

УДК 538.3

РЕЗОНАНСНАЯ ТРАНСФОРМАЦИЯ МОД В СВЕРХРАЗМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

C. A. Малыгин, В. Г. Павельев, Ш. Е. Цимринг

Эффекты трансформации волн в резонансных объемах, образованных расширением сверхразмерных волноводов, исследуются на основе двух методов — нового варианта уравнений метода поперечных сечений и метода собственных векторных функций. Приводятся результаты численного исследования резонансной трансформации мод как для случая, когда аксиально-симметричный резонансный объем является общим для взаимодействующих мод, так и при преимущественной локализации последних в разных объемах (связанные резонаторы с трансформацией мод). Показано, что оба метода дают равноценные результаты, но простота уравнений метода поперечных сечений делает его предпочтительным, особенно при анализе систем с несимметричными модами.

1. Известно, что при образовании критических сечений в неоднородных сверхразмерных волноводах возрастают не только отражения, но также и взаимная трансформация волн (см., например, [1–4]). Представляет интерес рассмотрение взаимной трансформации резонансных мод, волновые поля которых преимущественно локализованы в некоторых объемах неоднородного волновода. В этих случаях эффекты трансформации особенно интенсивны и могут иметь практическое значение [5]. В статье кратко описываются использованные методы анализа. Приводятся результаты исследования резонансной трансформации как для случаев, когда аксиально-симметричный объем является общим для взаимодействующих мод, так и при преимущественной локализации последних в разных объемах (связанные резонаторы с трансформацией мод).

2. Использовались два метода анализа. Первый основан на разложении искомого поля по полям в регулярных волноводах сравнения [1]:

$$\mathbf{E}_{\perp}(r, z) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^{N_H} F_j(z) \mathbf{E}_{j\perp}^{(H)}(r, z) - i \sum_{t=1}^{N_E} \frac{1}{h_t(z)} \mathcal{E}_t(z) \mathbf{E}_{t\perp}^{(E)}(r, z), \quad (1)$$

$$\mathbf{H}_{\perp}(r, z) = -i \sum_{j=1}^{N_H} \frac{1}{h_j(z)} \mathbf{H}_j(z) \mathbf{H}'_{j\perp}^{(H)}(r, z) + \frac{1}{k} \sum_{t=1}^{N_E} G_t(z) \mathbf{H}'_{t\perp}^{(E)}(r, z),$$

где $\mathbf{E}_{j\perp}^{(H)}$, $\mathbf{E}_{t\perp}^{(E)}$, $\mathbf{H}_{j\perp}^{(H)}$, $\mathbf{H}'_{t\perp}^{(E)}$ — электрические и магнитные поля в регулярных волноводах сравнения, F_j , H_j , h_j — соответственно амплитудные коэффициенты и постоянная распространения для j -й H -волны волновода сравнения. Аналогичный смысл имеют \mathcal{E}_t , G_t , h_t для t -й E -волны; N_H , N_E — числа учитываемых магнитных и электрических волн соответственно, k — волновое число. Система дифференциальных уравнений для искомых коэффициентов F_j , H_j , \mathcal{E}_t , G_t имеет вид

$$\frac{dF_j}{dz} = kH_j - \sum_{m=1}^{N_H} A_{jm} F_m, \quad \frac{dH_j}{dz} = -\frac{h_t^2}{k} F_j + \sum_{m=1}^{N_H} A_{mj} H_m - i \sum_{n=1}^{N_E} C_{jn} G_n, \quad (2)$$

$$\frac{dG_t}{dz} = kE_t + \sum_{n=1}^{N_E} B_{nt} G_n, \quad \frac{dE_t}{dz} = -\frac{h_t^2}{k} G_t + i \sum_{m=1}^{N_H} C_{mt} F_m - \sum_{n=1}^{N_E} B_{nt} E_n.$$

Коэффициенты связи A_{jm} , B_{nt} , C_{mt} приведены в [6].

