$$+\int_Q^\infty \Phi_{mn}(\xi)\,d\xi+\frac{1}{ka}\sum_{p=-m^-}^{m^+}\varphi_m(\xi_p)\,\varphi_n(\xi_p)\,\frac{(p/\varkappa-h)^2}{\xi_p}\left(\ln\frac{Q-\xi_p}{\xi_p}+i\varkappa\right),$$

$$m^{\pm}=[\varkappa(1\pm h)].$$

Система уравнений (7) имеет вполне непрерывный в l_2 оператор, и для ее решения пригоден метод редукции. Матрица системы симметрическая, а матричные элементы удовлетворяют рекуррентному соотношению

$$A_{mn}=\sqrt{\frac{m}{n}(m-1)}\left(\frac{A_{m-1,\,n-1}}{\sqrt{n-1}}+\frac{A_{m-1,\,n+1}}{\sqrt{n+1}}\right)-\sqrt{\frac{m}{m-2}}\,A_{m-2,\,n}.$$

Для нахождения матрицы системы уравнений порядка N необходимо вычислять по интегральной формуле (8) только $3N$ матричных элементов. Решение редуцированной системы уравнений удовлетворяет закону сохранения энергии независимо от N.

Можно показать, что построенное решение получено в результате обращения «статической» части оператора, соответствующего задаче дифракции на одной ленте.

5. В качестве примера рассчитаны дисперсионные зависимости амплитуд основной волны и высших из распространяющихся гармоник прошедшего поля (рис. 2). Порядок N редуцированной системы зависит от kd. Абсолютная точность расчета амплитуд гармоник не хуже, чем 10^{-3} при $N=\mathrm{entier}(kd)$.

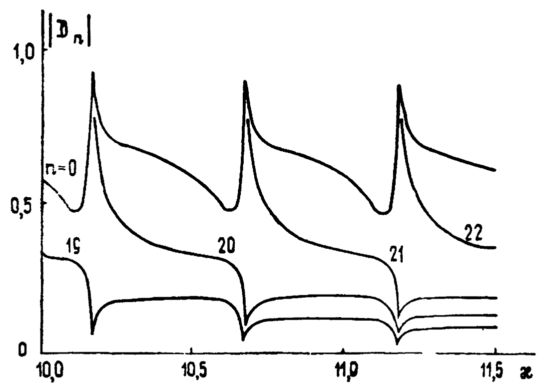

Рис 2. Дисперсионные зависимости амплитуд основной волны и высших из распространяющихся дифракционных гармоник в прошедшем поле, $\alpha=75°$, $d/a=0{,}05$.

Использованный подход может быть применен для решения задачи дифракции волн на решетке типа «жалюзи» [1] — без каких-либо принципиальных ограничений на геометрию структуры, т. е. и в том случае, когда между соседними лентами нет волноводной области, и для которого строгое решение в настоящее время еще не получено.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шестопалов В. П., Литвиненко Л. Н., Масалов С. А, Сологуб В. Г. Дифракция волн на решетках.— Харьков: ХГУ, 1973.
2. Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции.— М.: Мир, 1964.

Институт радиофизики и электроники АН УССР

Поступила в редакцию 10 ноября 1982 г.

УДК 621.372 823

О ВСТРЕЧНЫХ ПОТОКАХ МОЩНОСТИ В НЕКОТОРЫХ ДВУХСЛОЙНЫХ ИЗОТРОПНЫХ СТРУКТУРАХ

Г. И. Веселов, С. Б. Раевский

В ряде работ [1-3] отмечалось, что в сложных изотропных направляющих структурах при определенных условиях в пределах поперечного сечения могут существовать встречные потоки мощности. Рассмотрим процесс их образования на примерах двухслойных круглых экранированного и открытого диэлектрических волноводов.

Используя интегральные представления Бесселя и Шлефли [4] для цилиндрических функций 1-го и 2-го рода соответственно, компоненты полей во внешних слоях вышеуказанных волноводов приближенно записываем в виде бесконечных наборов конечных приращений

$$E_{r,\varphi} = \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \Delta E_{r,\varphi}^{(m,k)} + \delta E_{r,\varphi}^{(m)} \right\},$$
$$H_{r,\varphi} = \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \Delta H_{r,\varphi}^{(m,k)} + \delta H_{r,\varphi}^{(m)} \right\}, \tag{1}$$

