

УДК 538 574 4

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА КРАЕ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОГО ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СЛОЯ, ЗАГЛУБЛЕННОГО В ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕЕ ПОЛУПРОСТРАНСТВО

Е. Н. Васильев, А. И. Федоренко

Методом интегральных уравнений решается задача рассеяния плоской E -поляризованной волны на полубесконечной диэлектрической структуре. Составлена система интегральных уравнений, учитывающая особенности геометрии задачи. Показана эффективность алгоритма, приведены результаты расчета.

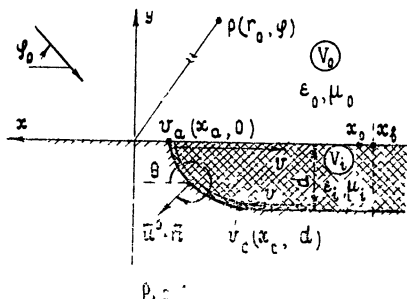
Для расчетов дифракционных полей в квазиоптической области обычно используются асимптотические методы, основанные на суммировании отражений от отдельных рассеивающих центров. При определении вторичных полей металлических тел, частично покрытых слоем диэлектрика, необходимо знать прежде всего дифракционный коэффициент рассеивающего центра в виде стыка диэлектрик—металл. С этой целью рассмотрим модельную задачу, геометрия которой показана на рис. 1.

Верхняя граница полубесконечного слоя диэлектрика совпадает с плоскостью $y=0$, нижняя граница $y=-d$, а край слоя имеет произвольную форму. Вводя ортогональную криволинейную систему координат (u, v, z) соответственно указанным границам, выделим в поперечном сечении $z=0$ три контура: (v_a, ∞) , $(-\infty, v_c)$ и (v_c, v_a) . Координаты точки v_c : $x=x_c$, $y=-d$; начиная с нее, слой имеет постоянную

толщину. Перпендикулярно к оси z под углом φ_0 к оси x падает плоская E -поляризованная волна ($\vec{E}^n = -\vec{z}_0 E_z^r$). Необходимо в точке $\rho(r, \varphi)$ найти рассеянное поле.

В известной авторам литературе задача в такой постановке не решалась*. В случае задания контура (v_c, v_a) в виде отрезка прямой, параллельного оси y , задача при малых d сведена приближенно в [1] к задаче рассеяния на стыке идеально проводящей и импедансной по-

луплоскостей. Последняя задача в литературе подробно исследована методами Винера—Хопфа и Малюжинца, однако в основном для реактансной полуплоскости. Конкретные расчеты велись применительно к анализу эффективности возбуждения поверхностных волн, поля рассеяния не исследовались. При задании произвольной формы контура (v_c, v_a) введение импедансных граничных условий вблизи края слоя затруднено, а именно: исследование зависимости рассеянного поля от



* Основные результаты этой статьи доложены авторами на VIII Всесоюзном симпозиуме по дифракции и распространению волн

формы края слоя представляет наибольший интерес в прикладных вопросах. В этом случае решить задачу в строгой постановке возможно только методом интегральных уравнений (ИУ). В настоящей работе приводится эффективный численный алгоритм, который удалось получить на основе приводимых ниже ИУ.

ВЫВОД ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ИХ РЕШЕНИЕ

В общем случае при выводе ИУ с использованием функций Грина неограниченного пространства [2] необходимо учитывать электрические и магнитные поверхностные токи на полубесконечном интервале (v_a, ∞) и электрические — на контурах $(-\infty, v_a)$ и (v_a, v_c, ∞) . Однако прямолинейность верхней границы и постоянство толщины слоя (при $\lambda \ll x_c$) позволяют ввести подходящие функции Грина и ограничиться только определением магнитного тока на интервале (v_a, ∞) и электрического тока на контуре (v_c, v_a) .

В области V_0 используется функция Грина полупространства

$$G_0 = \frac{i}{4} [H_0^{(2)}(k_0 \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}) + H_0^{(2)}(k_0 \sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2})], \quad (1)$$

где $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$, координаты без штрихов относятся к точке наблюдения, а со штрихами — к точке интегрирования.