Второй метод, предложенный Кисунько и получивший дальнейшее развитие в [2], основывается на разложении поля в неоднородном волноводе по полной системе собственных векторных функций

$$E(r, z) = \sum_{n=1}^{N_E} [U_{n\parallel}(z) E_{n\parallel}(r, z) + U_{n\perp} E_{n\perp}(r, z)] + \quad (3)$$

$$+ \sum_{m=1}^{N_H} U_{m\perp}(z) E_{m\perp}(r, z) = \sum_a U_a(z) E_a(r, z),$$

$$a = n\parallel, \quad n\perp, \quad m\perp;$$

$$H(r, z) = \sum_{n=1}^{N_E} I_{n\perp}(z) H_{n\perp}(r, z) + \sum_{m=1}^{N_H} |I_{m\parallel}(z) H_{m\parallel}(r, z)| + \quad (4)$$

$$+ I_{m\perp}(z) H_{m\perp}(r, z) = \sum_b I_b(z) H_b(r, z), \quad b = m\parallel, \quad m\perp, \quad n\perp.$$

Векторные функции E_a и H_b удовлетворяют граничным условиям на боковой поверхности нерегулярного волновода $[E_a N] = 0$, $(H_b N) = 0$ (N — внешняя нормаль к боковой поверхности нерегулярного волновода) и выражаются через мембранные функции мгновенного попечного сечения волновода (см. [2], с. 46).

Амплитудные коэффициенты U_a и I_b удовлетворяют системе дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} - \sum_b V_{a,b} \frac{dI_b}{dz} &= ikU_a + \sum_b \hat{W}_{b,a} I_b, \\ - \sum_a V_{a,b} \frac{dU_a}{dz} &= ikI_b + \sum_a W_{a,b} U_a, \\ W_{a,b} + \hat{W}_{b,a} &= (d/dz)V_{a,b}. \end{aligned} \quad (5)$$

Коэффициенты связи V , W , \hat{W} при оптимальной поляризации взаимодействующих волн определяются следующими соотношениями:

$$V_{n\parallel, m\perp} = -\alpha v_n \tau \int_0^1 f_n f_m \frac{X dX}{D}, \quad V_{n\perp, m\parallel} = -\alpha \mu_m \tau \int_0^1 f_m f_n \frac{dX}{D},$$

$$V_{n\perp, m\perp} = -\alpha r^2 \int_0^1 f_m f_n \frac{X dX}{D^3}, \quad V_{n\parallel, m\parallel} = 0, \quad V_{m\perp, n\perp} = V_{n\perp, m\perp},$$

$$V_{n\parallel, n'\perp} = v_n v_{n'} \tau \int_0^1 f_n \eta_{n'} \frac{X^2 dX}{D}, \quad V_{m\perp, m'\parallel} = \mu_m \mu_{m'} \tau \int_0^1 f_{m'} \eta_m \frac{X^2 dX}{D},$$

$$V_{n\perp, n'\perp} = \int_0^1 \left(v_n v_{n'} \eta_n \eta_{n'} + \frac{\alpha^2}{X^2} f_n f_{n'} \right) \frac{X dX}{D},$$

$$V_{m\perp, m'\perp} = \int_0^1 \left(\mu_m \mu_{m'} \eta_m \eta_{m'} + \frac{\alpha^2}{X^2} f_m f_{m'} \right) \frac{X dX}{D},$$

$$W_{n\parallel, m\parallel} = 0, \quad W_{m\perp, n\perp} = W_{n\perp, m\perp},$$

$$W_{n\parallel, n'\perp} = -\frac{v_n}{R} \left[\delta_{n, n'} + v_{n'} \int_0^1 X \eta_{n'} \frac{\partial (D-1) f_n}{\partial X} dX \right] + \frac{d}{dz} V_{n\parallel, n'\perp},$$

$$W_{n\parallel, m\perp} = -\frac{v_n \alpha}{R} \int_0^1 f_m \frac{\partial (D-1) f_n}{\partial X} dX + \frac{d}{dz} V_{n\parallel, m\perp},$$

