практически совпадает с границей первой зоны Френеля, отмеченной вертикальной стрелкой, т. е. с дистанцией, на которой разность $\arg B(D) - \arg B(0) = \pi$. Эта дистанция близка к оценке размера первой зоны Френеля, получаемой в плоской геометрии. Действительно, полуширина первой зоны Френеля в плоской задаче $x = \sqrt{\lambda D_{\parallel}/2} = \sqrt{v_{\phi} D_{\parallel}/4f}$, где $v_{\phi} = 1,2635 c$ — фазовая скорость волны, $D_{\parallel} = 10$ Мм — дистанция источник—приемник. Подстановка численных значений дает величину $x = 3,9$ Мм, что весьма близко к размеру 3,7 Мм, показанному на рис. 2. Такое согласие связано со сравнительно небольшим расстоянием θ_{\parallel} . При увеличении θ_{\parallel} от $\pi/2$ до π размер первой зоны Френеля возрастает и при $\theta_{\parallel} = \pi$ (наблюдатель в антиподе источника) становится бесконечным, это означает, что любая точка на экваторе $\theta = \pi/2$ одинаковым образом возмущает поле.

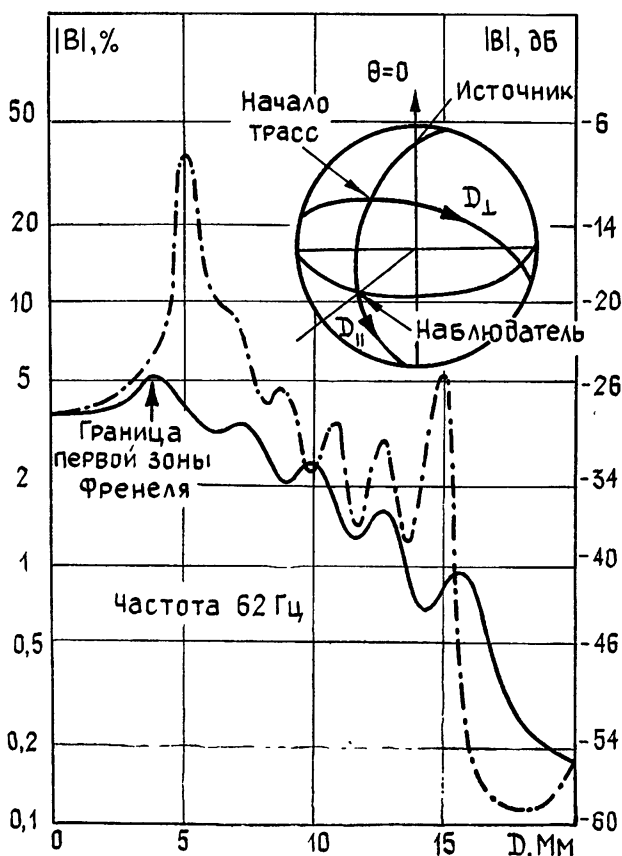


Рис. 2.

Нарастание $|B|$ при изменении D_{\perp} от нуля до границы первой зоны Френеля объясняется тем, что на выбранной частоте 62 Гц угловое расстояние $\theta_0 = \gamma_0 = \pi/4$ ($D_{\perp} = 0$) близко к минимуму падающего на неоднородность поля. На других частотах или при других расстоя-

ниях источник—приемник возможна ситуация, когда $|B|$ при $D_{\perp} = 0$ имеет максимум и убывает при приближении к границе первой зоны Френеля.

Заметим, что на более высоких частотах, где затухание волн настолько велико, что можно пренебречь кругосветной волной, отмеченные нами осцилляции поля исчезнут. Зависимость модуля относительного возмущения от расстояния D станет гладкой и будет описываться убывающей экспонентой. При этом масштаб изменений $|B|$ будет определяться величиной погонной затухания радиоволн ν_2 , в то время как масштаб фазовых изменений будет зависеть от ν_1 .

