

УДК 539.182

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ НИЗКОЧАСТОТНОЙ ВОЛНОВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В НЕЛИНЕЙНОЙ СЛАБОДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ LC -ЛИНИИ

К. И. Воляк, А. С. Гориков

Показано, что в поле двух встречных волн узкополосной высокочастотной накачки может происходить возбуждение динамической волновой турбулентности в широком спектре низких частот, где отсутствует дисперсия. Для этого, наряду с отражениями генерируемых волн на границах, среда должна характеризоваться как квадратичной, так и кубической нелинейностью.

Известно, что наиболее характерным нелинейным волновым процессом в средах со слабой дисперсией является генерация высших гармоник интенсивными низкочастотными сигналами, приводящая к передаче энергии вверх по спектру. По этой причине не осуществляется, например, параметрическое усиление звуковых волн. Но если высокая частота накачки лежит на границе зоны сильной дисперсии, такое усиление в принципе возможно в широком диапазоне низких частот, и при заметных отражениях на краях нелинейной среды в ней развивается параметрическая генерация дискретных по частоте колебаний.

В настоящей работе показано, что в поле двух встречных волн узкополосной высокочастотной диспергирующей накачки может происходить возбуждение сильной волновой турбулентности в пределах достаточно широкого спектра низких частот, где отсутствует дисперсия. Для этого, наряду с отражениями генерируемых волн на границах, среда (в эксперименте — нелинейная LC -линия) должна характеризоваться как квадратичной, так и кубической нелинейностью.

1. Эксперименты в нелинейной линии. Для наблюдения параметрического возбуждения низкочастотной турбулентности использовалась длинная (113 звеньев) LC -линия типа фильтра нижних частот с емкостями p — n -перехода диодов в качестве нелинейных элементов. Рабочая точка диодов выбиралась стабилизированным напряжением — 3 В, подаваемым на шину смещения. Параметры звеньев были подобраны идентичными с отклонением не более 1% от средних значений. Линия была оптимально согласована на концах с помощью активного сопротивления, равного волновому в середине полосы пропускания фильтра, так что КСВ в большей части этой полосы не превышал значения 1,05, а коэффициент отражения — 10%. Дисперсия в линии была скомпенсирована введением положительной индуктивной связи между соседними звеньями с коэффициентом взаимной индукции 0,1, вплоть до частоты 4,5 МГц дисперсия практически отсутствовала и имела значительную величину лишь в окрестности критической частоты 6,5 МГц.

В такой системе легко возбуждались высшие гармоники низкочастотным монохроматическим или узкополосным шумовым сигналами. При подаче на вход линии высокочастотного шума с достаточно узким спектром (например, с шириной линии 50 КГц на средней частоте

5 МГц и при среднеквадратичной амплитуде $\sim 2 B_{эфф}$) на выходе можно было наблюдать стохастические колебания во всей полосе прозрачности, возникающие за счет попутного нелинейного «перемешивания» шумовых компонент. Аналогичное «перемешивание» не могло наблюдаться при высокочастотной накачке от генератора стандартного сигнала.

Для возбуждения динамического турбулентного режима на противоположные концы системы через развязки подавалась синусоидальная накачка на частотах 4—5 МГц. При этом использовался как общий генератор, так и независимые генераторы накачки. При невысоких (по сравнению со смещением) входных амплитудах накачки $a_3(0) = a_3(l) \geq 1,5 B_{эфф}$ (l — длина системы) в линии наблюдалась параметрическая генерация в широком диапазоне ниже частоты накачки.

Амплитудный спектр сигнала в среднем сечении линии, где генерация наиболее интенсивна, приведен на рис. 1г (координата сечения $x = 59 l_{\lambda}$, l_{λ} — длина звена). При частоте $f_3 = 5$ МГц спектр занимал полосу 1 ÷ 4 МГц с максимумом на частоте 2,7 МГц, т. е. расположенным несколько выше частоты субгармоники. Здесь же КПД преобразования составлял $a^2(l/2)/a_3^2(0) \simeq 0,2$ при оптимальном уровне $a_3(0) = 1,9 B_{эфф}$, когда еще не возникали прямые токи в диодах.