$$W_{n\perp, m\parallel} = \frac{\mu_m}{R} \alpha v_n \int_0^1 (D-1) f_m \eta_n dX,$$

$$W_{n\perp, m\perp} = -\alpha v_n \int_0^1 f_m \eta_n \frac{dX}{D},$$

$$W_{n\perp, n'\perp} = v_n v_{n'} \frac{d}{dz} \int_0^1 \eta_n \eta_{n'} \frac{X dX}{D}, \quad W_{m\perp, m'\perp} = \alpha^2 \frac{d}{dz} \int_0^1 f_m f_{m'} \frac{dX}{XD},$$

$$W_{m\perp, m'\parallel} = \frac{\mu_{m'}}{R} \left\{ \delta_{m, m'} - \int_0^1 (D-1) f_{m'} \left[\frac{d}{dX} \left(X \frac{df_m}{dX} \right) \right] dX \right\},$$

$$f_{\binom{m}{n}}(X) = \gamma_{\binom{m}{n}} J_\alpha \left[\binom{\mu_m}{v_n} X \right], \quad \eta_{\binom{m}{n}}(X) = \gamma_{\binom{m}{n}} J'_\alpha \left[\binom{\mu_m}{v_n} X \right],$$

$$\gamma_n = \frac{\sqrt{2}}{v_n J'_\alpha(v_n)}, \quad \gamma_m = \frac{\sqrt{2}}{(\mu_m^2 - \alpha^2)^{1/2} J_\alpha(\mu_m)},$$

$$\delta_{k, k'} = \begin{cases} 1, & k = k' \\ 0, & k \neq k' \end{cases}, \quad D^2 = 1 + X^2 \tau^2, \quad X = \rho/R(z),$$

$$m, m' = 1, 2, \dots, N_H, \quad n, n' = 1, 2, \dots, N_E,$$

где ρ — цилиндрическая координата, направленная по радиусу, α — азимутальный индекс, одинаковый для взаимодействующих волн, v и μ — соответственно нули функции Бесселя J_α и производной функции Бесселя J'_α , $R(z)$ и $\tau(z)$ — соответственно радиус волновода и тангенс угла наклона образующей к оси z волновода.

Система волноводных уравнений (5) и выражения для коэффициентов связи имеют более сложный вид по сравнению с (2). Кроме того, коэффициенты связи, входящие в (5), зависят также от кривизны образующей боковой поверхности волновода. Все это существенно усложняет численный анализ. Тем не менее, поскольку каждая из векторных функций, по которым производится разложение поля неоднородного волновода, удовлетворяет граничным условиям на боковой поверхности волновода, применение системы (5), по-видимому, позволит при анализе удерживать в суммах меньшее число мод по сравнению с первым методом.

3. Уравнения (2) относительно F_j , H_j , \mathcal{E}_t , G_t или уравнения (5) относительно U_a , I_b должны решаться при учете условий излучения. Последние имеют простой вид в сечениях однородных участков волновода ($z = z_0 = 0, L$, см. рис. 1):

$$kH_j(z_0) \pm ih_j(z_0)F_j(z_0) = 0, \quad k\mathcal{E}_t(z_0) \pm ih_t(z_0)G_t(z_0) = 0. \quad (6)$$

Аналогично

$$kI_{m\perp}(z_0) \pm h_m(z_0)U_{m\perp}(z_0) = 0, \quad (7)$$

$$kU_{n\perp}(z_0) \pm h_n(z_0)I_{n\perp}(z_0) = 0.$$

Знаки \pm соответствуют излучению направо и налево.

Системы уравнений (1) или (5) совместно с соответствующими граничными условиями образуют краевые задачи на собственные значения (комплексные). Численные решения находились методом «стрельбы» (см., например, [7, 8]). Краевое условие на одном из концов ($z=L$) отбрасывалось, а на другом задавались ($N_E + N_H$) линейно-независимых (обычно ортогонализированных) наборов коэффициентов,

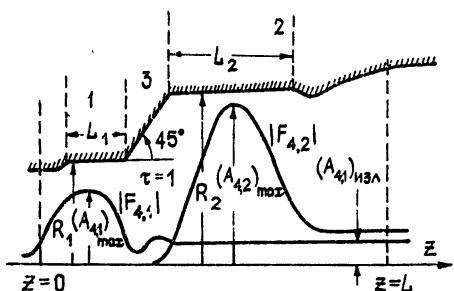


Рис. 1.

