ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVI, № 8 *РАДИОФИЗИКА* *1983*

УДК 533 951

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ, РАВНОМЕРНО ДВИЖУЩИХСЯ В СРЕДАХ С ПРОСТРАНСТВЕННО-ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ

В. А. Буц

Показано, что при равномерном движении заряженных частиц через пространственно-периодические среды возможно излучение, отсутствующее в слоисто-неоднородной среде и отличающееся от переходного излучения При таком механизме излучения эффективность преобразования энергии релятивистского электронного пучка в энергию электромагнитного поля выше, чем при переходном излучении.

При равномерном движении заряженных частиц через среды с периодической неоднородностью возникает переходное излучение (ПИ). Исследованию механизма ПИ посвящено большое количество работ. Полная информация о полученных к настоящему времени результатах по этому вопросу дана в обзоре [1].

В настоящей работе показано, что при равномерном движении заряженных частиц через среды с пространственно-периодической неоднородностью возможно излучение, которое отсутствует в слоисто-неоднородной среде и отличается от ПИ.

Физическую причину возникновения излучения можно понять из следующих простых соображений. При распространении волны в среде со слабой пространственно-периодической неоднородностью возникает периодическая перекачка энергии этой волны в энергию волны, соответствующей минус первому порядку дифракции, и обратно. Фазовые скорости этих взаимодействующих волн совпадают с фазовыми скоростями волн в однородной среде, а амплитуды становятся периодическими функциями координат (см., например, [2, 3]). Волну, амплитуда которой периодически меняется, можно представить в виде суммы двух волн с постоянными амплитудами — медленной и быстрой. Если фазовая скорость медленной волны будет меньше скорости заряженной частицы, возникнет излучение. Отметим, что ПИ в периодически неоднородной среде также возникает через медленные волны. Однако механизм возникновения медленной волны при этом другой. Рассматриваемый механизм излучения будем называть механизмом дифракционного черенковского излучения (ДЧИ).

I. Рассмотрим заряд $\rho = Q\delta(z - vt)\delta(x)\delta(y)$, движущийся в среде, диэлектрическую проницаемость которой представим в виде $\varepsilon=\varepsilon_0 + 2q\cos \boldsymbol{\varkappa r}$ $(q \ll 1)$. Будем называть среду слоисто-неоднородной, если только одна компонента вектора $\boldsymbol{\varkappa}$ отлична от нуля. Если же не равны нулю две или все три компоненты вектора $\boldsymbol{\varkappa}$, будем говорить, что среда имеет пространственную неоднородность. Для отыскания полей во всем пространстве, за исключением точек, в которых находится заряд, из уравнений Максвелла получим следующее уравнение:

$$\Delta E - \frac{\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \nabla\left[E\frac{\nabla\varepsilon}{\varepsilon}\right] = 0. \qquad (1)$$

Воспользуемся методом связанных волн, и решение уравнения (1) будем искать в виде

$$E = \int \mathcal{E}_k(z)\,\delta(D)\exp(-i\omega t + i\boldsymbol{kr})\,d\omega d\boldsymbol{k}, \tag{2}$$

где $D \equiv (\omega^2 c^{-2})\varepsilon_0 - \boldsymbol{k}^2$.

Решение (2) отличается от обычного разложения поля в интеграл Фурье (которое, например, используется для решения задачи о переходном рассеянии [1]) тем, что, во-первых, амплитуды компонент считаются медленными функциями координаты z, во-вторых, волновые векторы и частоты компонент Фурье не являются независимыми, а связаны дисперсионным соотношением для волн в однородной среде ($D = 0$). Таким образом, полное поле представлено в виде суперпозиции волн, которые могут независимо распространяться в однородной среде. Тем самым исключен из рассмотрения эффект обычного ПИ. Действительно, ПИ в периодически неоднородных средах идет через виртуальные волны [1], т. е. такие волны, которые не являются собственными волнами однородной среды (частота и компоненты волнового вектора этих волн не удовлетворяют дисперсионному уравнению $D=0$). Будем считать, что фазовые скорости всех волн, входящих в решение (2), больше скорости частицы v. Тем самым исключаем из рассмотрения и эффект Вавилова — Черенкова (В — Ч).

