

УДК 537.876.23 : 621.371.24

ВЛИЯНИЕ СЛУЧАЙНОЙ СТРАТИФИКАЦИИ НА ИНТЕНСИВНОСТЬ КОГЕРЕНТНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ УКВ СИГНАЛА ЗА ГОРИЗОНТОМ

А. В. Кукушкин, В. Д. Фрейлихер, И. М. Фукс

Показано, что в диапазоне дециметровых радиоволн учет достаточно мощных анизотропных неоднородностей с горизонтальными масштабами порядка сотен метров сводится к решению задачи о распространении волн в случайно-стратифицированной среде. Оценка влияния случайной стратификации на уровень сигнала в зоне «ближней» тени, т. е. на дистанциях 100—200 км, показывает, что интенсивность сигнала возрастает с увеличением дисперсии крупномасштабных флуктуаций показателя преломления, даже если средний градиент показателя преломления мал и не обеспечивает повышенной рефракции.

Для систем радионавигации, локации и линий связи, работающих на расстояниях 100—200 км, представляет интерес вычисление когерентной составляющей сигнала, уровень которой может быть достаточно велик. По данным работ [1, 2] в области тени примерно в 60% случаев распределение амплитуды принимаемого сигнала отличается от рэлеевского, что связывают с наличием когерентной составляющей. Поэтому необходимо исследовать, какими факторами определяется интенсивность когерентной составляющей, ее зависимость от расстояния и длины волны. В эксперименте всегда имеют дело с реализациями конечной длительности, поэтому понятие когерентности должно быть связано со временем усреднения.

В настоящей работе рассматривается когерентная за конечное время T составляющая сигнала, исследуется зависимость ее интенсивности от статистических характеристик случайной среды, от дистанции и длины волны.

1. Будем рассматривать поле расположенного в начале координат ($r_0 = 0$) вертикального электрического диполя, которое при пренебрежении эффектами деполяризации в сферической системе координат r , θ , φ можно описать потенциалом Дебая U . При $ka_0 \gg 1$ (a_0 — радиус Земли, $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны) радиальная компонента электрического поля связана с потенциалом U простым соотношением [3]: $E_r = -k^2 a_0 U$. В соответствии с [4] в потенциале U удобно выделить медленно изменяющийся с координатами множитель ослабления W :

$$U(r) = (e^{ik_0 r} / a_0 \theta) W(r). \quad (1)$$

В уравнении для $W(r)$ перейдем к системе координат $r = \{x, y, z\}$, где x , y введены вдоль поверхности Земли (ось x — в направлении источник—приемник), а z — по нормали к ней. При выполнении неравенств

$$z/a \ll 1, \quad x \gg a/m; \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial z}\right)^2 \ll \frac{1}{H^2}, \quad \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial y}\right)^2 \ll \frac{1}{\lambda x}, \quad \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x}\right)^2 \ll \left(\frac{m}{a}\right)^2 \quad (3)$$

для множителя ослабления можно получить параболическое уравнение

$$2ik(\partial W/\partial x) + \Delta_{\perp} W + k^2(\varepsilon_M(x, y, z) - 1)W = 0, \quad (4)$$

где $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial z^2 + \partial^2/\partial y^2$, $\varepsilon_M(x, y, z) = \varepsilon(x, y, z) + 2z/a$, a — эквивалентный радиус Земли [4]. Здесь $\varepsilon(x, y, z)$ — случайное поле диэлектрической проницаемости тропосферы, в котором, помимо мелкомасштабных локально-однородных и изотропных флуктуаций, вызванных турбулентностью, присутствуют также вертикальная стратификация — слоистые неоднородности, сильно вытянутые в горизонтальной плоскости. В неравенствах (2), (3) введены следующие обозначения: $m = (ka/2)^{1/3}$, H — характерный масштаб изменения поля по координате z (в случае нормальной рефракции $H \sim m/k$, а при наличии волновода H имеет порядок толщины волновода).