На продольной трассе D_{\parallel} характер изменений $B(D_{\parallel})$ несколько иной. Эту трассу можно разбить на три участка, где можно наблюдать различное поведение $|B|$. Первый участок, когда возмущение находится между источником и приемником. Здесь относительное возмущение поля монотонно возрастает по мере приближения возмущения от $D_{\parallel} = 0$ к наблюдателю или источнику. Заметим сразу, что соотношение (21) не позволяет выполнить расчеты для возмущения, расположенного вблизи источника, приемника или их антиподов. Соответствующие точки графика $D_{\parallel} = 5$ и 15 Мм рассчитываются отдельно (см. ниже). На втором участке $5 < D_{\parallel} < 15$ Мм возмущение находится за приемником и наблюдается обратное («радиолокационное») рассеяние. Зависимость $|B(D_{\parallel})|$ становится осциллирующей с общей тенденцией к затуханию из-за наличия потерь. Период осцилляций, как и следует ожидать, оказывается близким к $\lambda/2$. На третьем участке ($D_{\parallel} > 15$ Мм) возмущение находится между антиподами наблюдателя и источника, осцилляции пропадают, но величина $|B|$ очень невелика.

Общий вывод, который позволяют сделать результаты расчетов, состоит в следующем. В сферическом промежутке Земля—ионосфера типичным является колебательный характер зависимости величины возмущения от дистанции. Расстояния, на которых влияние локальных возмущений нижней ионосферы оказывается заметным, практически охватывает все полушарие, где расположены источник и наблюдатель.

Следует отметить, что из-за большой длины волны влияние локального возмущения оказывается небольшим, около нескольких процентов, за исключением тех случаев, когда неоднородность расположена над передатчиком или приемником. К рассмотрению этих случаев мы и переходим.

Если неоднородность расположена над антиподом передатчика или приемника, можно пользоваться формулой (21), при условии, что вместо (16) для функции Лежандра соответствующего аргумента использовать значение, равное единице [8].

Дело обстоит несколько сложнее, если возмущение находится над передатчиком или приемником. В этом случае имеет место равенство [8]

$$\lim_{x \rightarrow -1} P_{\nu}(x) = \frac{\sin \pi \nu}{\pi} \left[\ln \frac{1+x}{2} + \bar{\gamma} + 2\psi(\nu+1) + \pi \operatorname{ctg} \pi \nu \right], \quad (22)$$

где $\bar{\gamma} \simeq 0,577$ — постоянная Эйлера, $\psi(z) = d/dz \ln \Gamma(z)$. Используя (22), для относительного возмущения поля можно получить

$$B = -\frac{\nu(\nu+1)}{4} \left[1 - \frac{\nu(\nu+1)}{k^2 a^2} \right] \Delta \nu \frac{\theta_1^2}{2} \left[\ln \frac{\theta_1}{4} + \frac{\bar{\gamma}}{2} + \psi(\nu+1) + \right. \\ \left. + \frac{\pi}{2} \operatorname{ctg} \pi \nu \right] [\pi T(\nu, 0) + (\pi - \theta_{\mu}) T(\nu, \theta_{\mu}) + 2\pi \operatorname{ctg} \pi \nu], \quad (23)$$

где θ_1 — угловой размер зоны, занятой возмущением при $\theta_0 = 0$, для $d = 500$ км $\theta_1 = \pi/80$. В рассматриваемой нами модели $f = 62$ Гц, $|\Delta v| = 1$, $\theta_n = \pi/2$, и соотношение (23) дает величину $|B| \approx 0,4$. Таким образом, в зависимости от аргумента Δv неоднородность ионосферы может привести либо к увеличению поля в 1,4 раза, либо к его уменьшению почти вдвое по сравнению с однородным промежутком Земля—ионосфера. Так, например, если $\arg \Delta v = -0,425$, то наблюдаемое поле упадет на 4,4 дБ, подобно тому, как регистрировалось в экспериментах [9,10]. В этом случае малое по модулю возмущение $\Delta v/v \approx 0,1$ слабо изменяет фазовую скорость и сильно влияет на затухание радиоволн, увеличивая его почти вдвое: $v = 10 - 0,62i$, $v_{\text{возм}} = 10,911 - 1,0324i$. Такие изменения в СНЧ диапазоне могут быть связаны только с образованием приподнятого волновода [4]. Для сравнения с данными работ [1-3] перейдем от постоянной распространения v к комплексному параметру s , определяемому из формулы

$$(ka)^2 s^2 = v(v + 1). \quad (24)$$

Тогда в отсутствие возмущения $s_0 = 1,2685 - i0,0751$, а при наличии возмущения над передатчиком (или приемником), обеспечивающим фединг поля, получим $s_{\text{возм}} = 1,3804 - i0,1249$. Таким образом, $\Delta s = s_{\text{возм}} - s_0 = 0,1117 - i0,0498$. Для сравнения в табл. 1 приведены аналогичные величины, взятые из указанных выше работ.