Подставим решение (2) в уравнение (1) и, воспользовавшись тем фактом, что при распространении волн в средах со слабой пространственно-периодической неоднородностью эффективное взаимодействие происходит только между распространяющейся волной и волной, которая соответствует минус первому порядку дифракции [3], получим

$$\begin{gathered}\frac{\partial \mathcal{E}_k}{\partial z} = -\frac{\omega^2 q}{2ik_z c^2}\mathcal{E}_{k-\varkappa} + \frac{q\boldsymbol{k}}{k_0 2i\varepsilon_0}(\boldsymbol{\varkappa}\mathcal{E}_{k-\varkappa}),\\ \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{k-\varkappa}}{\partial z^2} + 2i(k_z - \varkappa_z)\frac{\partial \mathcal{E}_{k-\varkappa}}{\partial z} = -\frac{\omega^2 q}{c^2}\mathcal{E}_k - \frac{q}{\varepsilon_0}(\boldsymbol{k} - \boldsymbol{\varkappa})(\boldsymbol{\varkappa}\mathcal{E}_k).\end{gathered} \tag{3}$$

Решение системы (3) имеет вид

$$\begin{gathered}\mathcal{E}_k = \sum_{j=1}^{N} A_j \exp(i\delta_j z), \quad \mathcal{E}_{k-\varkappa} = \sum_{j=1}^{N} A_{1j}\exp(i\delta_j z),\\ A_{1j\alpha} = \sum a_{\alpha\beta} A_{\beta}, \quad \alpha, \beta = \{x, y, z\},\end{gathered} \tag{4}$$

где δ_j — характеристические корни линейной системы (3), N — число характеристических корней, $a_{\alpha\beta}$ — известные постоянные, постоянные $A_{j\beta}$ должны быть определены из граничных условий.

Прежде чем использовать граничные условия, проведем некоторые преобразования. Введем замены $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$, $k_x = k_\perp\cos\varphi$, $k_y = k_\perp\sin\varphi$, $A_{xj} = A_{\perp j}\cos\varphi$, $A_{jy} = A_{\perp}\sin\varphi$, $E_x = E_r\cos\varphi$, $E_y = E_r\sin\varphi$ и воспользуемся стандартными свойствами функций Бесселя. Тогда после интегрирования по φ и по $k_\perp$ получим следующее выражение для компоненты E_r:

$$E_r = \frac{\pi i}{2}\sum_{j=1}^{N}\int_{-\infty}^{\infty} A_{j\perp} H(k_\perp r)\exp[-i\omega t + i(k_z + \delta_j)z]\,d\omega dk_z, \tag{5}$$

где

$$H = \begin{cases} H_1^{(1)}(k_\perp r), & \omega > 0\\ -H_1^{(2)}(k_\perp r), & \omega < 0\end{cases} \quad k_\perp = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0 - k_z^2}.$$

Дальнейший ход решения практически не отличается от изложенного в [4]. Подставляя выражение (5) в граничное условие

$$\lim_{r\to 0} r\varepsilon_0 E_r = 2Q\delta(z-vt), \tag{6}$$

находим

$$A_{j\perp} = (k_\perp Q/\pi v\varepsilon_0)\,\delta(k_z + \delta_j - \omega/v). \tag{7}$$

В результате для компонент полей и для энергии излучения на длине dl получаем:

$$E_z = \frac{Q}{2c^2}\sum_{j=1}^{m}\int\left[1-\frac{1}{\beta^2\varepsilon_{\text{э}j}}\right]\Phi_j \exp\left[-i\omega\left(t-z/v\right)\right]\omega d\omega, \quad H_\varphi = (v/c)\,E_r,$$

$$E_r = \frac{Q}{2v}\sum_{j=1}^{m}\int \exp\left[-i\omega\left(t-z/v\right)\right]\frac{\partial\Phi_j}{\partial r}\,d\omega, \tag{8}$$

$$\frac{dW}{dl} = \frac{Q}{c^2}\sum_{j=1}^{m}\int\omega\left[1-\frac{1}{\beta^2\varepsilon_{\text{э}j}}\right]d\omega,$$

где

$$\Phi_j = \begin{cases} H_0^{(1)}(x_j), & \omega > 0, \quad x_j = (\omega/v)\,r\sqrt{\beta^2\varepsilon_{\text{э}j}-1}, \\ -H_0^{(2)}(x_j), & \omega < 0, \quad \varepsilon_{\text{э}j} = \varepsilon_0 + 2\,(\delta_j c^2/\omega v), \ \beta = v/c, \ m < N. \end{cases}$$

Суммирование в (8) необходимо проводить только по действительным положительным характеристическим числам. Действительно, отрицательные и комплексные характеристические числа приводят либо к экспоненциально нарастающим, либо к экспоненциально затухающим полям. Затухающими пренебрегаем, а нарастающие должны быть исключены в силу условия излучения на бесконечности.