В области V_i применяется функция Грина плоскопараллельного волновода

$$G_i^s = -\frac{i}{d} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\Gamma_n} \sin \frac{n\pi y}{d} \sin \frac{n\pi y'}{d} \exp(-i\Gamma_n |x - x'|),$$

$$G_i^N = -\frac{i}{d} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_n}{2\Gamma_n} \cos \frac{n\pi y}{d} \cos \frac{n\pi y'}{d} \exp(-i\Gamma_n |x - x'|),$$

где

$$\Gamma_n = \sqrt{k_i^2 - \left(\frac{n\pi}{d}\right)^2}, \quad k_i = \omega \sqrt{\epsilon_i \mu_i}, \quad \epsilon_n = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 2, & n \neq 0 \end{cases}.$$

Введенные функции Грина удовлетворяют следующим граничным условиям:

$$\frac{\partial G_0}{\partial y} = 0 \Big|_{y=0}, \quad G_i^s = 0 \Big|_{y=0}, \quad \frac{\partial G_i^N}{\partial y} = 0 \Big|_{y=-d}.$$

Для рассматриваемого случая E -поляризации плотности токов имеют компоненты $\bar{J}^N = \bar{v}^0 J_v^N$, $\bar{J}_i^N = \bar{v}^0 J_{i\alpha}^N$, $\bar{J}_i^s = \bar{z}^0 J_{i\alpha}^s$, причем в соответствии с выбранным направлением орта $\bar{v}^0 J_v^N = -J_x^N$.

При использовании функции Грина (1) поля во внешней области определяются через магнитный ток, который отличен от нуля на интервале $(-\infty, x_a)$. Они выражаются формулами

$$E_z^p = \int_{-\infty}^{x_a} \frac{\partial G_0}{\partial y} J_x^N dx'; \quad (2)$$

$$H_x^p = \frac{1}{i\omega\mu_0} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_0^2 \right) \int_{-\infty}^{x_a} G_0 J_x^N dx'. \quad (3)$$

Поля в области V_i определяются магнитным током на интервале $(-\infty, x_a)$ и электрическим током на (v_c, v_a) :

$$E_z^i = - \int_{-\infty}^{x_a} [\text{grad } G_i^N, \bar{J}_i^N]_z dx' - i\omega\mu_i \int_{v_c}^{v_a} G_i^N J_z^N dv'; \quad (4)$$

$$H_x^i = \frac{1}{i\omega\mu_i} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_i^2 \right) \int_{-\infty}^{x_a} G_i^M J_{ix}^M dx' + \int_{v_c}^{v_a} \frac{\partial G_i^N}{\partial y} J_z^N dv'. \quad (5)$$

ИУ относительно неизвестных плотностей токов J_x^M, J_z^N выведем из граничных условий для E_z, H_x . Если принять на границе диэлектрика $y=0$ $\bar{J}^M = -J_i^M$ (в выражениях (2)–(5) плотности магнитных токов в V_0 и V_i определены через соответствующие внутренние нормали), то граничное условие непрерывности для E_z будет удовлетворено. Остается приравнять H_x^0 и H_x^i . Из (3) и (5) с учетом падающего поля следует уравнение

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_0^2 \right) \int_{-\infty}^{x_a} \left(\frac{G_0}{i\omega\mu_0} + \frac{G_i^M}{i\omega\mu_i} \right) J_x^M dx' = \\ & = - \frac{(k_i^2 - k_0^2)}{i\omega\mu_i} \int_{-\infty}^{x_a} G_i^M J_x^M dx' + \int_{v_c}^{v_a} \frac{\partial G_i^N}{\partial y} J_z^N dv' - 2H_x^N, \\ & y = 0, \quad x \leq x_a. \end{aligned} \quad (6)$$

Второе уравнение получим, приравняв E_z^i нулю на контуре (v_c, v_a) :

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{x_a} \left(-\cos 2\theta \frac{\partial G_i^M}{\partial y} + \sin 2\theta \frac{\partial G_i^N}{\partial x} \right) J_x^M dx' - \\ & - i\omega\mu_i \int_{v_c}^{v_a} G_i^N J_z^N dv' = 0, \quad v(x, y) \in (v_c, v_a). \end{aligned} \quad (7)$$

Таким образом, получена система двух ИУ (6), (7), из которой можно найти J_x^M и по формуле (3) рассчитать рассеянное поле. Однако уравнение (6) не удобно для численного решения, так как вторую производную по x нельзя вносить под знак интеграла. Один из способов обхода этой трудности состоит в обращении дифференциального оператора $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_0^2 \right)$ подобно тому, как поступают в теории тонких антенн и экранов. Прямолинейность контура интегрирования $(-\infty, x_a)$ позволяет это сделать элементарно. Следующий шаг в подготовке системы ИУ для численного решения состоит в ограничении пределов интегрирования путем выделения неубывающей части решения J_x^M (равномерной составляющей [3]). При длине участка $(x_a - x_b)$ в несколько длин волн значение J_x^M при $x \leq x_b$ полагается равным плотности тока на бесконечном слое диэлектрика $J_x^{M\Phi 0}$ и до решения ИУ производится интегрирование по интервалу $(-\infty, x_b)$. В результате в уравнениях появляются дополнительные слагаемые ΔJ . Окончательно систему ИУ запишем в виде