Таблица 1

Автор и ссылка	Модели		Частота в Гц
	Невозмущенная	Возмущенная	
Папперт [1]	1,4658—0,61032 <i>i</i>	1,0366—1,144 <i>i</i>	75
Филд и Джойнер [2]	1,2—0,08 <i>i</i>	1,75—0,3 <i>i</i>	45
	1,15—0,085 <i>i</i>	1,5—0,25 <i>i</i>	75
Филд и Джойнер [3]	1,2—0,09 <i>i</i>	1,75—0,3 <i>i</i>	45
	1,15—0,085 <i>i</i>	1,5—0,25 <i>i</i>	75
Наша модель	1,2685—0,0751 <i>i</i>	1,3804—0,1249 <i>i</i>	62

Как видно из табл. 1, модели, использованные в [1-3], примерно такие же, что и наша модель. Заметим, что приведенные выше величины возмущений соответствуют скорее не влиянию спорадического слоя E_s , а выпсыпанию солнечных протонов в нижней ионосфере [1-3].

В заключение укажем, что величина относительного возмущения поля, возникающего при расположении неоднородности над наблюдателем (или источником), изменяется не очень сильно при вариациях углового расстояния источник—приемник θ_n , если частоты далеки от резонансных. Кроме того, по однопунктовым наблюдениям поля невозможно указать, где находилась неоднородность, над источником или приемником. Если же измерения выполняются в нескольких разнесенных пунктах одновременно и во всех этих пунктах наблюдаются фединги, то неоднородность находится над источником.

Таким образом, использование формулы Стрэттона—Чу позволяет получить оценки поля в борновском приближении при учете векторного характера электродинамических полей. Распространение радиоволн в замкнутом сферическом промежутке между Землей и ионосферой обладает рядом особенностей, связанных с наличием особых точек, где происходит естественная фокусировка излучений—антиподные эффекты. Наличие локальной неоднородности в ионосфере способно изменить пространственное распределение поля, особенно вблизи антиподов источника. Естественно ожидать, что глобальные неоднородности проме-

жугка, также, как терминатор, поляриная неоднородность и т. д., в ряде случаев могут оказать еще более существенное влияние на наблюдаемое поле, чем локальная неоднородность. Но по нашему мнению это предмет отдельного исследования.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Плотности токов и зарядов связаны между собой уравнением непрерывности, из которого следует:

$$\rho_3 = \frac{i}{\omega} \operatorname{div} \mathbf{j} = \frac{i}{\omega} J ds \frac{\delta'(r-b) \delta(\theta) \delta(\varphi)}{r^2 \sin \theta}. \quad (\text{П.1})$$

В прямой волне, описываемой объемным интегралом, имеется два слагаемых, которые мы обозначим

$$A_1 = - \frac{i\omega\mu}{4\pi} \int_V j_r(\mathbf{R}') G(\mathbf{R} - \mathbf{R}') d\mathbf{R}'; \quad (\text{П.2})$$

$$A_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \rho_3 \operatorname{grad}_r G(\mathbf{R} - \mathbf{R}') d\mathbf{R}'. \quad (\text{П.3})$$

Радиальная компонента градиента в (П.3) вычисляется по координатам наблюдателя. Далее мы покажем, что $|A_2/A_1| \ll 1$.

Подставив в интегралы явные выражения для плотностей токов и зарядов, получим

$$A_1 = -i\omega\mu (4\pi)^{-1} J ds G; \quad (\text{П.4})$$

$$A_2 = iJ ds (4\pi\omega\epsilon)^{-1} \partial/\partial b (\operatorname{grad}_r G). \quad (\text{П.5})$$

Радиальная производная от градиента в (П.5) вычисляется по координатам источника. Воспользовавшись соотношением (3), получим

$$\begin{aligned} \operatorname{grad}_r G &= \frac{\pi\nu(\nu+1)}{4(c-a)\omega^2\epsilon\mu} \frac{\omega_\nu(kb, kc)}{b} \frac{d}{dr} \times \\ &\times \left[\frac{\omega_\nu(kr, ka)}{r} \right] \frac{P_\nu[\cos(\pi - \theta_n)]}{\sin \pi\nu}. \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