Неравенства (3) накладывают ограничения в основном на интенсивность мелкомасштабных флуктуаций $\varepsilon(\mathbf{r})$, для пространственного спектра которых $\Phi_{\varepsilon}(\mathbf{x})$ можно воспользоваться формулой, относящейся к интервалу равновесия локально-изотропной турбулентности [5]:

$$\Phi_{\varepsilon}(\mathbf{x}) = 0,033 C_{\varepsilon}^2 \kappa^{-11/3} \exp(-\kappa^2/\kappa_m^2), \quad (5)$$

где C_{ε} — структурная постоянная, $\mathbf{x} = \{\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z\}$, $\kappa = |\mathbf{x}|$, $\kappa_m = 5,92/l_0$, l_0 — внутренний масштаб турбулентности. Оценивая в (3) дисперсию градиентов ε по формуле

$$\langle (\partial \varepsilon / \partial r_i)^2 \rangle = \int d^3 \kappa \kappa_i^2 \Phi(\mathbf{x}), \quad (6)$$

приходим к неравенствам

$$0,1 C_{\varepsilon}^2 \kappa_m^{4/3} \ll 1/H^2, \quad k/x, \quad (m/a)^2,$$

которые заведомо удовлетворяются при типичных значениях C_{ε} и κ_m [5].

2. Как известно, рассеяние на случайных неоднородностях диэлектрической проницаемости приводит к затуханию когерентной составляющей, которое описывается множителем $e^{-\gamma x}$ [6]. В приближении марковского случайного процесса декремент затухания γ определяется следующим выражением ([6], с. 356):

$$\gamma = (\pi k^2/4) \int d^2 \mathbf{x} \Phi_{\varepsilon}(0, \mathbf{x}_y, \mathbf{x}_z). \quad (7)$$

Использование в (7) спектра (5) приводит к расходимости интеграла при малых $|\mathbf{x}|$. Это связано с тем, что обычно подразумеваемое в теоретических расчетах усреднение по ансамблю реализаций соответствует усреднению за бесконечно большое время, т. е. учитывает сколь угодно медленные искажения фазы сигнала за счет очень больших неоднородностей. Однако практический интерес представляет когерентная составляющая, полученная усреднением случайного поля за конечное время T . Чтобы получить уравнение для этой величины, произведем в (4) усреднение $\langle \dots \rangle$ по интервалу времени T и воспользуемся гипотезой «замороженной» стационарной турбулентности, предполагающей, что временные изменения случайного поля $\varepsilon(\mathbf{r}, t)$ обусловлены только перемещением турбулентного потока со скоростью \mathbf{v} . Вводя обозначение

$$\delta \varepsilon_T(\mathbf{r}) = \varepsilon_M(\mathbf{r}) - \langle \varepsilon_M(\mathbf{r}) \rangle_T$$

и переходя от (4) к интегральному уравнению (ср. [6], § 44), получим

$$\begin{aligned} \langle W(x, y, z) \rangle_T = W_0(0, y, z) & \left\langle \exp \left[\frac{ik}{2} \int_0^x dx' \delta \varepsilon_T(x', y, z) \right] \right\rangle_T - \\ & - \frac{1}{2ik} \left\langle \int_0^x dx' \exp \left[\frac{ik}{2} \int_x^{x'} dx'' \delta \varepsilon_T(x'', y, z) \right] \right\rangle \times \\ & \times [\Delta_{\perp} + k^2 \langle \varepsilon_M(x, y, z) \rangle_T - 1] W(x, y, z) \Big\rangle_T. \end{aligned} \quad (8)$$

При усреднении функционалов от $\delta \varepsilon_T$ можно перейти к усреднению по ансамблю реализаций ε , поскольку в $\delta \varepsilon_T$ отсутствуют временные масштабы, большие времени усреднения T . С другой стороны, $\langle \varepsilon_M(x, y, z) \rangle_T$ можно считать постоянной величиной за времена $t \leq T$. В предположении о статистической независимости флуктуаций величин $\delta \varepsilon_T(\mathbf{r})$ и \mathbf{v} усреднение по флуктуациям $\delta \varepsilon_T$ можно производить независимо от флуктуаций скорости (\mathbf{v}). Произведем сначала усреднение по флуктуациям $\delta \varepsilon_T$. Тогда, как показано в [6] (с. 378), при выполнении условий

$$L_{\perp} \ll kL_z^2, \quad \sigma_z^2 k^2 L_{\perp}^2 \ll 1, \quad (9)$$

при которых процесс является марковским (здесь $L_{\perp} = \sqrt{L_x^2 + L_y^2}$, L_z — характерные внешние масштабы неоднородностей в горизонтальной и вертикальной плоскости, σ_z^2 — дисперсия флуктуаций диэлектрической проницаемости), для $W_T = \langle W(\mathbf{r}) \rangle_T$ получим уравнение

$$2ik \frac{\partial W_T}{\partial x} + \Delta_{\perp} W_T + [k^2 \langle \varepsilon_M(x, y, z) \rangle_T - 1] + 2ik\gamma_T W_T = 0. \quad (10)$$