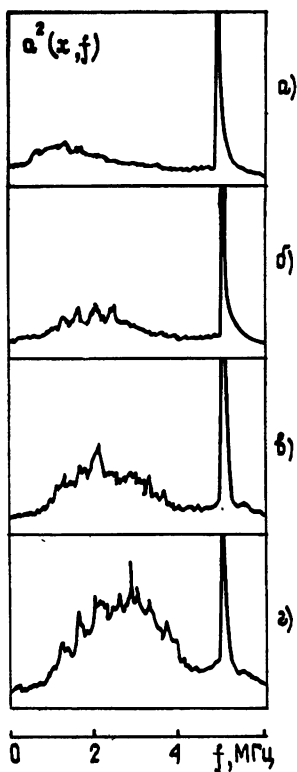


Рис. 1.

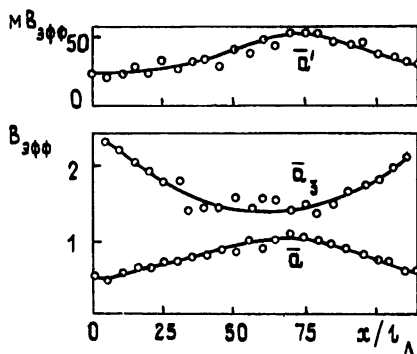


Рис. 2.

Рис. 1. Частотный спектр генерации $a^2(x, f)$ в сечениях линии:

а) $x=0$, б) $x=19l_{\lambda}$, в) $x=39l_{\lambda}$, г) $x=59l_{\lambda}$. Амплитуда волны накачки на границах $a_3(0) = a_3(l) = 1,9 B_{эфф}$, частота $f_3 = 5$ МГц. Масштаб вертикальной оси произвольно линеен.

Рис. 2. Пространственные распределения среднеквадратичных амплитуд:

a_3 — накачки, \bar{a} — генерации во всей спектральной полосе, \bar{a}' — генерации в полосе 10 кГц на частоте $f = 2,3$ МГц. Частота накачки $f_3 = 4,5$ МГц.

Изменение спектра вдоль системы показано на серии спектрограмм рис. 1, соответствующих разным точкам на половине длины $[0, l/2]$ линии; на другой $[l/2, 0]$ половине генерация уменьшается почти симметрично относительно $x = l/2$ (рис. 2). Характерно, что на малых уровнях турбулентности (рис. 1а, б) максимум в ее спектре находится

вблизи значения частоты $f = f_3/3$. Пространственное распределение средних амплитуд $\bar{a}(x) = [\bar{a}^2(x)]^{1/2}$ генерации и накачки приведено на рис. 2. Амплитуда \bar{a}_3 последней плавно снижается от максимальных значений на краях к минимальной величине в средней части линии, а средняя по широкому спектру амплитуда \bar{a} турбулентных компонент, наоборот, растет от краев к середине, причем аналогично распределена и амплитуда генерации \bar{a}' , усредненная в узком спектре вблизи частоты $f_3/2$.

При разнесении частот накачки (в диапазоне 4—5 МГц) на входах системы интенсивность турбулентной генерации заметно снижалась. На фоне спектра турбулентности возникали яркие линии из-за селективных по частоте отражений, порог возбуждения возрастал и при разнице частот между встречными волнами накачки $\sim 1,5$ МГц система практически не возбуждалась. Такое же возрастание порога происходило и при подаче накачки с сильно различающимися амплитудами на противоположных входах системы.

2. Обсуждение результатов. Распределение амплитуд вдоль линии. Как показал эксперимент, напряжение в линии формируется двумя встречными волнами накачки на частоте $\omega_3 = 2\pi f_3$ и широким спектром параметрически возбужденных встречных волн:

$$U = (1/2) [A_{\omega_3}^+ \exp(i\psi_{\omega_3}^+) + A_{\omega_3}^- \exp(-i\psi_{\omega_3}^-) + (\sum_{\omega < \omega_3} A_{\omega}^+ \times \exp(i\psi_{\omega}^+) + A_{\omega}^- \exp(-i\psi_{\omega}^-))] + \text{к.с.}, \quad \psi_{\omega}^{\pm} = \omega t \mp kx; \quad (1)$$

волнам, бегущим направо, соответствует «+», бегущим налево — «-».

