

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ БЫСТРЫХ ЧАСТИЦ В ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДЕ

С. Н. Митяков, В. В. Тамойкин

Как известно, при равномерном движении заряженных частиц в среде со случайными неоднородностями диэлектрической проницаемости $\epsilon(r)$ должно возникнуть переходное излучение [1-4], которое в ряде более поздних работ стали называть также переходным рассеянием (см., например, [5]). Такое излучение обладает целым рядом специфических свойств (резкая направленность «вперед» излучения при ультрапрелистистском движении частицы в среде с крупными по сравнению с длиной волны неоднородностями, логарифмический рост интенсивности при приближении к черенковскому порогу и т. п.). При анализе обычно ограничиваются случаем среды, характеризуемой определенного вида корреляционной функцией флуктуаций $\epsilon(r)$. Другими словами, предполагают, что спектр мощности неоднородностей $\Phi_\epsilon(x)$ имеет конечное значение при $x \rightarrow 0$ (в области больших масштабов $\epsilon(r)$).

В то же время турбулентность атмосферы не может быть описана с помощью корреляционной функции флуктуаций $\epsilon(r)$, а характеризуется законом Колмогорова—Обухова, согласно которому структурная функция $D_\epsilon(r)$ имеет вид

$$D_\epsilon(r) = C_\epsilon^2 r^{2/3}, \quad l_0 \ll r \ll L_0. \quad (1)$$

Здесь l_0 и L_0 — внутренний и внешний масштабы турбулентности [6]. Соответствующий спектр мощности неоднородностей атмосферы записывается в форме

$$\Phi_\epsilon(x) = 0.132 C_\epsilon^2 x^{-11/3}. \quad (2)$$

Следовательно, $\Phi_\epsilon(x) \rightarrow \infty$ при $x \rightarrow 0$ по степенному закону. В связи с этим представляют интерес подсчитать интенсивность излучения быстрых частиц в такой реальной среде, проанализировать ее частотную зависимость и диаграмму излучения заряда. Сразу же заметим, что указанные характеристики существенно зависят от поведения $\Phi_\epsilon(x)$ при малых x . Поскольку, строго говоря, формула (2) справедлива лишь при условии

$$x > x_{\min} \approx 2\pi/L_0, \quad (3)$$

то ниже приведены формулы, учитывающие это неравенство. Поэтому они носят «универсальный» характер в том смысле, что поведение $\Phi_\epsilon(x)$ при $x < x_{\min}$ на их виде не сказывается.

Спектральная интенсивность излучения в единичный телесный угол на единицу пути движущегося со скоростью v (вдоль оси $0z$) заряда равна [3]

$$\frac{dW_\omega}{dz} = \frac{4\pi^3 \omega^4 \langle \epsilon \rangle^{1/2}}{c^3} \int_{-\infty}^{\infty} [|E_0(\omega, k_\perp)|^2 - |mE_0(\omega, k_\perp)|^2] \times \\ \times \Phi_\epsilon \left(k_0 \langle \epsilon \rangle^{1/2} m_\perp - k_\perp, \quad k_0 \langle \epsilon \rangle^{1/2} m_z - \frac{\omega}{v} \right) dk_\perp, \quad (4)$$

где $\langle \epsilon \rangle$ — средняя диэлектрическая проницаемость атмосферы, близкая к единице, $E_0(\omega, k_\perp)$ — пространственно-временной спектр невозмущенного поля движущегося заряда,

$$E_{0z}(\omega, k_\perp) = \frac{i\omega e}{2\pi^2 \langle \epsilon \rangle v^2} (1 - \langle \epsilon \rangle \beta^2) \left[k_\perp^2 + \frac{\omega^2}{v^2} (1 - \langle \epsilon \rangle \beta^2) \right]^{-1}, \quad (5)$$

$$E_{0\perp}(\omega, k_\perp) = \frac{ie}{2\pi^2 \langle \epsilon \rangle v} \left[k_\perp^2 + \frac{\omega^2}{v^2} (1 - \langle \epsilon \rangle \beta^2) \right]^{-1} k_\perp,$$

e — заряд электрона, $\beta = v/c$, m — единичный вектор в направлении на точку наблюдения, $m_z = \cos \theta$, $m_\perp = \{\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi\}$.

