ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVI, № 9 РАДИОФИЗИКА 1983

УДК 538.566.2

ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНО И НЕСТАЦИОНАРНО ДВИЖУЩИХСЯ СРЕДАХ

В. А. Давыдов

Построена теория возмущений для расчета энергии излучения в медленно движущейся среде, скорость которой является функцией координат и времени. Полученные формулы применены для исследования переходного излучения на размытой границе движущейся и неподвижной сред, а также излучения неподвижного заряда в неравномерно движущейся среде.

1. Вопросам электродинамики движущихся сред посвящено огромное число работ (см. [1] и указанную там литературу). В подавляющем большинстве они посвящены рассмотрению электромагнитных процессов в равномерно движущихся средах (либо в безграничных, либо в средах с резкими границами). В работе [2] рассмотрено распространение волн в неоднородно и медленно движущейся среде при градиенте скорости, перпендикулярном направлению движения. В [3] исследовались электромагнитные волны в неоднородно и медленно движущейся изотропной плазме. Однако распространение и, в особенности, излучение электромагнитных волн в неоднородно и неравномерно движущихся средах исследовано весьма мало. В настоящей работе мы построим аппарат, позволяющий сравнительно легко рассчитывать энергию излучения источников электрического и магнитного полей, покоящихся или движущихся в среде, скорость которой V меняется в пространстве или во времени $(V \ll c)$.

Уравнения Максвелла в движущихся средах сохраняют свой формальный вид. Запишем материальные соотношения Минковского для медленно движущихся сред (магнитную проницаемость считаем равной единице):

$$\begin{gathered} \boldsymbol{D}(\boldsymbol{r}, t) = \varepsilon \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) + (\varkappa/c)\,[\boldsymbol{V}(\boldsymbol{r}, t)\,\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}, t)], \\ \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}, t) + (\varkappa/c)\,[\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)\,\boldsymbol{V}(\boldsymbol{r}, t)], \end{gathered} \tag{1}$$

где $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{B}$ — соответственно электрическая и магнитная индукции, $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$ — напряженности электрического и магнитного полей, $\varkappa = \varepsilon - 1$, ε — диэлектрическая проницаемость в системе покоя среды [4]. Условия применимости соотношений (1) для неоднородно и нестационарно движущихся сред исследовались в [5], где показано, что при дипольной аппроксимации свойств частиц среды соотношения (1) имеют место. Из уравнений Максвелла с учетом (1) можно получить обобщение теоремы Пойнтинга на случай медленно движущихся сред:

$$\begin{gathered} (c/4\pi)\operatorname{div}[\boldsymbol{EH}] + \boldsymbol{jE} + (\partial/\partial t)\{(1/8\pi)(\varepsilon E^2 + H^2) + (\varkappa/4\pi c)\times \\ \times(\boldsymbol{V}[\boldsymbol{HE}])\} + (\varkappa/4\pi c)((\partial \boldsymbol{V}/\partial t)[\boldsymbol{HE}]) = 0. \end{gathered} \tag{2}$$

Уравнение (2) допускает следующую интерпретацию — в неравномерно движущейся среде (скорость $\boldsymbol{V}$ которой меняется во времени) изменение плотности энергии электромагнитного поля (которая в каждый момент времени описывается выражением, стоящим под знаком производной в третьем слагаемом (2)) может происходить не только за счет излучения или работы поля над токами (первое и второе слагаемые в (2) соответственно), но и за счет плотности энергии, выделяющейся или поглощающейся в среде из-за действия «внешней силы», заставляющей среду двигаться неравномерно (четвертое слагаемое в (2)). Таким образом, в неравномерно движущейся среде открывается новый канал, по которому энергия может притекать и утекать от системы. В указанном смысле неравномерно движущаяся среда сродни нестационарной среде, диэлектрическая проницаемость которой меняется во времени. Энергообмен между электромагнитным полем и нестационарной средой исследовался во многих работах, например, в [6] (см. также [7] и цитируемую там литературу). Запишем плотность энергии электромагнитного поля:

$$W = (1/8\pi)(\varepsilon E^2 + H) + (\varkappa/4\pi c)(V(\boldsymbol{r}, t)\,[\boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{E}]). \tag{3}$$