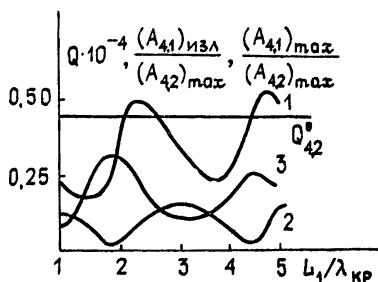


Рис. 2.

Рис. 1. Связанные резонаторы с трансформацией мод.

Рис. 2. Зависимость добротности $Q \cdot 10^{-4}$ (кривая 1), относительной амплитуды поля излучения $(A_{4,1})_{\text{изл}}/(A_{4,2})_{\text{max}}$ моды $H_{4,1}$ (кривая 2), отношения максимумов амплитуд полей $(A_{4,1})_{\text{max}}/(A_{4,2})_{\text{max}}$ мод $H_{4,1}, H_{4,2}$ (кривая 3) от длины резонатора l ($L_2 = 4,5 \lambda_{kp}$, $R_1 = 0,8618 \lambda_{kp}$, $R_2 = 1,4844 \lambda_{kp}$).

характеризующих амплитуды учитываемых мод. Использование условий излучения на другом конце при конкретном задании комплексной частоты позволяет сформулировать ($N_E + N_H$) задач Коши для системы уравнений (2) или (5). Численное интегрирование при решении задачи Коши выполнялось методом Рунге—Кутта. Отметим, что если в суммах (1) или соответственно (2) учитываются закритические моды, характеризующиеся быстрым экспоненциальным изменением, то явные методы, к которым принадлежит метод Рунге—Кутта, являются, как правило, неустойчивыми [9]. Решение, однако, возможно, если направле-

ние интегрирования совпадает с направлением экспоненциального роста соответствующих мод (интегрирование проводится в сторону преимущественного расширения волновода), а разрядная сетка и число значащих цифр у ЭВМ достаточно велики.

Наложение отброшенных ранее краевых условий приводит к системе ($N_E + N_H$) однородных линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов разложения. Условием разрешимости системы является

$$\text{DET} \|a_{l,j}(L) + h_j(L)b_{l,j}(L)\| = 0, \quad l, j = 1, 2, \dots, (N_E + N_H), \quad (8)$$

где под $a_{l,j}$, $b_{l,j}$ в случае использования системы (2) следует подразумевать соответственно $kH_j(L)$, $iF_j(L)$ для магнитных мод и $k\mathcal{E}_j(L)$, $iG_j(L)$ для электрических мод, а при интегрировании (5) — $kI_{m\perp}(L)$, $U_{m\perp}(L)$ для магнитных мод и $kU_{n\perp}(L)$, $I_{n\perp}(L)$ для электрических мод. Уравнение (8) должно выполняться на комплексной собственной частоте $\omega_1 + i\omega_2$, которая неизвестна. Ее можно вычислить, организуя поиск минимума $|\text{DET}|$ в плоскости (ω_1, ω_2) . Использовался метод Розенброка (см., например, [10]). Частные максимумы находились методом «золотого сечения» [7, 8].