Анализ показывает, что входящая в (4) функция $\Phi_\epsilon(k)$ заведомо удовлетворяет условию (3) при дочеренковских скоростях движения заряда, когда выполнено неравенство*

* Строго говоря, формула (2) справедлива лишь в инерционной подобласти турбулентного спектра $2\pi/l_0 \lesssim x \lesssim 2\pi/l_0$. При $x > 2\pi/l_0$ становится существенным эффект вязкости и спектр $\Phi_\epsilon(x)$ спадает с ростом x значительно быстрее, чем по закону $x^{-11/3}$ [6]. Это означает, что частота излучаемой зарядом мощности должна быть ограничена условием $\omega \lesssim \omega_{\max} \approx 2\pi/l_0 (1 - \langle \epsilon \rangle \beta^2)$.

$$(\omega/v)(1 - \langle \varepsilon \rangle \beta^2) > 2\pi/L_0 \quad (6)$$

Ниже будем считать это условие выполненным. При этом интеграл (4) сходится при всех k_\perp . Последний удобно вычислять, перейдя к полярным координатам в пространстве волновых чисел \mathbf{k}_\perp . Интегрирование по углу φ_1 проводится до конца, и результат выражается через гипергеометрические функции [7]:

$$\frac{dW_\omega(0)}{dz} = \frac{2e^2\omega^4 C_e^2 \cdot 0,132}{c^2 v^2 \langle \varepsilon \rangle^{3/2}} \int_0^\infty I(\omega, k_\perp, \vartheta) k_\perp dk_\perp, \quad (7)$$

$$I(\omega, k_\perp, \vartheta) = f^{-1}(\omega, k_\perp) a^{-11/6} \left[LF\left(\frac{1}{2}; \frac{11}{6}; 1; \frac{b}{a}\right) + \frac{M}{2} F\left(\frac{3}{2}; \frac{11}{6}, 2; \frac{b}{a}\right) - \frac{3N}{8} F\left(\frac{5}{2}; \frac{11}{6}; 3; \frac{b}{a}\right) \right], \quad (8)$$

$$f(\omega, k_\perp) = \left(k_\perp^2 + \frac{\omega^2}{v^2} \gamma \right)^2, \quad \gamma = 1 - \langle \varepsilon \rangle \beta^2, \quad b = 4k_0 \langle \varepsilon \rangle^{1/2} k_\perp \sin \vartheta,$$

$$a = k_0^2 \langle \varepsilon \rangle + \frac{\omega^2}{v^2} + k_\perp^2 - 2k_0 \langle \varepsilon \rangle^{1/2} \frac{\omega}{v} \cos \vartheta + 2k_0 \langle \varepsilon \rangle^{1/2} k_\perp \sin \vartheta,$$

$$L = \left(\gamma \frac{\omega}{v} \sin \vartheta - k_\perp \cos \vartheta \right)^2, \quad M = 4k_\perp \sin \vartheta \left(\gamma \frac{\omega}{v} \cos \vartheta + k_\perp \sin \vartheta \right), \quad (9)$$

$$N = 4k_\perp^2 \sin^2 \vartheta.$$

Интеграл (7) вычисляется точно при $\vartheta = 0$ (излучение «вперед»).

$$\frac{dW_\omega(0)}{dz} = \frac{0,132 e^2 C_e^2 \omega^{1/3} v^{5/3}}{\langle \varepsilon \rangle^{3/2} c^3} \Gamma\left(\frac{1}{6}\right) \Gamma\left(\frac{11}{6}\right) (1 - \langle \varepsilon \rangle \beta^2)^{-11/6}. \quad (10)$$

Из (10) видно, что интенсивность излучения сравнительно слабо ($\sim \omega^{1/3}$) зависит от частоты и резко возрастает при приближении к черенковскому порогу ($\beta \langle \varepsilon \rangle^{1/2} \rightarrow 1$).

Разумеется, на самом пороге формулы (7) и (10) становятся несправедливыми. Как показано в [4], они пригодны лишь при выполнении неравенства

$$(1 - \langle \varepsilon \rangle \beta^2) \gg \frac{\omega_{\max}}{c} L_0 \langle \Delta \varepsilon^2 \rangle,$$

где величина $\omega_{\max} c^{-1} L_0 \langle \Delta \varepsilon^2 \rangle$ представляет собой минимальную часть эффективной диэлектрической проницаемости турбулентной среды, определяющую затухание среднего поля из-за рассеяния. Значение $\langle \Delta \varepsilon^2 \rangle$ можно найти из соотношения

$$\langle \Delta \varepsilon^2 \rangle = \int_{x_{\min}}^{\infty} \Phi_s(x) dx.$$