Если $V \ll c$, второе слагаемое в (3) можно рассматривать как возмущение и строить теорию возмущений на основе гамильтониана

$$H_1 = \frac{\varkappa}{4\pi c}\int (V(\boldsymbol{r}, t)\,[\boldsymbol{H}\boldsymbol{E}])\,d\boldsymbol{r}, \tag{4}$$

описывающего «взаимодействие» между электромагнитным полем и неоднородно и нестационарно медленно движущейся средой. Поля $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ могут быть представлены в виде

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}^q + \boldsymbol{E}^R, \quad \boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}^q + \boldsymbol{H}^R,$$

где $\boldsymbol{E}^q$, $\boldsymbol{H}^q$ — соответственно электрическое и магнитное поля, созданные внешними зарядами и токами, $\boldsymbol{E}^R$, $\boldsymbol{H}^R$ — электрическое и магнитное поля излучения, которые описываются следующими выражениями:

$$\begin{gathered}\boldsymbol{E}^R = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{A}^R}{\partial t} = \sum_{\boldsymbol{k},\lambda} i\left(\frac{2\pi\hbar\omega}{\varepsilon}\right)^{1/2} \boldsymbol{e}^\lambda\,[a_{\boldsymbol{k}\lambda}\exp[i(\boldsymbol{k}\boldsymbol{r} - \\ - \omega t)] - a^+_{\boldsymbol{k}\lambda}\exp[-i(\boldsymbol{k}\boldsymbol{r} - \omega t)]], \\ \boldsymbol{H}^R = \operatorname{rot}\boldsymbol{A}^R = \sum_{\boldsymbol{k},\lambda} i\,(2\pi\hbar\omega)^{1/2}\,[\boldsymbol{n}\boldsymbol{e}^\lambda]\,[a_{\boldsymbol{k}\lambda}\exp[i(\boldsymbol{k}\boldsymbol{r} - \omega t)] - \\ - a^+_{\boldsymbol{k}\lambda}\exp[-i(\boldsymbol{k}\boldsymbol{r} - \omega t)]],\end{gathered} \tag{5}$$

где $\boldsymbol{A}^R$ — вектор-потенциал поля излучения, $\boldsymbol{e}^\lambda$ — единичный вектор поляризации, $a^+_{\boldsymbol{k}\lambda}$ и $a_{\boldsymbol{k},\lambda}$ — соответственно операторы рождения и уничтожения фотона с волновым вектором $\boldsymbol{k}$ и поляризацией λ, $\boldsymbol{n} = \boldsymbol{k}/k$, $\omega = kc/\sqrt{\varepsilon}$; суммирование в (5) производится по всем возможным значениям $\boldsymbol{k}$, λ. Из (4) следует, что плотность гамильтониана имеет вид

$$W_1 = (\varkappa/4\pi c)\{(V\,[\boldsymbol{H}^q\boldsymbol{E}^q]) + (V\,[\boldsymbol{H}^R\boldsymbol{E}^R]) + (V([\boldsymbol{H}^q\boldsymbol{E}^R] + [\boldsymbol{H}^R\boldsymbol{E}^q]))\}. \tag{6}$$

Первое слагаемое в (6) определяет изменение энергии «внешнего» поля, второе слагаемое, которое содержит билинейные комбинации операторов a^+ и a, ответственно за уничтожение и рождение пар фотонов, а также за рассеяние света областями с неоднородно и нестационарно движущейся средой; последнее же слагаемое в (6) определяет излучение и поглощение электромагнитных волн в поле зарядов и токов. Именно это слагаемое, интеграл от которого по всему пространству мы в дальнейшем обозначим через H_1, будет интересовать нас в настоящей работе. Матрица рассеяния в первом порядке теории возмущений имеет вид

$$S^{(1)} = -\frac{i}{\hbar}\int dt H_1 = -\frac{i\varkappa}{4\pi c\hbar}\int dr\, dt\, (V([H^q E^R] + [H^R E^q])). \qquad (7)$$

Разложим $V(r, t)$, $H^q(r, t)$, $E^q(r, t)$ в интегралы Фурье вида

$$V(r, t) = \int dk_1\, d\omega_1\, V(k_1\omega_1) \exp[i(k_1 r - \omega_1 t)] \qquad (8)$$