$$\int_{x_b}^x K_{11} \hat{J}_x^{\mu} dx' + \int_{v_c}^v K_{12} J_z^{\nu} dv' = C_1 e^{ix} + C_2 e^{-ix} + D(x) - \Delta J_{11}(x),$$

$$\int_{x_b}^x K_{21} \hat{J}_x^{\mu} dx' + \int_{v_c}^v K_{22} J_x^{\nu} dv' = -\Delta J_{21}(v),$$

(8)

где

$$x \in (x_b, x_a), \quad v \in (v_c, v_a),$$

$$K_{11}(x, x') = -\frac{1}{2} H_0^{(2)}(|x - x'|) + \begin{cases} K_{11}^{(1)}(x, x'), & x_b \leq x' < x_0 \\ K_{11}^{(2)}(x, x'), & x_0 \leq x' < x \\ K_{11}^{(3)}(x, x'), & x \leq x' < x_a \end{cases}$$

$$K_{11}^{(1)} = \frac{1}{2\mu d} \left[-\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n}{\gamma_n} \exp[i\gamma_n(x - x')] + \right. \\ \left. + (x^2 - 1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n}{2\gamma_n} \left\{ \exp[-i(x - x_a)] \frac{\exp[i\gamma_n(x_a - x')]}{1 + \gamma_n} + \right. \right. \\ \left. \left. + \exp[i(x - x_0)] \frac{\exp[i\gamma_n(x_0 - x')]}{1 - \gamma_n} - \frac{2 \exp[i\gamma_n(x - x')]}{1 - \gamma_n^2} \right\} \right],$$

$$K_{11}^{(2)} = \frac{1}{2\mu d} \left(-\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n}{\gamma_n} \exp[\pm i\gamma_n(x - x')] + \right.$$

$$\left. + (x^2 - 1) \left\{ \exp[\pm i(x - x')] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n}{1 - \gamma_n^2} + \right. \right.$$

$$\left. + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n}{2\gamma_n} \left[\exp\left[\mp i \begin{pmatrix} x - x_a \\ x - x_0 \end{pmatrix}\right] \frac{\exp\left[\pm i \begin{pmatrix} x_a \\ x_0 \end{pmatrix} - x'\right]}{1 + \gamma_n} - \right.$$

$$\left. - \frac{2}{1 - \gamma_n^2} \exp\left[\pm i\gamma_n \begin{pmatrix} x \\ x - x' \end{pmatrix}\right] \right] + \exp\left[\pm i \begin{pmatrix} x - x_0 \\ x - x_a \end{pmatrix}\right] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n}{2\gamma_n} \times \\ \times \frac{\exp\left[i\gamma_n \begin{pmatrix} x_0 - x' \\ x_a - x' \end{pmatrix}\right]}{1 + \gamma_n} \right],$$

$$K_{12}(x, x') = \frac{\pi}{2id^2} \left\{ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\gamma_n(1 - \gamma_n^2)} \sin \frac{n\pi}{d} y' \exp[\mp i\gamma_n(x - x')] - \right.$$

$$\begin{aligned}
& - 2 \exp [\mp i(x - x')] \left[\frac{d^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2 - 1}{n(1 - \gamma_n^2)} \sin \frac{n\pi}{d} y' - \frac{d}{\pi} (y' + d) \right] - \\
& - \exp [-i(x - x_a)] \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\gamma_n(1 + \gamma_n)} \sin \frac{n\pi}{d} y' \exp [i\gamma_n(x_a - x')] - \\
& - \exp [-i(x - x_0)] \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\gamma_n(1 + \gamma_n)} \sin \frac{n\pi}{d} y' \exp [-i\gamma_n(x_0 - x')] \Big\},
\end{aligned}$$

$$K_{21}(x, x') = -\cos 2\theta \frac{\partial \bar{G}_i^M}{\partial y} - \sin 2\theta \frac{\partial \bar{G}_i^M}{\partial x},$$

$$K_{22}(x, x') = -i\mu \bar{G}_i^3,$$

$$\bar{G}_i^M = -\frac{i}{d} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n}{\gamma_n} \cos \frac{n\pi}{d} y \cos \frac{n\pi}{d} y' \exp [-i\gamma_n |x - x'|],$$