Здесь γ_T после усреднения по флуктуациям скорости определяется выражением

$$\gamma_T = \frac{\pi k^2}{4} \int_{|z_y| > x_y^0} dx_y \int_{|z_z| > x_z^0} dx_z \Phi_{\varepsilon}(0, x_y, x_z), \quad (11)$$

в котором $x_y^0 = (v_{\perp} T)^{-1}$, v_{\perp} — среднее значение горизонтальной скорости переноса неоднородностей, $x_z^0 = \left[\int_0^T d\tau (T - \tau) B_{v_z}(\tau) \right]^{-1/2}$, $B_{v_z}(z)$ — корреляционная функция вертикальных пульсаций скорости v_z . Если время корреляции τ_0 этих пульсаций велико по сравнению с интервалом усреднения T ($\tau_0 > T$), то

$$x_z^0 = (\sigma_{v_z} T)^{-1}, \quad (12)$$

где σ_{v_z} — дисперсия флуктуаций v_z .

Неравенства (9) накладывают ограничения на время усреднения T . Так как при условии «замороженности» $L_{\perp} = v_{\perp} T$, $L_z = v_z T$, вместо (9) получаем

$$k\sigma_{v_z}^2 T / v_{\perp} \ll 1, \quad k^2 C_{\varepsilon_{\perp}}^2 v_{\perp}^{8/3} T^{8/3} \ll 1.$$

Как видно из (11), в декремент затухания когерентной за время T составляющей γ_T основной вклад дают составляющие спектра неоднородностей с $\kappa_{y,z} \gg (v_{y,z} T)^{-1}$ ($\gamma_T \rightarrow \gamma$ при $T \rightarrow \infty$). Входящая в (10) функция $\langle \varepsilon_M(x, y, z) \rangle_T$ является при достаточно больших временах усреднения T значительно более медленной функцией координат x, y , чем неусредненная функция $\varepsilon_M(x, y, z)$. Следует подчеркнуть, что из-

менение усредненных характеристик диэлектрической проницаемости $\epsilon_M(x, y, z)$ с высотой происходит гораздо быстрее, чем в горизонтальной плоскости (см. [3], с. 99—100, а также [5], с. 426—428).

Выясним, при каких временах усреднения T зависимостью $\langle \epsilon_M(x, y, z) \rangle_T$ от координат x, y в уравнении (10) вообще можно пренебречь, т. е. заменить в (10) $\langle \epsilon_M(x, y, z) \rangle_T$ на вертикальный профиль $\epsilon_T(z)$. Очевидно, эта замена будет оправдана, если флуктуации уровня когерентной составляющей (за время T), вызванные отличием $\langle \epsilon_M(x, y, z) \rangle_T$ от $\epsilon_T(z)$, окажутся малыми. Введем

$$\epsilon_1(x, y, z) = \langle \epsilon_M(x, y, z) \rangle_T - \epsilon_T(z) \quad (13)$$

и представим $W_T(x, y, z)$ в виде

$$W_T = W_T^0(x, y, z) e^{i\psi(x, y, z)}, \quad (14)$$

где $\psi = V + iS$ — комплексная фаза, а $W_T^0(x, y, z)$ удовлетворяет уравнению

$$2ik \frac{\partial W_T^0}{\partial x} + \Delta_{\perp} W_T^0 + [k^2(\epsilon_T(z) - 1) + 2ik\gamma_T] W_T^0 = 0. \quad (15)$$

В первом порядке метода плавных возмущений комплексная фаза в (14) равна (ср. [6], § 40)

$$\psi(r) = - \frac{k^2}{W_T^0(r, r_0)} \int_0^x dx' \int d^2\rho' G(r, r') \epsilon_1(r') W_T^0(r', r_0), \quad (16)$$