(разложение для $H^q(r, t)$ и $E^q(r, t)$ аналогично). Из (5), (7), (8) следует, что матричный элемент, отвечающий излучению фотона с волновым вектором k, частотой $\omega = kc/\sqrt{\varepsilon}$ и поляризацией λ, описывается следующим выражением:

$$\langle k, \omega, \lambda | S^{(1)} | 0\rangle = -\frac{\varkappa\omega^{1/2}(2\pi)^4}{(8\pi\hbar c^2\varepsilon)^{1/2}}\int dk_1\, d\omega_1\, (V(k - k_1, \omega - \omega_1) \times$$
$$\times ([H^q(k_1\omega_1) e^\lambda] + \sqrt{\varepsilon}[[ne^\lambda] E^q(k_1\omega_1)])). \qquad (9)$$

Для того чтобы получить выражение для энергии излучения в интервал d^3k, нужно умножить квадрат модуля (9) (вероятность излучения) на $\hbar\omega d^3k/(2\pi)^3$. Имеем

$$W_{k,\lambda} d^3k = \frac{\varkappa^2\omega^2(2\pi)^4}{4c^2\varepsilon}\left|\int dk_1\, d\omega_1\, (V(k - k_1, \omega - \omega_1) \times\right.$$
$$\left.\times ([H^q(k_1\omega_1) e^\lambda] + \sqrt{\varepsilon}[[ne^\lambda] E^q(k_1\omega_1)]))\right|^2 d^3k. \qquad (10)$$

Формула (10) дает общее выражение для энергии излучения в первом порядке теории возмущений. Высшие порядки по V/c теории возмущений, построенной на основе гамильтониана H_1, едва ли имеет смысл вычислять. Действительно, выражение для H_1 следует из материальных соотношений (1), которые сами следуют из общих материальных соотношений Минковского в приближении $V \ll c$. Постоянная Планка $\hbar$ из окончательного выражения исчезает, и результат, как и следовало ожидать, получается чисто классическим. Формула (10) может быть получена и классически на основе решения уравнений Максвелла. Однако условием применимости «классической» теории возмущений является $V \ll c$, а не

$$\left|\frac{\varkappa}{4\pi c}\int (V[HE])\, dr\right| \ll \frac{1}{8\pi}\int dr\, (\varepsilon E^2 + H^2). \qquad (11)$$

Условие (11), будучи интегральным, является более общим, чем условие $V \ll c$. Отметим, что формула, аналогичная (10), для энергии излучения в неоднородной и нестационарной среде получена в [8].

2. Применим теперь полученные общие формулы для расчета переходного излучения заряда на размытой границе движущейся и неподвижной сред. Пусть скорость среды меняется по следующему закону:

$$V = V_0 e^{\alpha z}/(1 + e^{\alpha z}). \qquad (12)$$

При $z \to -\infty$ $V = 0$; при $z \to +\infty$ $V = V_0$. Таким образом, формула (12) описывает размытую границу двух сред (неподвижной и движущейся со скоростью V_0), расположенную перпендикулярно оси z, причем возрастание скорости от нуля до V_0 происходит плавно на характерном расстоянии $L=1/\alpha$. Закон зависимости скорости от координаты (12) удобен еще и тем, что фурье-образ $V(\boldsymbol{r}, t)$ при этом удается без особого труда вычислить в элементарных функциях:

$$V(\boldsymbol{k}_1, \omega_1) = -\frac{iV_0}{2\alpha}\frac{\delta(k_{1x})\,\delta(k_{1y})\,\delta(\omega_1)}{\operatorname{sh}(\pi k_{1z}/\alpha)}. \tag{13}$$

Пусть размытую границу (12) пересекает точечный заряд q, равномерно движущийся вдоль оси z со скоростью $\boldsymbol{u}$. Фурье-компоненты электрического и магнитного полей движущегося заряда равны

$$\begin{gathered} E^q(\boldsymbol{k}_1, \omega_1) = i\frac{4\pi q}{(2\pi)^3}\frac{\delta(\omega_1 - \boldsymbol{k}_1\boldsymbol{u})}{k_1^2 - \varepsilon\omega_1^2/c^2}\left(\frac{\omega_1\boldsymbol{u}}{c^2} - \frac{\boldsymbol{k}_1}{\varepsilon}\right), \\ H^q(\boldsymbol{k}_1, \omega_1) = \frac{i4\pi q}{(2\pi)^3 c}\frac{[\boldsymbol{k}_1\boldsymbol{u}]\,\delta(\omega_1 - \boldsymbol{k}_1\boldsymbol{u})}{k_1^2 - \varepsilon\omega_1^2/c^2}. \end{gathered} \tag{14}$$