Каждое слагаемое в (8) полностью совпадает с соответствующим выражением при излучении В — Ч. Однако это не полное поле. Имеется еще поле минус первого порядка дифракции, компоненты Фурье которого определены в (4).

Анализируя полученные результаты, необходимо, по-видимому, заметить следующее. В общем случае наличие пространственной неоднородности приводит к тому, что в задаче об излучении заряженной частицы в такой среде нет аксиальной симметрии. Однако при малой величине q ($q \ll 1$) в том приближении, которое использовано выше, неоднородность приводит только к изменению фазовой скорости волны. Это наиболее сильное проявление неоднородности. Поэтому в рассматриваемом приближении нарушением аксиальной симметрии в задаче можно пренебречь. Это приближение удобно, так как позволяет многие особенности ДЧИ сформулировать, используя хорошо изученный эффект черенковского излучения.

Сформулируем основные свойства ДЧИ.

1) Условие возникновения излучения имеет вид условия В — Ч, $\beta^2\varepsilon_{\text{э}} = 1$. Из выражений для $\varepsilon_{\text{э}}$ следует, что в общем случае излучение возможно и при $\varepsilon_0 < 1$.

2) Спектр возбуждаемых колебаний узок. Действительно, все участвующие в процессе излучения волны являются собственными. Этот факт является исходным при выборе вида решения (1) и используется при получении уравнения (3). Из него следует, что одновременно должны выполняться условия

$$(\omega/c)^2\varepsilon_0 - k^2 = 0, \qquad (\omega/c)^2\varepsilon_0 - (k-\varkappa)^2 = 0. \tag{9}$$

Из этих условий при $k_x \sim k_y \ll \omega/c$ следует

$$k_z = (\varkappa_x^2 + \varkappa_y^2 + \varkappa_z^2)/2\varkappa_z, \tag{10}$$

т. е. проекция волнового вектора на направление движения частицы, а вместе с ней и частота излучения $\omega = k_z v$ полностью определяются характеристиками неоднородной среды. Условия (9) справедливы с точностью до величин, пропорциональных $\delta \sim q^s$, где $s \leqslant 1$. Величиной δ будет определяться и ширина спектра возбуждаемых колебаний $\Delta\omega \simeq q^s\omega$. Отметим, что частота ПИ определяется не только периодом неоднородности, но и энергией частицы $\omega = 2\varkappa\gamma^2$ [1,5,6].

3) Для ДЧИ характерно наличие двух конусов излучения. Первый, основной конус, образован медленной волной, которая находится в синхронизме с частицей. Этот конус полностью аналогичен конусу при черенковском излучении. Наличие второго определяется тем, что часть энергии возбуждаемой медленной волны переходит в энергию волны, соответствующую минус первому порядку дифракции. Образующие этого конуса при $k_z = \varkappa_z$ перпендикулярны траектории движения частицы.

Интересно, что, как следует из решений (3), плотность энергии в этом конусе может превосходить плотность энергии поля в основном конусе. Это соответствует случаю образования резонансных волн (РВ) [9]. Наличие дополнительного конуса излучения позволяет легко отличить рассматриваемый механизм излучения от других. Следует, однако, иметь в виду, что РВ формируется достаточно большим объемом. Поэтому плотность энергии во втором конусе может стать равной или больше плотности энергии в основном конусе только тогда, когда путь, проходимый излучающей частицей (L), будет достаточно большим: $L \gg \lambda/d\sqrt{\beta^2\varepsilon_э - 1}$, где λ — длина излучаемой волны; $2\pi/\varkappa = d$ — характерный размер неоднородности.