где

$$r' = \{x', \rho'\}, \quad \rho' = \{y', z'\}, \quad G(r, r') = [4\pi(x - x')]^{-1} W_T^0(r, r').$$

Рассмотрим случай, когда приемник (расположенный в точке r) находится в зоне геометрической тени относительно передатчика. Величина флуктуаций комплексной фазы, определенная выражением (16), существенным образом зависит от вертикальной структуры $\epsilon_1(x, y, z)$. Если в $\epsilon_1(r)$ присутствуют составляющие с малыми вертикальными масштабами $l_z \ll m/k$, то происходит резонансное рассеяние в высоких слоях тропосферы, что соответствует механизму дальнего тропосферного распространения (ДТР), описываемого теорией Букера—Гордона [5]. В этом случае флуктуации уровня V очень велики.

Для того чтобы дисперсия флуктуаций уровня $\langle V^2 \rangle$ в (14) была мала, следует подавить интенсивность мелкомасштабных флуктуаций в $\epsilon_1(x, y, z)$, т. е. выбрать время усреднения достаточно большим. При этом для минимальных вертикальных масштабов неоднородностей $\epsilon_1(x, y, z)$, связанных со временем усреднения соотношением $l_z = \sigma_{v_z} T$, должно выполняться неравенство $l_z \gg m/k$, что приводит к ограничению на время усреднения

$$T \gg m/k\sigma_{v_z}. \quad (17)$$

В этом случае, в отличие от обычного механизма ДТР [5], рассеяние происходит в области тропосферы, находящейся в тени относительно приемника и передатчика. Множитель ослабления $W_T(r, r_0)$ и функций Грина $G(r, r')$ в этом случае представляются в виде ряда нормальных волн (см. [4], с. 249), в котором основным является первый член

$$W_T(x, x', \rho, \rho') = -2e^{i\pi/4} \sqrt{\frac{\pi m(x - x')}{a} \frac{m}{k} \frac{\chi(z)\chi(z')}{N}} \times \\ \times \exp \left[i \frac{k}{2} \frac{(y - y')^2}{x - x'} + iq \frac{x - x'}{2k} - \gamma_T(x - x') \right]. \quad (18)$$

Для оценки интеграла (16) ограничимся случаем нормальной рефракции, когда $\varepsilon_T(z) = 2z/a$, $q = (k^2/2m)\tau_1 e^{i\pi/3}$, $\tau_1 = 2,338$, $N = -(4m/k) \times \sqrt{\tau_1} e^{-i\pi/3}$, $\chi(z) = \psi_1(\tau_1 e^{i\pi/3} - kz/m)$ — функция Эйри—Фока [4]. Выполним интегрирование в (16) и усредним по реализациям $\varepsilon_1(x, y, z)$ в предположении о статистической однородности флуктуаций $\varepsilon_1(x, y, z)$.

При выполнении неравенства

$$T \gg \sqrt{\lambda x}/v_{\perp} \quad (19)$$

для дисперсии флуктуаций уровня получаем

$$\langle V^2 \rangle = 4 \cdot 10^{-4} \pi^{3/2} C_{\varepsilon}^2 L_{\perp}^{-7/3} x^3, \quad (20)$$

где $L_{\perp} = v_{\perp} T$, C_{ε} — структурная постоянная флуктуаций $\varepsilon_1(x, y, z)$. При этом предполагалось, что для структурной функции флуктуаций диэлектрической проницаемости $\varepsilon_1(\mathbf{r})$ выполняется закон 2/3 (см. [5], с. 77), т. е. спектр имеет вид (5).

При выполнении неравенств

$$4 \cdot 10^{-4} C_{\varepsilon}^2 v_{\perp}^{-7/3} x^3 T^{-7/3} \ll 1; \quad (21)$$

$$k^2 C_{\varepsilon}^2 v_{\perp}^{8/3} T^{8/3} \ll 1; \quad (22)$$

$$T \gg \max \{ m/k\sigma_{v_z}, \sqrt{\lambda x}/v_{\perp}, v_{\perp}/k\sigma_{v_z}^2 \} \quad (23)$$

в уравнении (10) можно $\langle \varepsilon_M(x, y, z) \rangle_T$ заменить на $\varepsilon_T(z)$, не совершая при этом большой ошибки в определении амплитуды $W_T(\mathbf{r})$. Подставляя $C_{\varepsilon} \sim C_{\varepsilon_1} = 10^{-14} \text{ см}^{-2/3}$, $\lambda = 10 \text{ см}$, $T = 20 \text{ с}$, $v_{\perp} = 10 \text{ м/с}$, $\sigma_{v_z} = 1 \text{ м/с}$, получим, что основное неравенство (21) выполняется на дистанциях $x \leq 10^3 \text{ км}$.