Подставив (13), (14) в (10), получим выражение для спектрального и углового распределения энергии переходного излучения:

$$\begin{gathered} W_{\boldsymbol{k},\lambda}\, d^3k = \frac{q^2\varkappa^2\omega^2u^2d^3k}{4c^2\varepsilon\alpha^2\operatorname{sh}^2(\pi(k_z - \omega/u)/\alpha)(\omega^2 - k_z^2u^2)^2}\times \\ \times\left|\left(V_0\left\{\left[\frac{[\boldsymbol{k}_1\boldsymbol{u}]}{c}\,\boldsymbol{e}^\lambda\right] + \sqrt{\varepsilon}\left[[\boldsymbol{n}\boldsymbol{e}^\lambda]\left(\frac{\omega\boldsymbol{u}}{c^2} - \frac{\boldsymbol{k}_1}{\varepsilon}\right)\right]\right\}\right)\right|^2, \end{gathered} \tag{15}$$

где $\boldsymbol{k}_1 = (k_x, k_y, \omega/u)$.

Рассмотрим подробнее частный случай, когда скорость среды направлена вдоль границы. Выберем ось x параллельно вектору $\boldsymbol{V}_0$. Тогда из (15) получим

$$\begin{gathered} W_{\boldsymbol{k},\lambda}\, d^3k = \frac{q^2\varkappa^2\omega^2u^2V_0^2\,d^3k}{4c^2\varepsilon\alpha^2\operatorname{sh}^2(\pi(k_z - \omega/u)\,\alpha^{-1})(\omega^2 - k_z^2u^2)^2}\times \\ \times\left\{\frac{2k_xue_z^\lambda}{c} - \frac{e_x^\lambda uk_z}{c} - \frac{k_xe_z^\lambda(\omega/u - k_z)}{k\sqrt{\varepsilon}} + \frac{e_x^\lambda}{k\sqrt{\varepsilon}}\left(k^2 + k_z\left(\frac{\omega}{u} - k_z\right)\right)\right\}^2. \end{gathered} \tag{16}$$

Выражение, стоящее в фигурных скобках, определяет, помимо всего прочего, поляризацию излучения. Она оказывается линейной. Однако в отличие от переходного излучения на границе раздела двух покоящихся диэлектриков, когда излучаются волны, поляризованные в плоскости, образованной вектором $\boldsymbol{k}$ и осью z ($\lambda=1$), имеется еще проекция вектора поляризации на направление, перпендикулярное этой плоскости. Это связано с тем, что в данной задаче имеются два выделенных направления — ось z и вектор V_0. Рассмотрим отдельно излучение этих двух поляризаций. Введем сферическую систему координат с осью z и полярным и азимутальными углами θ и φ.

а) $\lambda=1$. Вектор поляризации лежит в плоскости, образованной векторами $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{u}$. При этом

$$\begin{gathered} k_z = k\cos\theta, \quad k_x = k\sin\theta\cos\varphi, \\ e_z^1 = -\sin\theta, \quad e_x^1 = \cos\theta\cos\varphi. \end{gathered} \tag{17}$$

Из (16) следует выражение для энергии излучения волн данной поляризации:

$$W_{\omega 1}\, d\omega d\theta d\varphi = \tag{18}$$
$$= \frac{q^2 \varkappa^2 V_0^2 \omega^2 \cos^2\varphi \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\varepsilon(1+\sin^2\theta)\right)^2 \sin\theta\, d\omega d\theta d\varphi}{4\sqrt{\varepsilon}\, c^5 \alpha^2 \operatorname{sh}^2\left[\frac{\pi\omega}{\alpha u}\left(1 - \frac{u}{c}\sqrt{\varepsilon}\cos\theta\right)\right]\left[1 - \frac{u^2}{c^2}\varepsilon\cos^2\theta\right]^2}.$$