4. Описанная выше методика была использована для анализа резонансных структур, образованных расширением волновода [11]. Один из возможных вариантов подобной структуры представляет собой систему двух открытых цилиндрических резонаторов 1 и 2, связь между которыми осуществляется за счет взаимной трансформации волн на неоднородном волноводе 3 (см. рис. 1) [5]. Радиусы R_1 и R_2 отрезков круглого волновода (парциальных резонаторов) выбираются из условия

$$R_1/R_2 = \mu_m/\mu_{m+p}.$$

При этом условии поперечные сечения резонаторов 1 и 2 близки к критическим для одной и той же частоты колебаний $H_{\alpha,m}$ и $H_{\alpha,m+p}$. Возбуждение колебаний $H_{\alpha,m}$ в области 1 ведет к возникновению колебаний $H_{\alpha,m+p}$ в области 2 и наоборот. Аксиальная симметрия системы делает возможной только взаимную трансформацию мод, имеющих одинаковые азимутальные индексы. Критические частоты мод во всех остальных парах, кроме основной, $H_{\alpha,m}$ или $H_{\alpha,m+p}$, разнесены по частоте. Благодаря этому взаимная трансформация мод в неосновных парах существенно понижена и волновое поле в областях 1 и 2 имеет характер несвязанных колебаний резонаторов 1 и 2, возбуждаемых раздельно. Некоторые результаты расчета системы рис. 1 приведены на рис. 2, где показана зависимость основных параметров нормального колебания системы (резонаторы 1 и 2 настроены соответственно на моды $H_{4,1}$ и $H_{4,2}$) от относительной длины резонатора 1 L_1/λ_{kp} (λ_{kp} — критическая длина волны $H_{4,1}$ в волноводе радиуса R_1). Численный анализ производился путем решения системы уравнений (5), т. е. вторым из указанных методов в двухмодовом приближении.

Сопоставление результатов расчета обоими методами для отдельных точек кривых на рис. 2 дает отличие 20%. Метод поперечных сечений позволяет легко исследовать более высокие приближения по числу учитываемых мод. В частности, было проведено исследование влияния нерезонансной электрической моды $E_{4,1}$ при настройках, соответствующих максимальным добротностям связанный системы. Оно проводилось в трехмодовом приближении ($H_{4,1}$, $E_{4,1}$, $H_{4,2}$) по уравнениям системы (2). Влияние электрической моды свелось к незначительному уменьшению максимальной добротности ($\sim 3\%$) связанных колебаний и уменьшению амплитуды ($\sim 10\%$) моды $H_{4,1}$ в области 1. Указанное нормальное колебание характеризуется высокой добротностью с пре-

имущественной локализацией энергии в объеме резонатора 2. Следующее по частоте нормальное колебание имеет существенно меньшую дифракционную добротность [11], и для него характерна локализация поля в резонаторе 1.

Согласно рис. 2 система при некоторых длинах L_1 имеет более высокую добротность, чем добротность $Q_{4,2}^0$ парциальных колебаний резонатора 2. Этот эффект связан прежде всего с малым излучением на моде $H_{4,1}$ из области 1. На участке связи происходит почти полная трансформация $H_{4,1}$ в $H_{4,2}$. С переходом к другим длинам резонатора 1 уменьшается обмен энергиями между модами $H_{4,1}$ и $H_{4,2}$. Излучение на моде $H_{4,1}$ увеличивается с одновременным уменьшением амплитуды поля в области резонатора 1, что приводит к падению добротности до величин, существенно меньших, чем добротность $Q_{4,2}^0$.

5. Для оценки погрешностей, связанных с усечением системы (2) до двухмодовой, выполнялся расчет системы связанных резонаторов с профилем типа рис. 1, в которой резонансными являлись моды $H_{0,2}$, $H_{0,3}^*$. Расчеты проводились по уравнениям (2) в четырехмодовом приближении. Как показал анализ, наибольшее возмущение вносит мода $H_{0,4}$, соседняя с $H_{0,3}$, на которую настроен высокодобротный резонатор 2 (см. рис. 1). Учет моды $H_{0,4}$ приводит к изменению частоты и добротности основного нормального колебания соответственно на $2 \cdot 10^{-3}\%$ и 1%. Значительно слабее влияние моды $H_{0,5}$. Учет распространяющейся моды $H_{0,1}$ дает ничтожно малые поправки. Введение в анализ возрастающего числа нераспространяющихся мод ($H_{0,4}$, $H_{0,5}$ и т. д.) приводит при использовании системы уравнений (2) к результатам, приближающимся к тем, которые дают решение системы (5) в двухмодовом приближении. Это связано, вероятно, с более адекватным выбором функций, по которым проводится разложение поля в неоднородном волноводе в разложениях (3), (4), чем в (1).