3. Таким образом, задача о нахождении когерентной за время T составляющей поля сведена к решению уравнения (15). Входящая в (15) величина $\varepsilon_T(z)$ есть результат усреднения ε за конечное время T и является, вообще говоря, случайной функцией, в спектре которой остались только крупномасштабные составляющие с $\kappa_z < \kappa_z^0 = 1/\sigma_{v_z} T$.

Представим ее в виде

$$\varepsilon_T(z) = \langle \varepsilon_T(z) \rangle + \Delta\varepsilon(z), \quad \langle \Delta\varepsilon(z) \rangle = 0 \quad (24)$$

и рассмотрим в качестве примера случай, когда $\langle \varepsilon_T(z) \rangle \equiv \varepsilon_0(z) = 2z/a$.

Для определения постоянных распространения q и высотных функций $\chi(z)$ воспользуемся результатами теории возмущений, изложенной в работе [7]. Представим q и χ в виде

$$q = q_0 + \delta q; \quad (25)$$

$$\chi(z) = \chi_0 \exp \left\{ \int_0^z dz' \zeta(z') \right\}, \quad (26)$$

где q_0 и χ_0 соответствуют невозмущенному уравнению (16) с $\varepsilon_T(z) = \varepsilon_0(z)$, а случайные поправки δq и $\zeta(z)$ определяются выражениями [7]

$$\delta q = - (k^2/N) \int_0^z dz' \Delta\varepsilon(z') \chi_0^2(z'); \quad (27)$$

$$\zeta(z) = \frac{1}{\chi_0^2(z)} \int_0^z dz' [\delta q - k^2 \Delta\varepsilon(z')] \chi_0^2(z'). \quad (28)$$

Тогда, выделяя в $W_T(x, y, z, z_0)$ среднее по реализации значение W_0 , получим

$$W_T(x, y, z, z_0) = W_0(x, y, z, z_0) \exp \left\{ i \frac{\delta q}{2k} x + \int_0^z dz' \zeta(z') + \int_0^{z_0} dz' \zeta(z') \right\}. \quad (29)$$

Как видно из (27)—(29), в силу центральной предельной теоремы случайная величина W_T распределена по логарифмически- нормальному закону. Следует отметить, что такое распределение наблюдается в эксперименте. Например, следуя данным (см. [2], с. 31), интегральное распределение амплитуды сигнала, определенное за интервал времени $—1 \div 5$ минут, подчиняется логарифмически-нормальному закону.

Совмещая для уменьшения громоздкости дальнейших выкладок высоты приемника и передатчика ($z=z_0$), рассмотрим среднюю по ансамблю реализаций интенсивность \bar{J}_T когерентной составляющей за время T :

$$\begin{aligned} \bar{J}_T = \langle W_T^2 \rangle = |W_0|^2 \exp \left\{ -\frac{x^2}{8k^2} \langle (\delta q - \delta q^*)^2 \rangle + \right. \\ \left. + i \frac{x}{k} \left\langle (\delta q - \delta q^*) \int_0^z dz' [\zeta(z') + \zeta^*(z')] \right\rangle + \right. \\ \left. + 2 \int_0^z dz' \int_0^z dz'' \langle [\zeta(z') + \zeta^*(z')] [\zeta(z'') + \zeta^*(z'')] \rangle \right\}. \end{aligned} \quad (30)$$

Здесь

$$\begin{aligned} |W_0|^2 = \frac{\pi m x}{4a\tau_1} \left| w_1 \left(\tau_1 e^{i\pi/3} - \frac{kz}{m} \right) \right|^2 \times \\ \times \left| w_1 \left(\tau_1 e^{i\pi/3} - \frac{kz_0}{m} \right) \right|^2 \exp \left(-\frac{m x}{a} \tau_1 \sqrt{3} - \Gamma x \right), \end{aligned}$$