$$G_i^3 = -\frac{i}{d} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_n} \sin \frac{n\pi}{d} y \sin \frac{n\pi}{d} y' \exp [-i\gamma_n |x - x'|],$$

$$\begin{aligned}
D(x) = & \frac{1}{2W_0} \sin \varphi_0 \left\{ \frac{1}{1 - \beta} [e^{i\beta x_0} \exp [i(x - x_0)] - e^{i\beta x}] + \right. \\
& \left. + \frac{1}{1 - \beta} [e^{i\beta x_a} \exp [-i(x - x_a)] - e^{i\beta x}] \right\},
\end{aligned}$$

$$\gamma_n = \sqrt{x^2 - \left(\frac{n\pi}{d}\right)^2},$$

$$x = \sqrt{\varepsilon \mu}, \quad \varepsilon = \varepsilon_l / \varepsilon_0, \quad \mu = \mu_l / \mu_0, \quad \beta = \cos \varphi_0, \quad \hat{J}_x^M = J_x^M \sqrt{\varepsilon_0 / \mu_0},$$

C_1, C_2 — произвольные константы. Все линейные размеры в (8) предполагаются умноженными на волновое число k_0 .

Величина $x = x_0$ определяет границу отрезка $[x_a, x_0]$, на котором производилось обращение дифференциального оператора. Конкретное значение x_0 влияет на значение констант $C_{1,2}$, которые находятся из условий для \hat{J}_x^M при x_a и x_0 . На крае слоя $\hat{J}_x^M(x_a) \equiv 0$. Если выбрать x_c вблизи x_b так, что $x_0 < x_b$, то для вычисления констант можно принять $\hat{J}_x^M(x_0) = \hat{J}_x^{M\Phi_0}(x_0)$.

Численное решение системы (8) выполнялось методом Крылова—Боголюбова, при этом неизвестные $C_{1,2}$ вычислялись способом, аналогичным использованному в [4]. Представление ядер в виде рядов по экспоненциальным функциям позволяет аналитически проинтегрировать большинство выражений, определяющих элементы матрицы системы алгебраических уравнений и слагаемые ΔJ . Это упрощает вычисление и ускоряет сходимость получающихся рядов. Некоторые ряды все же сходились хуже, чем $1/n^2$, и их сходимость предварительно улучшалась. Численное интегрирование требовалось только на сравнительно небольшом участке (v_c, v_a) и от части ядра K_{11} , содержащей функцию Ханкеля. Отметим также, что при совпадении точек интегри-

рования и наблюдения ядра K_{11} , K_{22} имеют логарифмическую особенность, поэтому численное решение ИУ первого рода не вызывает трудностей.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

При отладке программ для ЭВМ сравнивались результаты расчетов распределения плотностей токов и рассеянного поля по двум алгоритмам: изложенному выше (будем называть его упрощенным) и общему алгоритму с определением токов на всех контурах. Кроме того, дополнительно проводилось сравнение распределения \hat{J}_n^z вблизи стыка металл—диэлектрик изучаемой конфигурации и модели в виде кругового идеально проводящего цилиндра с вырезом, заполненным диэлектриком [5]. В последнем случае при большом радиусе цилиндра (полагалось $a=20$) и углах падения φ_0 , далеких от скользящих, точки должны быть близки. Результаты сравнения указанных распределений токов представлены на рис. 2. Параметры слоя: $d=2,21$,