которые в случае двухслойного экранированного волновода имеют вид

$$\Delta E_r^{(m,k)} = i\frac{\alpha_2}{4} \sum_{\nu=\pm 1} \left[E_{r_1}^{mk} \exp(i\nu\gamma_m) - E_{r_2}^{mk} \exp(i\nu q_m) + \right.$$
$$\left. + E_{r_2}^{km} \exp(i\nu q_k) + E_{r_1}^{km} \exp(i\nu\gamma_k) \right] \Delta\varphi_m \Delta\varphi_k \sin n\varphi \exp(-i\beta z); \tag{2}$$

$$\delta E_r^{(m)} = -i \left\{ \sum_{\nu=\pm 1} \frac{1}{2} \exp(i\nu t_{mn})[i\nu\alpha_2\beta A\, p_m(r_1) - \rho B s_n'(r_1)] - \right.$$
$$\left. - \alpha_2\beta A \zeta_m'(r) - \rho B \xi_m(r_1) p_m(r) \right\} \sin n\varphi\, \Delta\varphi_m \exp(-i\beta z), \tag{3}$$

где α_2 и β — поперечное и продольное волновые числа, r_1 — радиус внутреннего слоя;

$$E_{r_{1,2}}^{mk,km} = \beta A \sin\varphi_{m,k} \pm \omega\mu n r^{-1} B \sin\varphi_{k,m}, \tag{4}$$

A и B — амплитудные коэффициенты электрического и магнитного векторов Герца, описывающих поле во внешнем слое, n — число вариаций поля по азимутальной координате, верхний знак в (4) соответствует первому индексу, нижний — второму;

$$\gamma_{m,k} = \pm \alpha_2 r \sin\varphi_{m,k} + \theta_{k,m}^{\mp}, \quad q_{m,k} = \alpha_2 r \sin\varphi_{m,k} + \Omega_{k,m},$$
$$t_{mn} = \alpha_2 r \sin\varphi_m - n\varphi_m.$$

Здесь верхние знаки соответствуют первым индексам, нижние — вторым:

$$\theta_{m,k}^{(\pm)} = \pm \alpha_2 r_1 \sin\varphi_{m,k} + n(\varphi_k - \varphi_m), \quad \Omega_{m,k} = \alpha_2 r_1 \sin\varphi_{m,k} - n(\varphi_k + \varphi_m),$$
$$p_m(r) = s_n(r)\sin\varphi_m, \qquad \rho = \omega\mu n\alpha_2 r^{-1}, \qquad \xi_m = \sin(\alpha_2 r_1 \sin\varphi_m - n\varphi_m),$$
$$\zeta_m = s_n(r)\cos(\alpha_2 r_1 \sin\varphi_m - n\varphi_m), \qquad s_n(r) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty} \mathrm{sh},\, \mathrm{ch}(n\varphi)\exp(-\alpha_2 r\, \mathrm{sh}\,\varphi)\, d\varphi$$

($\mathrm{sh}\, n\varphi$ — при нечетных n, когда s_n, с точностью до постоянного коэффициента, совпадает с функцией Ломмеля, $\mathrm{ch}\, n\varphi$ — при нечетных n).

Другие приращения в (1) имеют вид, подобный (2), (3).

Во внешней области открытого диэлектрического волновода конечные приращения для компонент поля имеют вид

$$\Delta E_r^{(mk)} = i\frac{\alpha_2}{4} \sum_{\nu=\pm 1} \left\{ \left[E_{r_1}^{k} \exp\left(i\nu\chi_{nk}^{+}\right) + E_{r_2}^{k} \exp\left(i\nu\chi_{nk}^{-}\right) \right] \Delta\varphi_k + \right.$$
$$\left. + \left(E_{r_1}^{m} - E_{r_2}^{m} \right) \exp(i\nu t_{mn})\, \Delta\varphi_m \right\} \sin n\varphi \exp(-i\beta z), \tag{5}$$

где

$$\chi_{nk}^{(\pm)} = \mp \alpha_2 r \sin\varphi_k \pm n\varphi_k + \pi,$$
$$E_{r_{1,2}}^{m,k} = \beta A \sin\varphi_{m,k} \pm \omega\mu n(\alpha_2 r)^{-1} B$$

(верхний знак соответствует индексу «1», нижний — «2»).

Формула для приращения $\delta E_{r,\varphi}^{(m)}$ получается из (3), если положить

$$p_m(r_1) = 1,\ \zeta_m(r_1) = 1,\ \zeta_m(r) = s_n(r),\ \xi_m(r_1) = 1.$$

Из полученных представлений полей видно, что они образуются бесконечными наборами плоских волн, отличающимися друг от друга в любой точке поперечного сечения амплитудами и фазами. Волновой вектор этих волн $\boldsymbol{k}_0$ имеет компоненты по двум взаимно ортогональным направлениям $\boldsymbol{k}_l$ и $\boldsymbol{k}_z$:

$$\boldsymbol{k}_0\,(\nu\alpha_2,\ \beta). \tag{6}$$

Как следует из (6), каждая плоская волна в любой точке распространяется под углом $\psi_{m,k} = (\pi/2) - \varphi_{m,k}$ к радиусу-вектору в этой точке и под углом $\theta = \arccos\left(\beta \boldsymbol{k}_0^{-1}\right)$ к оси волновода.