$\Gamma = 2\gamma_T$ — дополнительный декремент затухания, обусловленный переходом энергии сигнала в некогерентную составляющую, он вычисляется по формуле (11) со спектром $\Phi_\varepsilon(\mathbf{x})$, заданным в виде

$$\Phi_\varepsilon(\mathbf{x}) = \frac{0,063 \sigma_\varepsilon^2 L_z L_\perp^2}{(1 + x_\perp^2 L_\perp^2 + x_z^2 L_z^2)^{11/6}} \quad (L_\perp = v_\perp T, \quad L_z = \sigma_{v_z} T).$$

При этом пределы интегрирования в (11) можно распространить до бесконечности, тогда для Γ следует выражение

$$\Gamma = 2\gamma_T = 0,374 \sigma_\varepsilon^2 k^2 L_\perp.$$

Выпишем в качестве примера выражение для одного из корреляторов, входящих в (30):

$$\begin{aligned} \int_0^z dz' \int_0^z dz'' \langle \zeta(z') \zeta(z'') \rangle = \langle (\delta q^2) \rangle \left(\int_0^z \frac{dz'}{\chi_0^2(z')} \int_0^{z'} dz'' \chi_0^2(z'') \right)^2 - \\ - 2 \frac{k^4}{N} \int_0^z \frac{dz'}{\chi_0^2(z')} \int_0^{z'} dz_1 \chi_0^2(z_1) \int_0^{z'} \frac{dz''}{\chi_0^2(z'')} \int_0^{z''} dz_2 \chi_0^2(z_2) \int_0^\infty dz_3 \chi_0^2(z_3) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \langle \Delta \varepsilon(z_2) \Delta \varepsilon(z_3) \rangle + k^4 \int_0^\infty \frac{dz'}{\gamma_0^2(z')} \int_0^z \frac{dz''}{\gamma_0^2(z'')} \int_0^{z'} dz_1 \int_0^{z''} dz_2 \gamma_0^2(z_1) \times \\ & \times \gamma_0^2(z_2) \langle \Delta \varepsilon(z_1) \Delta \varepsilon(z_2) \rangle. \end{aligned} \quad (31)$$

Остальные слагаемые в показателе экспоненты (30) выражаются аналогичным образом.

После выполнения достаточно громоздких вычислений, немного упрощенных при выполнении неравенства

$$z \ll m/k\sqrt{\tau_1}, \quad (32)$$

для \bar{J}_T можно получить выражение

$$\begin{aligned} \bar{J}_T = J_0 \exp \left\{ -\frac{x^2}{8k^2} \langle \delta q - \delta q^* \rangle + \frac{ixz^2}{6k} [\langle (\delta q)^2 \rangle - \langle (\delta q^*)^2 \rangle] + \right. \\ \left. + i \frac{kz^4 x}{90m^2} [\tau_1 e^{-i\pi/3} \langle (\delta q^*)^2 \rangle - \tau_1 e^{i\pi/3} \langle (\delta q)^2 \rangle] + \frac{ikxz^4}{50m^2} \tau_1 \sqrt{3} \langle \delta q \delta q^* \rangle + \right. \\ \left. + \frac{z^4}{18} \langle (\delta q + \delta q^*)^2 \rangle \right\}. \end{aligned} \quad (33)$$

Для определения поправок δq удобно ввести трансформанту Фурье

$$\tilde{\varepsilon}(x_z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz \exp(-ix_z z) \Delta \varepsilon(z). \quad (34)$$

Тогда

$$\delta q = -k^2 \int_{-\infty}^{\infty} dx_z \tilde{\varepsilon}(x_z) V(x_z), \quad (35)$$

где функция

$$V(x_z) = \frac{1}{N} \int_0^\infty dz \exp(ix_z z) \gamma_0^2(z) \quad (36)$$

имеет смысл коэффициента перерасеяния из первого мода в самого себя на неоднородностях $\Delta \varepsilon(z)$ с масштабами $l_z = 2\pi/x_z$.