4) Рассматриваемое излучение в слоисто-неоднородной среде ($\varkappa_x = \varkappa_y = 0$) не существует. Действительно, в такой среде волной, соответствующей минус первому порядку дифракции, является волна, отраженная по Бреггу. Обе связанные волны при этом экспоненциально затухают с увеличением z. Это означает, что характеристические корни δ_j чисто мнимые и медленных волн нет.

В качестве примера рассмотрим задачу об излучении электрона, проходящего через кристалл, векторы обратной решетки которого удовлетворяют условию $\varkappa_z^2 = \varkappa_x^2 + \varkappa_y^2$. При этом $k_z = \varkappa_z$ и из системы (3) получим всего один действительный характеристический корень:

$$\delta_1 = (\omega/c)\,(q)^{2/3}(2)^{-1/3}. \tag{11}$$

Используя соотношения (4), получаем выражение для A_1:

$$A_1 = (2)^{2/3}\,(q)^{-1/3}\,A. \tag{11a}$$

Для излучения с длиной волны $\lambda = (2\pi/\varkappa) \simeq 10^{-8}$ *см* можно считать $\varepsilon_0 = 1$, а степень неоднородности $q \simeq \omega_p^2/\omega^2 \simeq 10^{-6}$. Тогда для электрона с энергией $\gamma \geqslant 10^2$ из формулы (8) найдем следующее значение энергии, теряемой частицей на излучение:

$$dW/dl = (2\pi e/\lambda)^2 q^{4/3} \simeq 10^{-9}\ эрг/см. \tag{12}$$

Эта энергия сосредоточена в узком частотном интервале $\Delta\omega \sim 10^{-4}\ \omega$. Здесь мы не учитываем энергию, которая перешла на второй конус, так как для того, чтобы она стала существенной, толщина кристалла, через который проходит частица, должна быть значительно больше сантиметра, $L \gg \lambda/q^{4/3}$. Для сравнения отметим, что в оптическом диапазоне ($\lambda = 5\cdot10^{-5}$ *см*) частица теряет такую энергию в интервале частот $\Delta\omega \simeq \omega/4$.

II. Рассмотрим теперь задачу об усилении электромагнитных волн, которые распространяются вдоль плоского диэлектрического волновода $-\infty < z < \infty$, $a \leqslant x \leqslant -a$, ограниченного металлическими поверхностями ($x = \pm a$). Вдоль такого волновода движется релятивистский электронный пучок (РЭП), полностью заполняющий сечение волновода. Вся система помещена в сильное внешнее магнитное поле. Для определенности в качестве диэлектрика рассмотрим плазму. Будем считать, что единственная отличная от нуля и единицы компонента тензора диэлектрической проницаемости имеет вид

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_0 + 2q\cos(\varkappa x + \xi z), \tag{13}$$

где $\varepsilon_0 = 1 - \omega_p^2/\omega^2$, $1 \gg q = (1/2)(\omega_p^2/\omega^2)(\Delta n/n)$, n — плотность электронов плазмы, Δn — неоднородность плотности плазмы. Замкнутая система уравнений, описывающая пространственно-временную нелинейную динамику усиления электромагнитных волн РЭП, состоит из уравнений для поля

$$\Delta E - \frac{\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \nabla\left[(\varepsilon - 1)\frac{\partial E_z}{\partial z} + E_z\frac{\partial\varepsilon}{\partial z}\right] = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial j}{\partial t} + 4\pi\nabla\rho \equiv F \tag{14}$$

и уравнений движения для частиц пучка, которые выпишем ниже. Изменение амплитуды, распространяющейся вдоль волновода волны, происходит за счет неоднородности плазмы и взаимодействия волны с пучком. Пусть изменение амплитуды вследствие неоднородности происходит на меньших характерных расстояниях, чем за счет взаимодействия поля с пучком. Будем называть нулевым приближением процесс распространения волн в волноводе без учета неоднородности и пучка, первым приближением — распространение волн с учетом взаимодействия волн через неоднородность, вторым приближением — учет взаимодействия волн с пучком. В соответствии с принятой терминологией в первом приближении, пользуясь методом связанных волн, решение можно искать в виде

$$E_z = \sum_n A_n(z)\exp(ik_z z)\cos\left(\frac{k_n}{a}x\right) + \sum_n B_n(z)\times$$
$$\times\exp[i(k_z - \xi)z]\cos\left(\frac{k_n}{a} - \varkappa\right)x, \tag{15}$$