Для рассматриваемого примера поиск собственной комплексной частоты при решении системы (2) в четырехмодовом приближении занимает на ЭВМ БЭСМ-6 около 8 мин.

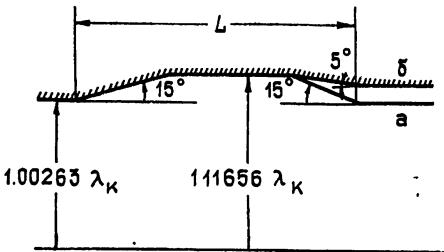


Рис. 3

Рис. 3. К расчету трансформации мод в одиночном резонаторе.

Рис. 4. Зависимость добротности $Q \cdot 10^{-5}$ резонатора с профилем a (кривая 1) и с профилем b (кривая 2), относительной амплитуды поля излучения моды $H_{0,1}$ ($A_{0,1} \text{ изл.}/(A_{0,2})_{\max}$) (кривая 3) от длины однородного участка резонатора.

6. Рассмотрим случай, когда резонирующие связанные моды локализованы в одном и том же объеме (одиночный резонатор — рис. 3). Концевые волноводы 1 и 2 выбираются закритическими для моды $H_{0,2}$

* Выбор симметричных мод был продиктован тем, чтобы упростить реализацию метода 2. В этом случае коэффициенты W и \bar{W} , входящие в правые части уравнений (5), не зависят от кривизны, и уравнения (5) применимы для анализа волноводов, боковая поверхность которых содержит излом.

и докритическими для моды $H_{0,1}$. Дифракционная добротность резонатора на одиночной моде $H_{0,2}$ бесконечно велика. Однако взаимодействие мод $H_{0,1}$ и $H_{0,2}$ с последующим излучением на моде $H_{0,1}$ понижает результирующую добротность резонатора до некоторой конечной величины.

На рис. 4 приведены зависимости добротности собственного колебания резонатора с профилем *a* (кривая 1) и с профилем *b* (кривая 2), относительной амплитуды поля излучения моды $H_{0,2}$ (кривая 3) от безразмерной длины однородного участка резонатора L/λ_{kp} (λ_{kp} — критическая длина волны $H_{0,2}$ в широком волноводе). Расчеты выполнены путем численного решения системы (5) в двумодовом приближении. К аналогичным результатам приводят решение системы (2). Пунктирная линия на рис. 4 является экспериментальной кривой. Изменение добротности (см. рис. 4) связано с особенностями интерференции встречных волн $H_{0,1}$, возникающих при трансформации волны $H_{0,2}$ на неоднородных концевых участках. В зависимости от длины резонатор оказывается либо излучающим (см. рис. 5a), либо почти полностью закрытым (рис. 5b) с соответственно минимальной или максимальной добротностью. Но в том и в другом случае имеют место стоячие колебания (резонанс) на моде $H_{0,1}$ (см. зависимости $\phi_{0,1}(z)$ на рис. 5). Максимумам добротности соответствует длина волновода $L \approx \lambda_b(2n-1)/2$, минимумам $-L \approx n\lambda_b$, где λ_b — длина волны $H_{0,1}$ в широком волноводе ($n=1, 2, \dots$). Отметим, что в минимуме добротность оказывается всего на порядок больше минимальной дифракционной добротности [11]. Таким образом, если учесть, что в резонаторе энергия локализована в основном на моде $H_{0,2}$, а излучение происходит на моде $H_{0,1}$, рассматриваемая система является эффективным трансформатором мод с одинаковыми азимутальными индексами.