Принимая, согласно [6], $L \approx 100$ м, $l_0 = 1$ м, $C_e^2 \approx 4 \cdot 10^{-20}$, получим $(1 - \langle \varepsilon \rangle \beta^2) \gg \gg 10^{-6}$. Интеграл (7) существенно упрощается при рассмотрении малых углов наблюдения ($\vartheta \ll 1$). В этом случае $L \approx k_\perp^2$, $L \gg M, N$, а формула (7) принимает вид

$$\frac{dW_\omega(0)}{dz} \approx \frac{0,264 e^2 \omega^4 C_e^2}{\langle \varepsilon \rangle^{3/2} c^3 v^2} \int_0^\infty \frac{k_\perp^3 F(1/2; 11/6; 1, b/a) dk_\perp}{[(k_\perp + k\vartheta)^2 + (k\vartheta_1)^2]^{11/6} [k_\perp^2 + (k\vartheta_2)^2]}, \quad (11)$$

$$k = k_0 \langle \varepsilon \rangle^{1/2}, \quad \vartheta_1 = \gamma/2 (1 - \gamma)^{1/2}, \quad \vartheta_2 = \gamma^{1/2}/(1 - \gamma)^{1/2}.$$

Поскольку аргумент гипергеометрической функции, стоящей в интеграле (11),

$$b/a \approx 4k_\perp k\vartheta / [(k_\perp + k\vartheta)^2 + (k\vartheta_1)^2],$$

близок к единице в области $k_\perp \sim k\theta$, функция

$$F\left(\frac{1}{2}; \frac{11}{6}; 1; \frac{b}{a}\right) \approx \left(1 - \frac{b}{a}\right)^{-4/3} \frac{\Gamma(1)\Gamma(4/3)}{\Gamma(1/2)\Gamma(11/6)},$$

а следовательно, и все подынтегральное выражение в (11) носит резонансный характер. Эта область волновых чисел наиболее существенна при интегрировании (в случаях $k_\perp \ll k\theta$ и $k_\perp \gg k\theta$ функция $F(1/2, 11/6; 1; b/a) \approx 1$ и не вносит большого вклада в интеграл (11)).

С учетом предыдущих рассуждений интеграл (11) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dW_\omega(\theta)}{dz} &\approx \frac{0.264 e^3 \omega^4 C_\epsilon^2}{\langle \epsilon \rangle^{3/2} c^3 v^3} \times \\ &\times \int_0^\infty \frac{k_\perp^3 dk_\perp}{[(k_\perp + k\theta)^2 + (k\theta_1)^2]^{1/2} [(k_\perp - k\theta)^2 + (k\theta_1)^2]^{4/3} [k_\perp^2 + (k\theta_2)^2]} . \end{aligned} \quad (12)$$

Задавая угол θ в одной из областей $\theta < \theta_1$, $\theta_1 < \theta < \theta_2$ и $\theta \geq \theta_2$, можно оценить поведение интеграла (12) в каждой области.

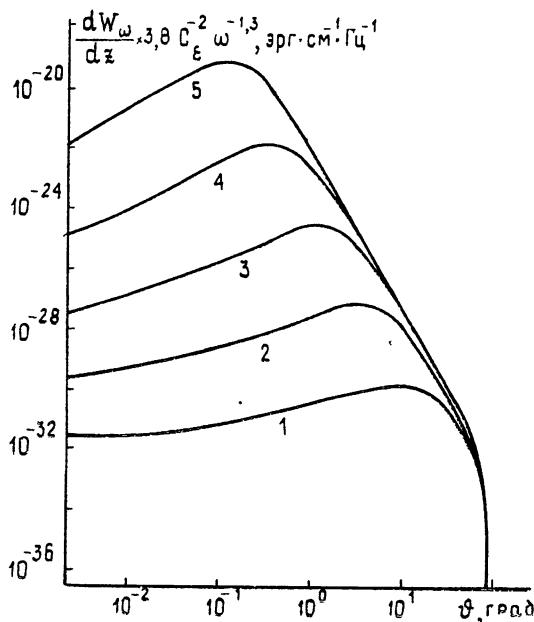


Рис. 1.