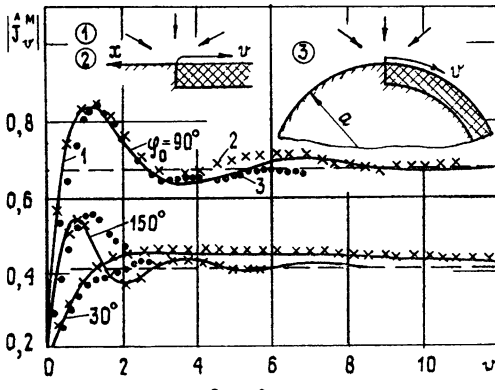


Рис 2

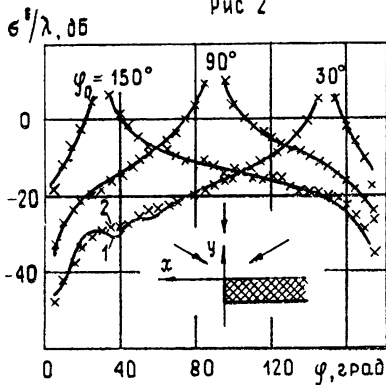


Рис 3

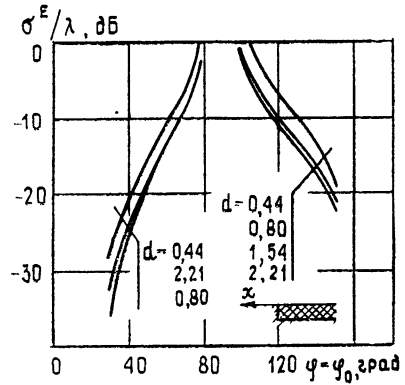


Рис 4

Рис 3 Поле, рассеянное краем полупроводящего диэлектрического слоя при различных значениях угла падения φ_0

Рис. 4. Однопозиционный поперечник рассеяния края полупроводящего диэлектрического слоя при различной толщине диэлектрика

$\epsilon=6,5-i0,3$, $\mu=1,2-i1,1$; кривая 1 — общий алгоритм, 2 — упрощенный, 3 — распределение плотности тока на цилиндре.

Результаты сравнения ЭПР, рассчитанного по двум алгоритмам — общему и упрощенному, даны на рис. 3. Как видно из рисунков, совпадение распределения токов и рассеянных полей хорошее.

Проведенные тесты показывают правильность предлагаемых алгоритмов и программ решения задачи. При этом время вычисления двухпозиционных диаграмм ЭПР при трех углах падения на ЭВМ ЕС-1033 составляет около 6 минут, а по общему алгоритму — 50 минут.

Убедившись в правильности работы программ, проанализируем влияние на уровень рассеянного поля толщины слоя и параметров диэлектрика ϵ и μ . На рис. 4 показаны характерные однопозиционные

диаграммы ЭПР ($\varphi = \varphi_0$) для слоя с прямоугольным краем при разных толщинах d . Видно, что для поглощающего диэлектрика с большим значением $|\epsilon|$ изменение толщины слоя почти не сказывается на уровне σ^L . Это понятно из простых физических соображений, так как поле сильно затухает в слое и нижняя граница уже при малых d почти не влияет на распределение токов при $y=0$. По этой же причине и изменение формы контура (v_c, v_a) для плотных диэлектриков не приводит к заметным изменениям σ^E . Соответствующие исследования были проведены, но результаты для краткости здесь не приводятся. Отметим больший уровень рассеянного поля при падении со стороны диэлектрика, чем со стороны металла. Уменьшение плотности диэлектрика приводит к увеличению ЭПР в секторе углов $\varphi = \varphi_0 \approx 100 \dots 160^\circ$, не оказывая большого влияния в секторе углов $0 \dots 80^\circ$.

Таким образом, рассмотрено решение задачи рассеяния E -поляризованной электромагнитной волны на крае полубесконечного диэлектрического слоя, заглубленного в идеально проводящее полупространство. Получены интегральные уравнения, учитывающие особенности геометрии изучаемой поверхности, что привело к созданию быстро работающего алгоритма. Это, в свою очередь, представляет возможность использования результатов расчетов в качестве дифракционных коэффициентов при вычислении характеристик рассеяния металлических тел, частично покрытых диэлектриком. Представленные результаты также могут использоваться для сравнения с приближенными расчетами и установления погрешности последних.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Вайнштейн Л. А. Теория дифракции и метод факторизации — М.: Сов радио 1966, 432 с
- 2 Васильев Е. Н. Алгоритмизация задач дифракции на основе интегральных уравнений Прикладная электродинамика, вып. 1 — М.: Высшая школа, 1976, с. 94.
- 3 Васильев Е. Н., Солодухов В. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1974, 17, № 10, с. 1518.
- 4 Васильев Е. Н., Колосова Т. А. — Радиотехника и электроника, 1977, № 1, с. 2
- 5 Чечетка В. В., Федоренко А. И. — Радиотехника и электроника, 1980, № 8, с. 1674.

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию
22 ноября 1982 г.

SCATTERING OF THE ELECTROMAGNETIC WAVES BY THE EDGE OF SEMI-INFINITE SLAB LOCATED IN THE PERFECTLY CONDUCTING SEMI-SPACE

E. N. Vasil'ev, A. I. Fedorenko

By means of the integral equation method the problem of diffraction E -wave by the semi-infinite dielectric structure is solved. The integral equation system for this problem takes into account the features of the scatterer. The efficiency of the algorithm is shown, the results of calculations are presented