Качественный анализ и численное моделирование распадной низкочастотной турбулентности в динамической автоколебательной системе [1] выявили эффект синхронизации генерируемых мод, приводящий для узкого спектра накачки к существованию в каждый момент времени лишь единственного триплета $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$. За счет нелинейной дисперсии, однако, система случайным образом переходит от одного триплетного состояния к другому и т. д. Если подставить формулу (1) в уравнение квазиоднородной недиссипативной LC-линии типа фильтра нижних частот с нелинейной емкостью

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - L \frac{\partial^2}{\partial t^2} (CU) = 0, \quad C = C_0(1 + \xi U + \eta U^2 + \dots), \quad |\xi| \gg |\eta U|, \quad (2)$$

получим укороченные уравнения для стационарных амплитуд триплетов $A_m^{\pm} = A_{\omega_m}^{\pm}$ ($m = 1, 2, 3$):

$$\begin{aligned} A_{1x}^{\pm} &= \mp \frac{i}{2} \xi k_1 A_3^{\pm} (A_2^{\pm})^* \mp \frac{3i}{4} \eta k_1 A_1^{\pm} [|A_1^{\pm}|^2 + 2(|A_1^{\mp}|^2 + |A_2^{\pm}|^2 + |A_2^{\mp}|^2 + |A_3^{\pm}|^2 + |A_3^{\mp}|^2)], \\ A_{2x}^{\pm} &= \mp \frac{i}{2} \xi k_2 A_3^{\pm} (A_1^{\pm})^* \mp \frac{3i}{4} \eta k_2 A_2^{\pm} [|A_2^{\pm}|^2 + 2(|A_2^{\mp}|^2 + |A_3^{\pm}|^2 + |A_3^{\mp}|^2 + |A_1^{\pm}|^2 + |A_1^{\mp}|^2)], \\ A_{3x}^{\pm} &= \mp \frac{i}{2} \xi k_3 A_1^{\pm} A_2^{\pm} \mp \frac{3i}{4} \eta k_3 A_3^{\pm} [|A_3^{\pm}|^2 + 2(|A_3^{\mp}|^2 + |A_1^{\pm}|^2 + |A_1^{\mp}|^2 + |A_2^{\pm}|^2 + |A_2^{\mp}|^2)]. \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнения (3) описывают раздельно параметрические процессы в волновых системах, бегущих вправо и влево и только слабо, в третьем порядке, взаимодействующих между собой. Именно этот нерезонансный взаимный фазовый сдвиг, квадратичный по напряжению, обеспечивает фазировку отражения сигналов от границ, необходимую для генерации в широком спектре. Заметим, что уравнения (3) инвариантны относительно «обращения» волн $A_m^\pm \rightarrow (A_m^\pm)^*$. При симметричных граничных условиях $A_m^+(0) = A_m^-(l)$ пространственное изменение всех амплитуд оказывается для одинаковых m симметричным относительно сечения $x = l/2$ и (3) расщепляется на две одинаковые системы уравнений, например для действительных амплитуд a_m ($A_m^\pm = a_m \exp(\mp i\varphi_m)$)

$$\begin{aligned} a_{1x} &= (1/2) \xi k_1 a_2 a_3 \sin \varphi, & a_{2x} &= (1/2) \xi k_2 a_3 a_1 \sin \varphi, \\ a_{3x} &= -(1/2) \xi k_3 a_1 a_2 \sin \varphi. \end{aligned} \quad (4)$$

Интегрируя (4) вместе с соответствующим уравнением для фазы $\varphi = \varphi_3 - \varphi_2 - \varphi_1$, можем найти пространственное распределение квадратов амплитуд $a_m^2(x)$ взаимодействующих волн, выражающееся через эллиптические функции Якоби. Если условия на границах нелинейного слоя одинаковы, то минимальное значение a_3^2 и максимальная интенсивность параметрической генерации должны действительно наблюдаться в его середине, что и показал эксперимент.