На основе анализа данных выражений получена диаграмма направленности излучения заряда. Интенсивность переходного излучения заряда, вычисляемая точно при $\theta = 0$ по формуле (10), растет с ростом угла θ и достигает максимального значения при $\theta \sim \gamma/2 = \theta_1$:

$$\frac{dW_\omega(\theta_1)}{dz} \approx \frac{e^3 C_\epsilon^2 \omega^{1/3} v^{5/3}}{22 \langle \epsilon \rangle^{3/2} c^3} \gamma^{-17/6}, \quad (13)$$

причем отношение интенсивностей

$$\frac{dW_\omega(\theta_1)}{dz} / \frac{dW_\omega(0)}{dz} \approx \gamma^{-1}. \quad (14)$$

При дальнейшем росте угла наблюдения интенсивность излучения спадает, как θ^{-1} , а затем более резко.

Кроме теоретического анализа интеграла (7) производилось численное интегрирование с помощью ЭВМ БЭСМ-6. На рис. 1 представлены зависимости интенсивности излучения от угла ϑ для различных скоростей заряда. Из рис. 1 видно, что диаграмма излучения действительноносит двухгорбый характер. Это обстоятельство, по-видимому, может быть использовано при детектировании быстрых заряженных частиц широких атмосферных ливней, врывающихся в атмосферу Земли. Очевидно, по угловому распределению можно четко разделить частицы, ответственные за переходное излучение, и частицы, ответственные за эффект Черенкова.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Капица С. П — ЖЭТФ, 1960, **39**, № 6, с. 1367.
- 2 Тер-Микаэлян М. Л — Изв. АН АрмССР, 1961, **14**, № 1, с. 103
- 3 Тамойкин В. В — Изв. вузов — Радиофизика, 1968, **9**, № 12, с. 1879
- 4 Тамойкин В. В — Astr. Space Sci., 1972, **16**, № 1, p. 120
5. Ginzburg V. L., Tsytovich V. N.— Physics Reports (Review Section of Physics Letters), 1979, **49**, № 1, p. 1.
6. Гатарский В. И Распространение волн в турбулентной атмосфере — М.: Наука, 1967.
7. Ватсон Г. Н. Теория бесселевых функций. Ч. 1. — М.: ИЛ, 1949.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
30 декабря 1982 г.

УДК 621.372.413

ПОЛОСОВОЙ ФИЛЬТР НА ДВУХСЛОЙНОМ КРУГЛОМ ЭКРАНИРОВАННОМ ВОЛНОВОДЕ В РЕЖИМЕ КОМПЛЕКСНЫХ ВОЛН

Г. И. Веселов, В. А. Калмык, С. Б. Раевский

В двухслойном круглом экранированном волноводе без потерь при определенных условиях могут существовать [1, 2] комплексные волны. Результаты их экспериментального исследования приводились в работах [3, 4]. В [3] были измерены их фазовые постоянные и коэффициенты затухания. В [4] было описано резонансное явление, возникающее в двухслойном волноводе при одновременном возбуждении двух комплексных волн с противоположно направленными фазовыми скоростями. Представляет интерес экспериментально исследовать частотные характеристики отрезка двухслойного экранированного волновода, включенного в СВЧ тракт, в области возникновения вышеуказанного явления.

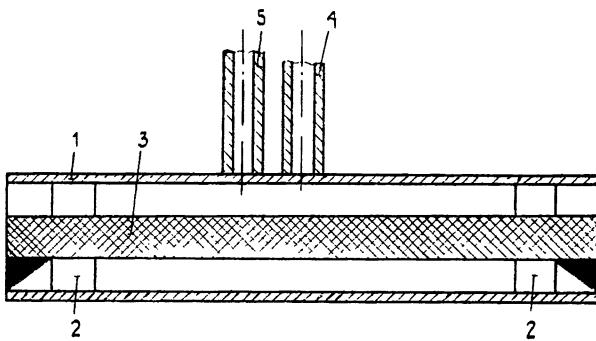


Рис. 1.

На рис. 1 схематически показана конструкция исследуемого СВЧ устройства. Оно состоит из медной трубы 1, внутри которой на центрирующих шайбах 2 из пенопласта помещен (соосно с трубой) диэлектрический стержень 3 из ПЭНДТ (полиэтилен низкого давления с двуокисью титана) с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 18$. В центральном сечении отрезка волновода расположен возбуждающий электрод 4. На расстоянии 20 мм от него находится воспринимающий электрод. Оба электрода выполнены в виде штыревых антенн.