где $k_n = \pi(n + 1/2)$, а k_n, $\varkappa$, ξ и k_z связаны соотношениями

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2\right)\varepsilon_0 - \frac{k_n^2}{a^2} = 0, \quad \frac{\omega^2}{c^2} - (k_z - \xi)^2 - \left(\frac{k_n}{a} - \varkappa\right)^2\frac{1}{\varepsilon_0} = 0, \tag{16}$$

где $\varkappa = (\pi/a)(n - m)$; n, m — целые числа. Из (16) следует, что в выражении (15) учитываются только распространяющиеся (собственные) волны, а также тот факт, что наиболее эффективное взаимодействие распространяющейся волны происходит с волной, которая соответствует минус первому порядку дифракции (см. (2), (3)). Из (14) для определения медленно меняющихся величин A_n и B_n получим следующие уравнения:

$$2ik_z\varepsilon_0\frac{\partial A_n}{\partial z} + \frac{q}{2}\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2\right)B_n = 0,$$
$$\frac{\partial^2 B_n}{\partial z^2} + 2i(k_z - \xi)\frac{\partial B_n}{\partial z} + \frac{q}{2\varepsilon_0}\left[\frac{\omega^2}{c^2} - (k_z - \xi)^2\right]A_n = 0. \tag{17}$$

Подставим в уравнения (17) $A_n = Ae^{i\delta z}$, $B_n = Be^{i\delta z}$ (A и B — константы). Имея в виду второе приближение, можно положить $k_z = \omega/v$. Если, кроме того, положить $(\xi - k_z) = \delta$, то для единственного действительного положительного корня получим следующее простое выражениe:

$$\delta = \frac{\omega}{c}\,\frac{1}{2}\left(\frac{q}{\varepsilon_0\gamma}\right)^{2/3}. \tag{18}$$

Если $(\xi - k_z) > \delta$, то $\delta = (q/4\varepsilon_0\gamma)(\omega/c)^{3/2}(\xi - k_z)^{-1/2}$. Поскольку в выражении для δ стоит ε_0 в знаменателе, легче всего будут возбуждаться колебания на частотах, близких к ω_p. Отметим, что в ограниченном замагниченном плазменном волноводе при выполнении условий $\gamma > \sqrt{P}$, $(\omega_b/\omega_p)^{2/3} \ll \gamma^3(2{,}4\beta)^2 P^{-1}$, где $P = \omega_p^2 a^2/c^2$ — погонная плотность плазмы, плазменно-пучковая неустойчивость не развивается.

Во втором приближении, считая амплитуду A, в свою очередь, медленной функцией z, получаем следующую замкнутую систему уравнений для определения A:

$$\frac{dC}{d\xi} = \int_{-1}^{1}\int_{0}^{1} e^{2\pi i\tau}\cos(k_n y)\,d\tau_0 dy,$$

$$\frac{d\nu}{d\xi} = -\operatorname{Re}\left[Ce^{-2\pi i\tau}\cos k_n y\right], \qquad \frac{d\tau}{d\xi} = \frac{\nu}{2\pi}, \tag{19}$$

где

$$C = \frac{A\omega\varepsilon_0\theta}{2\pi e n_0 v_0}, \quad \tau = \frac{1}{2\pi}\left[\omega t_л - (k_z + \delta) z_л\right], \quad y = \frac{x}{a},$$

$$\xi = \frac{\omega}{v}\,\frac{\theta}{\gamma_0^2}\,z \qquad \theta^3 = \frac{\omega_b^2}{\omega^2}\,\frac{\gamma_0}{2\varepsilon_0}, \quad \nu = \frac{p_0 - p}{p},$$

p_0 — значение импульса электрона на входе в область взаимодействия с полем, p — импульс электрона.

Если пренебречь эффектами расслоения пучка, то уравнения (19) переходят в стандартные уравнения, которые получали и исследовали многие авторы (см., например, [7, 8]).