б) $\lambda=2$. Вектор поляризации перпендикулярен плоскости, образованной векторами $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{u}$. При этом

$$e_z^2 = 0, \quad e_x^2 = \sin\varphi. \tag{19}$$

Энергия излучения равна

$$W_{\omega 2}\, d\omega d\theta d\varphi = \tag{20}$$
$$= \frac{q^2 \varkappa^2 V_0^2 \omega^2 \sin^2\varphi \left(\cos\theta\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\varepsilon\right) + \sin^2\theta\, \frac{u}{c}\sqrt{\varepsilon}\right)^2 \sin\theta\, d\omega d\theta d\varphi}{4\sqrt{\varepsilon}\, c^5 \alpha^2 \operatorname{sh}^2\left[\frac{\pi\omega}{\alpha u}\left(1 - \frac{u}{c}\sqrt{\varepsilon}\cos\theta\right)\right]\left[1 - \frac{u^2}{c^2}\varepsilon\cos^2\theta\right]^2}.$$

Рассмотрим излучение таких частот, при которых аргумент гиперболического синуса в (18), (20) много меньше единицы. Раскладывая его в ряд и оставляя первые два члена разложения, получим для энергии излучения следующие выражения:

$$W_{\omega\,1,2} = W^0_{\omega\,1,2}\left(1 - \frac{\pi^2}{3}\,\frac{L^2}{L_f^2}\right), \tag{21}$$

где $L_f = u[\omega(1-(u/c)\sqrt{\varepsilon}\cos\theta)]^{-1}$ — длина формирования излучения, $W^0_{\omega\,1,2}$ — соответственно энергии переходного излучения поляризации $\lambda=1,2$ на резкой границе неподвижной и медленно движущейся сред, причем

$$W^0_{\omega 1} = \frac{q^2\varkappa^2 V_0^2 u^2 \cos^2\varphi \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\varepsilon(1+\sin^2\theta)\right)^2 \sin\theta}{4\pi^2 c^5 \sqrt{\varepsilon}\left(1 - \frac{u}{c}\sqrt{\varepsilon}\cos\theta\right)^2\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\varepsilon\cos^2\theta\right)^2},$$
$$W^0_{\omega 2} = \frac{q^2\varkappa^2 V_0^2 u^2 \sin^2\varphi \left(\cos\theta\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\varepsilon\right) + \sin^2\theta\,\frac{u}{c}\sqrt{\varepsilon}\right)^2 \sin\theta}{4\pi^2 c^5 \sqrt{\varepsilon}\left(1 - \frac{u}{c}\sqrt{\varepsilon}\cos\theta\right)^2\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\varepsilon\cos^2\theta\right)^2}. \tag{22}$$

Таким образом, границу раздела между неподвижной и медленно движущейся средой можно считать резкой для таких излученных частот, для которых характерная ширина размытия границы много меньше длины формирования излучения. Если $L \gg L_f$, энергия излучения экспоненциально мала.

3. Рассмотрим теперь излучение неподвижного заряда в неравномерно движущейся среде. Пусть неподвижный заряд q находится в начале координат в среде, скорость которой является функцией времени:

$V = V(t)$. Фурье-компонента напряженности электрического поля неподвижного заряда равна

$$E^q(\boldsymbol{k}_1, \omega_1) = -i \frac{4\pi q \boldsymbol{k}_1}{(2\pi)^3 \varepsilon(0) k^2} \delta(\omega_1), \tag{23}$$

где $\varepsilon(0)$ — статическое значение диэлектрической проницаемости. Напряженность магнитного поля H^q равна нулю. Фурье-образ скорости среды имеет вид

$$V(\boldsymbol{k}_1, \omega_1) = \delta(\boldsymbol{k}_1) V(\omega_1), \tag{24}$$

где

$$V(\omega_1) = 2\pi^{-1} \int V(t) e^{i\omega_1 t} dt.$$

Подстановка (23), (24) в общую формулу (10) приводит к выражению для энергии излучения

$$W_\omega d\omega d\Omega = \frac{q^2 \varkappa^2 \omega^2 (V(\omega) e^\lambda)|^2 \sqrt{\varepsilon(\omega)}\, d\omega d\Omega}{c^3 \varepsilon^2(0)}. \tag{25}$$

Если скорость среды меняет свою величину во времени, не меняя направления, т. е. $V(t) = (0, 0, V(t))$ (ось z мы выберем по направлению скорости), то выражение для энергии излучения неподвижного заряда приобретает вид

$$W_\omega d\omega d\theta = \frac{q^2 \varkappa^2 2\pi \sqrt{\varepsilon(\omega)} |\omega V(\omega)|^2 \sin^3\theta\, d\omega d\theta}{c^3 \varepsilon^2(0)}. \tag{26}$$

Излучение поляризовано в плоскости, образованной векторами $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{V}(t)$. Излучение неподвижного заряда в медленно нестационарно движущейся среде по своим спектральным и угловым характеристикам весьма напоминает дипольное излучение неравномерно движущегося заряда в покоящейся среде. Действительно, величина $\omega V(\omega)$, стоящая в (26) под знаком модуля, есть не что иное, как фурье-образ ускорения среды, а угловой множитель $\sin^3\theta$ также характерен для дипольного излучения.