Согласно неравенству (17), в случайную компоненту вертикальной стратификации $\Delta \varepsilon(z)$ дают вклад достаточно крупномасштабные неоднородности с $x_z \ll k/m$. В этом случае для $V(x_z)$ следует асимптотическое разложение

$$V(x_z) = 1 + \frac{i}{3} x_z \frac{m}{k} \tau_1 e^{i\pi/3} + O \left[\left(\frac{x_z m}{k} \right)^2 \right]. \quad (37)$$

Определим спектральную плотность флуктуаций $\Delta \varepsilon(z)$:

$$\Phi_1 = \sqrt{2\pi} \sigma_{\Delta \varepsilon}^2 L_z \exp \left(-\frac{x_z^2 L_z^2}{2} \right), \quad (38)$$

где $L_z = \sigma_{\nu_z} T$. Подставляя (37) в (32), вычислим корреляторы, входящие в (33), с учетом спектра (38). Для средней интенсивности это дает

$$\bar{J}_T = J_0(r, r_0) \exp \left[x^2 \frac{3\pi\sigma_{\Delta \varepsilon}^2 m \tau_1^2}{4L_z^2} - x \frac{\sigma_{\Delta \varepsilon}^2 k^5 z^4 \tau_1 \sqrt{3}}{180 m^2} + \frac{4}{3} \pi \sigma_{\Delta \varepsilon}^2 (zk)^4 \right]. \quad (39)$$

Область применимости выражения (39) в соответствии с теорией возмущений должна определяться малостью поправок второго порядка для $W_T(x, y, z, z_0)$. Из анализа выражений (30), (33) при выполнении неравенства (32) следует, что основную роль играют поправки второго порядка $\delta q^{(2)}$ к постоянным распространения, для которых приближенно

$$\delta q^{(2)} \simeq (m/k)^2 (\delta q)^2. \quad (40)$$

Учитывая, что $\delta q \sim k^2 \sigma_{\Delta\epsilon}$, удовлетворим требованию малости отброшенных членов в экспоненте, содержащих квадрат дистанции. Это приводит к неравенству

$$\sigma_{\Delta\epsilon}^3 k^2 x^2 m^2 \leq 1, \quad (41)$$

которое приближенно определяет область применимости (39). Подставляя значение $\sigma_{\Delta\epsilon}^3 = 0,3 \cdot 10^{-19}$, найдем, что неравенство (41) выполняется при $x \leq 150$ км для $\lambda = 10$ см и $x \leq 700$ км для $\lambda = 30$ см.

На рис. 1 представлена зависимость от расстояния средней интенсивности \bar{J}_T , рассчитанной по формуле (39) для двух длин волн $\lambda = 10$ см и $\lambda = 30$ см. При этом принимались следующие значения параметров: $z = z_0 = 10$ м, $\sigma_{\Delta\epsilon}^2 = 10^{-13}$, $L_z = 20$ м, $a = 8500$ км. Для сравнения на рис. 1 приведены дистанционные зависимости J_0 для этих же длин волн (кривая 1 — $J_0(10$ см), 2 — $J_0(30$ см), 3 — $J_T(10$ см), 4 — $\bar{J}_T(30$ см)). Как видно из рис. 1 и из выражения (39), наличие случайных градиентов диэлектрической проницаемости $d\epsilon/dz \sim \sigma_{\Delta\epsilon}/L_z$ приводит к резкому возрастанию интенсивности сигнала.

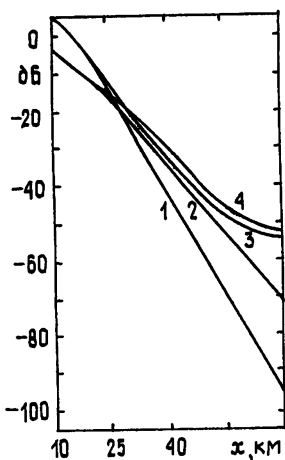


Рис. 1.

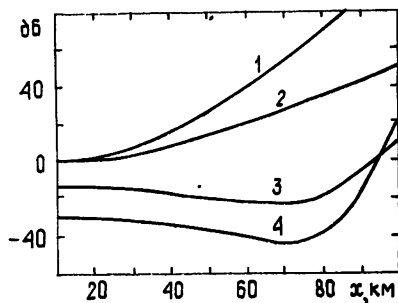


Рис. 2.