Выражение для коэффициента полезного действия η, определенного как отношение потока энергии электромагнитной волны $S_t = (c/8\pi)\int_{-a}^{a} E_x H_y^* \, dx$ к потоку энергии электронного пучка ($S_b = m_0 c^2(\gamma_0 - 1) v_0 n_b 2a$), имеет вид

$$\eta = \frac{\theta}{8}\,\frac{\gamma_0 + 1}{\gamma_0}\,|C|^2. \tag{20}$$

В общем случае уравнения (19) могут быть решены только численными методами. При малых значениях амплитуды поля, в линейном приближении, подставляя в (19) $C = \delta C_0 e^{i\Gamma\xi}$, $\nu = \delta\nu_0 e^{i\Gamma\xi}$, $\tau = \tau_0 + \delta\tau e^{i\Gamma\xi}$, находим

$$\Gamma^3 = 1/2. \tag{21}$$

Значение коэффициента усиления Γ не содержит q и полностью совпадает с коэффициентом усиления, полученным при анализе эффекта В — Ч. Следует, однако, помнить о тех приближениях, при которых была получена формула (21). Считалось, что характерные размеры, на которых происходит изменение поля за счет неоднородности, меньше характерного размера, на котором происходит усиление волны, т. е. должно выполняться условие $\lambda/\delta_1 \ll (v/\omega)(\gamma_0^2/\theta)$, где $2\pi/\varkappa \sim \lambda$ — длина волны возбуждаемых колебаний. Таким образом, степень неоднородности входит не только в условие излучения $[\beta(1+2(v/\omega)(\delta_1/\beta^2))]\geqslant 1$, но и ограничивает величину коэффициента усиления.

III. Для сравнения эффективности преобразования энергии электронного пучка в энергию электромагнитного поля при ПИ и ДЧИ рассмотрим задачу об усилении электромагнитных волн за счет ПИ. Механизм ПИ «работает» и тогда, когда не выполняется второе соотношение в формулах (16). Решение уравнения (14) в этом случае будем искать в более общем виде, чем решение (15):

$$E_z = \sum_{m,n} \mathcal{E}_{mn}(z)\cos\left[(k_n/a + m\varkappa)x\right]\exp\left[i(k_z + m\xi)z\right], \tag{22}$$

где

$$k_n = \pi(n + 1/2), \quad \varkappa = (\pi/a)k.$$

Так как не требуется выполнения второго равенства в (16), решение (22) содержит как собственные волны среды, так и виртуальные. Чтобы исключить ДЧИ, будем считать, что собственные волны не могут находиться в синхронизме с пучком. Подставим решение (22) в уравнение (14). Тогда, принимая в расчет, что в синхронизме с пучком находится только первая пространственная гармоника поля, продольный волновой вектор которой $k_z = \omega/v - \xi$, получаем замкнутую систему уравнений для определения амплитуд поля. Эта система отличается от системы (19) только тем, что вместо $\cos(k_n y)$ стоит функция $\cos(k_n + \varkappa a)y$. Для слоисто-неоднородной плазмы ($\varkappa = 0$) уравнения внешне полностью совпадают. Отличие заключается в нормировочных множителях. В системе, описывающей процесс ПИ, они следующие:

$$\begin{gathered}\mathcal{E}_{0n} = C\,\frac{2\pi e n_0 v}{\theta\omega\varepsilon_0}\,\Psi, \quad \theta = \frac{\omega_b^2}{\omega^2}\,\frac{\gamma}{2\varepsilon_0}\left(\Psi^2\,\frac{\lambda_+^2}{\lambda_0^2}\right),\\ \Psi = -\frac{q}{2}\,\frac{\lambda_0^2}{\lambda_+^2\,(\varepsilon_0 + P_n^2)}, \quad \lambda_0^2 = \frac{k_n^2}{a^2}, \quad \lambda_+^2 = -\,\varepsilon_0\,\frac{\omega^2}{v_0^2}\,\frac{1}{\gamma_0^2},\\ P_n = \left(\frac{v_0}{\omega a}\right)^2 \gamma_0^2\,(k_n + \varkappa a)^2.\end{gathered} \tag{23}$$

Выражение для коэффициента полезного действия η дается формулой (20), в которой величина θ должна быть определена формулой (23).

Отметим, что в работе [10] решена задача об усилении электромагнитной волны цилиндрическим РЭП, который проходит через слоисто-неоднородную плазму. Процесс усиления волны пучком, описанный в этой работе, совершенно аналогичен рассмотренному в этом разделе, а уравнения для амплитуд отличаются только геометрическим фактором.