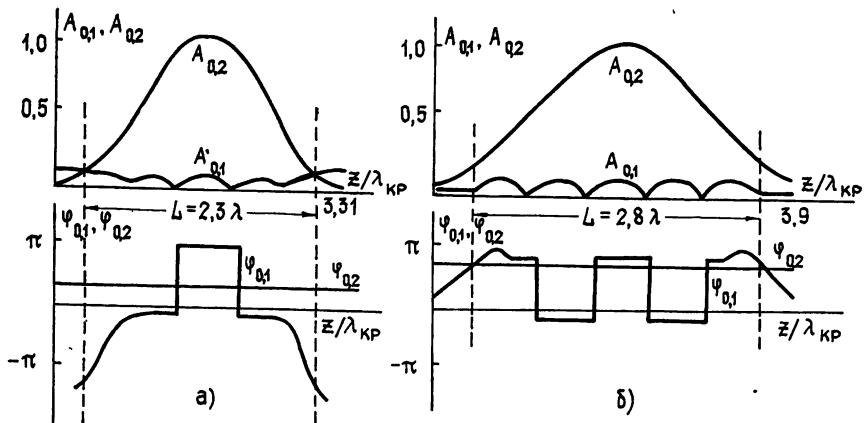


Рис. 5.

Рис. 5. Продольные распределения амплитуд $A_{0,j}$ и фаз $\phi_{0,j}$ парциальных колебаний при $L/\lambda_{kp} = 2,3$ (а) и $L/\lambda_{kp} = 2,8$ (б).

Иная ситуация имеет место в случае, исключающем трансформацию моды $H_{0,2}$ в $H_{0,1}$ на правом конце резонатора (профиль *b*, см. рис. 3). Резонанс на моде $H_{0,1}$ практически отсутствует, что и определяет в конечном итоге слабую связь моды $H_{0,2}$ с $H_{0,1}$ и весьма большую добротность резонатора (см. кривые 1 и 2 на рис. 4).

Авторы благодарны Е. В. Соколову за предоставление результатов эксперимента и В. К. Юлпатову за просмотр статьи и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каценеленбаум Б. З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами.—М.: Изд. АН СССР, 1961.
2. Машковцев Б. М., Цибизов К. Н., Емелин Б. Ф. Теория волноводов.—М.: Наука, 1966.
3. Ваганов Р. Б., Матвеев Р. Ф., Мериакри В. В. Многоволновые волноводы со случайнymi нерегулярностями.—М.: Сов. радио, 1972.
4. Боровиков В. А.—Радиотехника и электроника, 1979, 24, № 11, с. 2185.
5. Павельев В. Г., Цимлинг Ш. Е. Авторское свидетельство № 661664. Бюлл. изобрет. 1979, № 17.
6. Цимлинг Ш. Е., Павельев В. Г.—Радиотехника и электроника, 1982, 27, № 6, с. 1099.
7. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машины методы математических вычислений.—М.: Мир, 1980.
8. Калиткин Н. Н. Численные методы.—М.: Наука, 1978.
9. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. /Под ред. Д. Ж. Холла, Д. Ж. Уатта.—М.: Мир, 1979.
10. Кураев А. А., Ковалев И. С., Колосов С. В. Численные методы оптимизации в задачах электроники СВЧ.—М: Наука и техника, 1975.
- 11 Власов С. Н. и др.—Изв. вузов — Радиофизика, 1969, 12, № 8, с. 1236.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
13 сентября 1982 г.

RESONANCE MODE TRANSFORMATION IN SUPERDIMENSIONAL ELECTRODYNAMIC SYSTEMS

S. A. Malygin, V. G. Pavel'ev, Sh. E. Tsimring

Wave transformation effects in resonance volumes formed by broadening of superdimensional waveguides are investigated on the basis of two methods—a new variant of equations of the transverse section method and the method of eigen vector functions. Numerical results are given for the resonance mode transformation both for the case when the axially symmetrical volume is common for interacting modes and for the essentially localization of the latter in different volumes (connected resonators with the mode transformation). It is shown that the two methods give similar results but the simplicity of the equations of the transverse section method makes it preferable especially in the analysis of systems with asymmetrical modes.