Таким образом, поля во внешних областях рассматриваемых структур представляют собой исключительно сложные суперпозиции плоских волн, распространяющихся в плоскостях, составляющих все возможные (в пределах от 0° до 180°) углы с направлениями $\boldsymbol{r}$ и $\boldsymbol{z}_0$.

Для получения наглядного представления об образовании встречных потоков мощности рассмотрим совместно две плоские волны из полученных наборов, одна из которых связана с электрическим вектором Герца (ее амплитуда пропорциональна A), другая — с магнитным (ее амплитуда пропорциональна B), т. е в выражениях типа (2) или (5) учтем по одному слагаемому.

Продольная компонента вектора Умова—Пойнтинга, определяемая двумя вышеуказанными плоскими волнами, будет состоять из трех слагаемых:

$$S_z = S_{z_1} + S_{z_2} + S_{z_{12}}, \tag{7}$$

где в случае двухслойного экранированного волновода

$$S_{z_1} = \frac{\varepsilon\omega\beta}{16}\,|A|^2\left(\frac{n^2}{r^2}\cos^2 n\varphi + \frac{\pi\alpha_2^2}{2}\sin^2 n\varphi\right),$$

$$S_{z_2} = \frac{\mu\omega\beta}{16}\,|B|^2\left(\frac{\pi^2\alpha_2^2}{2}\cos^2 n\varphi + \frac{n^2}{r^2}\sin^2 n\varphi\right), \tag{8}$$

$$S_{z_{12}} = -\,\frac{n\alpha_2^2}{4r}\left(\boldsymbol{k}_0^2 + \beta^2\right) AB\sin\varphi_m\sin\varphi_k,$$

S_{z_1} — плотность потока мощности, переносимой вдоль оси волновода первой плоской волной, S_{z_2} — второй, $S_{z_{12}}$ — взаимная плотность потока мощности двух плоских волн, совместное существование которых вызвано гибридностью поля. Если первые два слагаемых в (7) заведомо положительные, от третье, в принципе, может иметь любой знак, в результате чего появляется возможность для возникновения встречного потока мощности. В случае симметричных волн, когда поле негибридное, взаимный поток мощности равен нулю, вследствие чего у симметричных волн встречных потоков мощности не образуется.

Таким образом, существование взаимных потоков мощности парциальных волн, образующих поля в двухслойных изотропных структурах, может привести к возникновению встречных потоков мощности.

При этом преобладание обратного (по отношению к фазовой скорости) потока мощности над прямым приводит к образованию обратной волны [5]. При равенстве встречных потоков мощности возникают комплексные волны в экранированном волноводе без диссипации энергии [5–9] и комплексные волны, удовлетворяющие условию излучения, в открытом DB [10–12]

Можно сказать, что плоские волны, образующие поля волн в двухслойных изотропных структурах, таким образом преломляются на границе между слоями, что средний за период поток мощности, переносимый ими, может менять направление

Особенности прохождения электромагнитного поля через криволинейные границы раздела сред приводят к возникновению циркуляции вектора Умова—Пойнтинга, которой объясняется существование волн с комплексными волновыми числами в недиссипативных системах.

Обращая внимание на формулы (8), видим, что тенденция к образованию во внешних слоях встречных потоков мощности преимущественно должна проявляться в тех случаях, когда первые два слагаемых в (7) не имеют доминирующего влияния. Численные расчеты [5, 6, 10–12] подтверждают это,

ЛИТЕРАТУРА

1 Gillespie E. F. F.— Proc. IEE, 1960, **362E**, № 2, p. 198.
2 Веселов Г. И. Диссертация, МВТУ, 1971, 350 с.
3 Раевский С Б., Симкина Л Г., Сморгонский В. Я.— Радиотехника и электроника, 1973, **18**, № 7, с. 1335.
4. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 2.—М.: Наука, 1966.
5. Веселов Г. И., Любимов Л. А.— Радиотехника и электроника, 1963, **13**, № 8, с. 1530.
6. Раевский С Б.— Изв. вузов — Радиофизика, 1972, **15**, № 1, с. 112.
7. Раевский С. Б.— Изв. вузов —Радиофизика, 1972, **15**, № 12, с. 1926.
8. Краснушкин П. Е., Федоров Е. Н.— Радиотехника и электроника, 1972, **17**, № 6, с. 1131.
9. Веселов Г. И., Краснушкин П. Е.— ДАН СССР, 1981, **260**, № 3, с. 576.
10. Веселов Г. И., Раевский С. Б. Тезисы докладов на республиканской научно-технической конференции «Расчет и проектирование полосковых антенн».— Свердловск, 1982.
11. Веселов Г. И., Раевский С. Б.— Радиотехника, 1983, **38**, № 2, с. 55.
12. Веселов Г. И., Раевский С. Б.— Радиотехника и электроника, 1983, **28**, № 2, с. 230.

Московский институт
электронной техники

Поступила в редакцию
18 декабря 1982 г.