Следует иметь в виду, что задачи об излучении на основе ПИ и ДЧИ рассмотрены при разных исходных предположениях. В первом случае считалось, что в синхронизме находится только одна из пространственных гармоник поля (первая), которая является виртуальной волной. Во втором взаимодействие пучка с виртуальными волнами не учитывалось (в решении (15) они просто отсутствуют), однако считалось, что, благодаря эффектам дифракции, одна из собственных волн стала достаточно медленной для взаимодействия с пучком. Наличие такого раздельного рассмотрения эффектов ПИ и ДЧИ привело к тому, что формулы, полученные для ДЧИ, не могут быть сведены к формулам ПИ ни при каком изменении параметров. Если, например, устремлять $\varkappa$ к нулю, то эффекты дифракции исчезнут, исчезнет замедление, а соответственно решение уравнений Максвелла в виде (15) не будет больше содержать медленных волн. Действительно, в этом случае второе соотношение в (16) или не выполняется, или при $\xi = 2k_z$ совпадает с первым. При этом величина δ оказывается чисто мнимой.

Отметим также, что, используя наиболее общее решение (22) и считая, что возможен синхронизм пучка как с медленной собственной волной, так и с виртуальной, можно получить общие формулы, которые содержат как эффекты ПИ, так и ДЧИ. Эти формулы довольно громоздки, а для их анализа приходится выписывать формулы, аналогичные (19) и (23). Поэтому выше эти эффекты рассмотрены отдельно.

Формулы (19)—(21) и (23) позволяют сравнить эффективность механизмов ПИ и ДЧИ для целей преобразования энергии электронного пучка в энергию электромагнитной волны. Для этого найдем отношения соответствующих размерных инкрементов и КПД:

$$\frac{\eta_{\text{пи}}}{\eta_{\text{дчи}}} = \frac{\gamma_{\text{пи}}}{\gamma_{\text{дчи}}} = \frac{\theta_{\text{пи}}}{\theta_{\text{дчи}}} = \Psi^{2/3} \sim q^{2\,3} \ll 1. \tag{24}$$

Таким образом, в рамках приближений, в которых получены формулы (20), (21), эффективность преобразования энергии электронного пучка в энергию электромагнитного поля при ДЧИ значительно выше, чем при ПИ.

ЛИТЕРАТУРА

1 Гинзбург В Л., Цытович В. Н.— УФН, 1978, **126**, № 4, с 553
2. Маркузе Д Оптические волноводы — М · Мир, 1974.
3. Померанцев Н. М — УФН, 1973, **III**, № 3, с. 507
4 Зрелов В. П. Излучение Вавилова—Черенкова — М: Атомиздат, 1968.
5 Файнберг Я. Б., Хижняк Н А — ЖЭТФ, 1957, **32**, № 4, с. 883.
6 Тер-Микаелян М. Л — ДАН СССР, 1960, **2**, с 312.
7. Онищенко И Н, Линецкий А. Р, Мацнборко Н Г, Шапиро В. Д, Шевченко В И.— Письма в ЖЭТФ, 1970, **12**, с. 407.
8. Братман В. Л, Гинзбург Н. С, Петелин М Н — Изв АН СССР. Сер Физическая, 1980, **44**, с. 1593.
9 Буц В. А, Мачехин Ю. П — Изв вузов — Радиофизика, 1977, **20** с. 1054; 1982, **25**, № 10, с. 1152.
10 Балакирев В. А, Буц В А., Огнивенко В. В., Толстолужский А. П. Изв вузов — Радиофизика, 1982, **25**, № 6, с. 712.

Поступила в редакцию
1 июня 1982 г.,
после доработки
9 февраля 1983 г.

RADIATION OF CHARGED PARTICLES UNIFORMLY MOVING IN MEDIA WITH SPATIAL-PERIODIC INHOMOGENEITY

V. A. Boots

Electromagnetic radiation is shown to be emitted when charged particles are uniformly moving through spatial-periodic media This radiation is absent in stratified nonuniform media and is differed from transition radiation. Effectivness of energy transform of a relativistic electron beam in energy electromagnetic field by this mechanism is greater than under the transition radiation.