Используя выражения (29), (30), (39), вычислим дисперсию интенсивности

$$\sigma_J^2 = \bar{J}^2 - \bar{J}^2 = \bar{J}^2 \left[\exp \left\{ \frac{3}{2} \frac{\pi \sigma_{\Delta\epsilon}^2 x^2 m^2 \tau_1^2}{L_z^2} - \frac{x \sigma_{\Delta\epsilon}^2 k^5 z^4 \tau_1 \sqrt{3}}{90 m^2} - \frac{3}{2} \pi \sigma_{\Delta\epsilon}^2 (kz)^4 \right\} - 1 \right], \quad (42)$$

где $\bar{J}^2 = \langle |W_T|^4 \rangle$.

На рис. 2 при тех же значениях параметров построены дистанционные зависимости дисперсии интенсивности σ_J^2 и коэффициента вариации $\beta_J^2 = \sigma_J^2 / \bar{J}^2$, который характеризует относительные флуктуации

интенсивности (глубину «медленных» замираний) (кривая 1 — β_f^2 , $\lambda = 10$ см, 2 — β_f^2 , $\lambda = 30$ см, 3 — σ_f^2 , $\lambda = 30$ см, 4 — σ_f^2 , $\lambda = 10$ см). Как видно из рис. 2 и из формулы (42), дисперсия интенсивности пропорциональна величине средней интенсивности и растет с расстоянием пропорционально $\exp(3x^2 \sigma_{\Delta \epsilon}^2 m^2 c_1^2 / L_z^2)$.

Как нам представляется, формулы (39), (42) для \bar{J}_T и σ_f^2 позволяют объяснить экспериментально наблюдаемое увеличение глубины замираний по мере возрастания среднего уровня сигнала (см. [2], с. 29—30) и факт увеличения глубины замираний с ростом длины трассы до дистанций 200 км [8]. При этом должна наблюдаться высокая корреляция уровня сигнала с дисперсией флуктуаций показателя преломления $\sigma_{\Delta \epsilon}^2$ в приземном слое: интенсивность сигнала возрастает с увеличением $\sigma_{\Delta \epsilon}^2$, даже если средний градиент $d\epsilon/dz$ достаточно мал (нет волноводного распространения или повышенной рефракции). Этот рост интенсивности связан с многократным рассеянием первой нормальной волны на слоистых неоднородностях, вертикальные масштабы которых кратны $\Lambda_z \sim m/k$ — характерному вертикальному масштабу ее осцилляций. Принципиально это явление во многом аналогично явлению стохастического параметрического резонанса, рассмотренного в монографии [9].

ЛИТЕРАТУРА

1. Шифрин Я. С. Вопросы статистической теории антенн. — М.: Сов. радио, 1970.
2. Шур А. А. Характеристики сигнала на тропосферных радиолиниях. — М.: Связь, 1972.
3. Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. — М.: Наука, 1961.
4. Фок В. А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. — М.: Сов. радио, 1970.
5. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. — М.: Наука, 1967.
6. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. Случайные поля. — М.: Наука, 1978.
7. Кукушкин А. В., Фрейликер В. Д., Фукс И. М. Теория возмущений для спектра нормальных волн в слоисто-неоднородной среде. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 2, с. 192.
8. Дальнее тропосферное распространение ультракоротких радиоволн. /Под ред. Б. А. Введенского, М. А. Колосова, А. И. Калинина, Я. С. Шифрина. — М.: Сов. радио, 1965.
9. Кляцкин В. И. Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах. — М.: Наука, 1980.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
26 июля 1982 г.,
в окончательном варианте
12 апреля 1983 г.

THE EFFECT OF A RANDOM ATMOSPHERIC STRATIFICATION ON THE VHF COHERENT COMPONENT BEYOND THE HORIZON

A. V. Kukushkin, V. D. Freilikher, I. M. Fuks

It is shown that the presence of sufficiently strong anisotropic fluctuations in the refractive index, characterised by spatial scale sizes of a few hundred meters, is reduced to problem solution on decimetre wave propagation through random stratified medium. The effect of this random stratification upon the signal intensity in a «closerange» ($x \sim 10^2$ km) umbral zone has been evaluated. The signal grows with increase of large-scale refractive index fluctuations growing even when the regular (i. e. Average) gradient of refractive index is insignificant, hence the degree of refraction normal or subnormal.