Пусть среда плавно меняет свою скорость от нуля до V_0. Закон зависимости скорости среды от времени удобно выбрать в следующем виде:

$$V(t) = V_0 e^{t/T} / (1 + e^{t/T}), \tag{27}$$

где T — характерное время изменения скорости от нуля до V_0. Фурье-образ $V(\omega)$ имеет вид

$$V(\omega) = -iTV_0 / 2\,\mathrm{sh}(\pi\omega T). \tag{28}$$

Подстановка (28) в (26) приводит к выражению для спектрального и углового распределения энергии излучения:

$$W_\omega d\omega d\theta = \frac{q^2 \varkappa^2 V_0^2 \pi \omega^2 T^2 \sin^3\theta \sqrt{\varepsilon(\omega)}\, d\omega d\theta}{2c^3 \varepsilon^2(0)\, \mathrm{sh}^2(\pi\omega T)}. \tag{29}$$

Если $\omega T \ll 1$, приходим к формуле для энергии излучения при мгновенном изменении скорости среды от нуля до V_0:

$$W_\omega^0 d\omega d\theta = \frac{q^2 \varkappa^2 V_0^2 \sin^3\theta \sqrt{\varepsilon(\omega)}\, d\omega d\theta}{2\pi c^3 \varepsilon^2(0)}. \tag{30}$$

Если $\omega T \gg 1$, энергия излучения экспоненциально мала.

В заключение рассмотрим случай излучения неподвижного заряда в среде, скорость которой зависит от времени по гармоническому закону:

$$V(t) = V_0 \cos \omega_0 t. \tag{31}$$

Фурье-образ скорости при этом равен $(\omega + \omega_0 > 0)$

$$V(\omega) = (V_0/2)\delta(\omega - \omega_0). \tag{32}$$

Излучение неподвижного заряда в этом случае монохроматично и происходит на частоте ω_0. Подставляя (32) в (26) и интегрируя по частоте, получим угловое распределение мощности излучения

$$P_\theta d\theta = \frac{q^2 \varkappa^2 V_0^2 \omega_0^2 \sqrt{\varepsilon(\omega_0)} \sin^3 \theta d\theta}{4c^3 \varepsilon^2(0)}. \tag{33}$$

Интегрируя (33) по полярному углу θ, получим полную мощность

$$P = \frac{q^2 \varkappa^2 V_0^2 \omega_0^2 \sqrt{\varepsilon(\omega_0)}}{3c^3 \varepsilon^2(0)}. \tag{34}$$

Автор благодарит Б. М. Болотовского и С. Н. Столярова за ценные обсуждения и интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1 Болотовский Б. М., Столяров С. Н. Эйнштейновский сборник — 1974.— М.: Наука, 1976, с. 179.
2. Гавриленко В. Г., Лупанов Г. А.— Изв. вузов — Радиофизика, 1970, 13, № 9, с. 1350.
3. Гавриленко В. Г., Лупанов Г. А., Степанов Н. С.— Изв. вузов — Радиофизика, 1972, 15, № 2, с. 183
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред.— М.: Наука, 1982, § 76.
5. Kaufman A. N.—Ann. Phys., 1962, 18, № 2, p. 264.
6. Аверков С. И., Островский Л. А.— Изв. вузов — Радиофизика, 1958, 1, № 4, с. 46.
7. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред.— М.: Наука, 1980.
8. Давыдов В. А.— ЖЭТФ, 1981, 80, с. 859.

Московский государственный университет

Поступила в редакцию 25 октября 1982 г.

RADIATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN INHOMOGENEOUSLY AND NONSTATIONARY MOVING MEDIA

V. A. Davydov

A perturbation theory is developed for calculation of the energy radiated in slowly moving medium, whose velocity is a function of coordinates and time. The obtained expressions are employed for investigation of the transition radiation on a diffuse interface of moving and immovable media and of the radiation of motionless charge in nonuniformly moving medium.