Производная от радиальной волновой функции равна

$$d/dr \omega_\nu(kr, ka) = k [u'(x)v'(a) - v'(x)u'(a)], \quad (\text{П.7})$$

где $x = kr$, $a = ka$. Пользуясь малостью $k(r-a) = x-a$ в рассматриваемой области частот, запишем первые два члена разложения Тейлора:

$$u'(x) \simeq u'(a) + (x-a)u''(a). \quad (\text{П.8})$$

Поскольку $u(x)$ и $v(x)$ — решения радиального волнового уравнения

$$u''(x) + [1 - \nu(\nu+1)x^{-2}] u(x) = 0, \quad (\text{П.9})$$

для искомой производной получаем

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{\omega_\nu(kr, ka)}{r} \right] \simeq \frac{\omega_\nu(kr, ka)}{r} \left\{ k^2(r-a) \left[1 - \frac{\nu(\nu+1)}{k^2 r^2} \right] - \frac{1}{r} \right\}. \quad (\text{П.10})$$

Аналогичным образом вычисляется производная по координате источника. Тогда

$$\frac{\partial}{\partial b} [\text{grad}, G] = G \left\{ k^2 (r - a) \left[1 - \frac{\nu(\nu + 1)}{k^2 r^2} \right] - \frac{1}{kr} \right\} \times \quad (\text{П.11})$$

$$\times \left\{ k^2 (b - c) \left[1 - \frac{\nu(\nu + 1)}{k^2 b^2} \right] - \frac{1}{kb} \right\}.$$

Исследуемое отношение оказывается малым по модулю (что и требовалось показать) и равным

$$\frac{A_2}{A_1} = - \left\{ k (r - a) \left[1 - \frac{\nu(\nu + 1)}{k^2 r^2} \right] - \frac{1}{kr} \right\} \times \quad (\text{П.12})$$

$$\times \left\{ k (b - c) \left[1 - \frac{\nu(\nu + 1)}{k^2 b^2} \right] - \frac{1}{kb} \right\} \approx$$

$$\approx k^2 (c - a)^2 \left[1 - \frac{\nu(\nu + 1)}{k^2 a^2} \right]^2 - \frac{1}{k^2 a^2}.$$

Например, на частоте 62 Гц при $c - a = 60$ км $|A_2/A_1| \approx (k^2 a^2)^{-1} = 0,01$.

Таким образом, слагаемое, пропорциональное ρ_3 , в объемном интеграле можно отбросить. В некоторых частотных областях отношение A_2/A_1 может оказаться немалым. Во-первых, для «низких» частот, когда $ka < 1$, т. е. для частот ниже основной частоты глобального резонатора Земля—ионосфера, равной 8 Гц, [7]; во-вторых, для «высоких» частот, когда $k(c - a) > 1$, т. е. частот выше первой резонансной частоты «поперечных» колебаний промежутка Земля—ионосфера, равной примерно 2 кГц. Предложенный подход можно использовать при решении задач о распространении радиоволн с частотами от десятков до сотен герц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pappert R. A. — J. Atm. Terr. Prys., 1981, 42, p. 417.
2. Field E. C., Joiner R. G. — Radio Sci., 1979, 14, № 6, p. 1057.
3. Field E. C., Joiner R. G. — Radio Sci., 1982, 17, № 3, p. 693.
4. Galejs J. Terrestrial propagation of long electromagnetic waves, Pergamon Press, 1972.
5. Страттон Дж. А. Теория электромагнетизма. — М.—Л.: Гостехиздат, 1948.
6. Wait J. R. Electromagnetic waves in stratified media. McMillan, N.-Y., 1962.
7. Блюх П. В., Николаенко А. П., Филиппов Ю. Ф. Глобальные электромагнитные резонансы в полости Земля—ионосфера. — Киев: Наукова Думка, 1977.
8. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Гипергеометрическая функция, функции Лежандра. — М.: Наука, 1965.
9. Vannister P. — Radio Sci., 1979, 14, № 1, p. 103.
10. Vannister P. — Radio Sci., 1982, 17, № 3, p. 627.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
3 января 1983 г.
В окончательном варианте
28 февраля 1984.

ON THE EFFECT OF LOCAL IONOSPHERIC DISTURBANCE ON THE ELF RADIO WAVE PROPAGATION

A. P. Nikolaenko

By the technique of Stratton—Chu integral equation an electrodynamic problem of ELF radio wave propagation in non-uniform spherical Earth—ionosphere cavity is solved. The effect of local ionospheric disturbance is included in the Born approximation of perturbation theory method. Changes of vertical electric field component are studied in detail with the non-uniformity positioned along the source-observer line and across the propagation path. It is shown that the local disturbance can essentially modify field level in the respect to the uniform cavity.