3. Оценка спектра турбулентности и порогового уровня ее возбуждения. Для оценки спектра турбулентности запишем интегралы системы в виде

$$\begin{aligned} b_\omega^2 &= \omega(\omega_3 - \omega)(U_0^2 - a_3^2), & U_0^2 &= \text{const}, \\ b_{\omega_3 - \omega}^2 &= \omega(\omega_3 - \omega)(V_0^2 - a_3^2), & V_0^2 &= \text{const}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $b_\omega = a_\omega \sqrt{\omega \omega_3}$, $\omega = \omega_1$. Если возбужден полный спектр турбулентности в интервале $(0, \omega_3)$, но КПД преобразования мощности накачки в турбулентную мощность низок ($b_\omega^2, b_{\omega_3 - \omega}^2 \ll a_3^2 \omega(\omega_3 - \omega)$, $a_3^2 \simeq \text{const}$), то энерговклад накачки в совместную генерацию компонент b_ω и $b_{\omega_3 - \omega}$ практически пропорционален произведению $\omega(\omega_3 - \omega)$. Ясно также, что в условиях параметрической генерации, когда в систему извне подается лишь накачка, $b_\omega = b_{\omega_3 - \omega}$ ($U_0^2 = V_0^2$). Пользуясь тогда соотношением $a_{\omega_3 - \omega}^2 = a_\omega^2 \omega(\omega_3 - \omega)^{-1}$, оцениваем энергию динамической турбулентной моды с частотой ω :

$$a_\omega^2 \sim \omega(\omega_3 - \omega) [1 + \omega(\omega_3 - \omega)] = \omega(\omega_3 - \omega)^2. \quad (6)$$

Следовательно, спектр турбулентности, возбуждаемой в заданном поле накачки, имеет в соответствии с данными эксперимента максимум при $\omega = \omega_3/3$. Развитие мощной генерации, например в середине линии, действительно должно сдвигать этот спектральный максимум вверх по частоте из-за синхронного возбуждения собственной второй гармоники, и максимальная интенсивность может наблюдаться на частотах, уже превышающих частоту субгармоники накачки.

Небольшая асимметрия амплитудных распределений рис. 2 указывает на неполное обращение фаз триплетов, которое могло быть обусловлено слабым различием отражений на границах. В режиме полного «обращения» волн пороговая мощность $a_{3\text{пор}}^2$ накачки определяется только диссипативными потерями. Дополняя (4) линейными декрементами $\mu_m a_m$, получаем оценку

$$a_{\text{зпор}} \simeq 2\mu_3\mu l / (1 - e^{-\mu l}) \xi \sqrt{k_1 k_2} \quad (7)$$

для $\mu_1 = \mu_2 = \mu$, где $\mu_m = (1/2)LG\omega_m k_m^{-1}$ и G — погонная утечка линии. Поскольку коэффициент μ возрастает при $\omega \rightarrow \omega_3$, пороговый уровень возбуждения (7) минимален для вырожденного триплета с генерацией на частоте субгармоники. В связи же с неполной корреляцией фаз и широкой полосой генерации пороговый уровень в эксперименте оказался примерно в три раза выше минимального.

В заключение следует отметить возможность проявления описанного механизма возбуждения динамической турбулентности в других нелинейных распределенных системах со слабой низкочастотной дисперсией, например в акустических средах или в плазме на ионно-звуковой ветви колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вышкинд С. Я., Рабинович М. И — ЖЭТФ, 1976, вып. 2(8), с. 557.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
5 июля 1982 г.,
в окончательном варианте
4 апреля 1983 г.

PARAMETRIC EXCITATION OF LOW-FREQUENCY WAVE TURBULENCE IN WEAKLY DISPERSIVE NONLINEAR LC-LINE

K. I. Volyak, A. S. Gorshkov

It is shown that the excitation of dynamic wave turbulence, having the broad low-frequency nondispersive spectrum, may occur in a field of two opposite waves of narrow-band high-frequency pump. This is the case where a medium exhibits, along with boundary reflections of generated waves, both quadratic and cubic nonlinearities simultaneously.

Аннотации депонированных статей

УДК 551 501.72

СПЕКТРЫ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА С ПРОДОЛЬНОЙ ЩЕЛЬЮ

С. В. Блажевич, П. И. Курилко, В. А. Кушнир

Представлены результаты теоретического и экспериментального исследования амплитудно-частотных характеристик и конфигурации поля колебаний типа H в цилиндрическом резонаторе с продольной щелью, заполненном диэлектриком. Измеренные значения сдвига частоты и добротности резонатора, обусловленные наличием щели, находятся в удовлетворительном согласии с результатами теории.

*Статья депонирована в ВИНТИ,
рег. № 3746-83. Деп. от 7 июля 1983 г.*