ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVI, № 6 *РАДИОФИЗИКА* *1983*

УДК 538.574 32

ИЗЛУЧЕНИЕ ДВИЖУЩЕГОСЯ ЗАРЯДА ПРИ МГНОВЕННОМ ВОЗНИКНОВЕНИИ ГИРАЦИИ В СРЕДЕ

В А. Давыдов, В. В. Колесов

Рассматривается излучение движущегося точечного электрического заряда, формирующееся при мгновенном возникновении гирации в среде Вычислены поля и энергия излученных волн Показана возможность излучения неподвижного заряда

Задача об излучении электромагнитных волн при мгновенном изменении свойств среды была впервые поставлена в [1], где был рассмотрен случай точечного заряда, движущегося в изотропной среде с меняющейся (скачком) диэлектрической проницаемостью. В [2] было показано, что при мгновенном переходе среды из изотропной в одноосный кристалл должен излучать даже неподвижный заряд. В [3] было подробно проанализировано излучение движущегося заряда при подобном изменении свойств среды. Ниже предлагается решение задачи об излучении равномерно движущегося точечного заряда в случае, когда в среде мгновенно возникает гирация. Материальные уравнения при этом выглядят следующим образом:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \qquad t < 0,$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} + i\,[\mathbf{g}\mathbf{E}] = \hat{\varepsilon}\mathbf{E}, \quad t > 0,$$

где $\mathbf{g}$ — вектор гирации; тензор диэлектрической проницаемости $\hat{\varepsilon}$ может быть записан в виде

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon & -ig & 0 \\ ig & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{pmatrix}. \tag{1}$$

(Мы выбрали ось z декартовой системы координат направленной по $\mathbf{g}$.)

Если гиротропия среды вызвана магнитным полем $\mathbf{H}$, то вектор $\mathbf{g}$ направлен по $\mathbf{H}$.

В гиротропной среде волновому вектору $\mathbf{k}$ соответствуют четыре плоских эллиптически-поляризованных волны, две из которых распространяются по $\mathbf{k}$ и две — против направления $\mathbf{k}$, причем две волны, распространяющиеся в одном направлении, имеют разную поляризацию (левый и правый эллипсы) и разную фазовую скорость. Две волны с одинаковой поляризацией, распространяющиеся по $\mathbf{k}$ и против, описывают одну и ту же волну (см. далее формулу (10)). Решая однородную систему уравнений Максвелла, можно получить для определения частоты волн следующее дисперсионное уравнение:

$$\varepsilon\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}(\varepsilon - g)\right)\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}(\varepsilon + g)\right) = -\frac{\omega^2}{c^2}\,k^2 g_\perp^2,$$

где $g_\perp = |[\boldsymbol{gk}]\, k^{-1}|$ — величина составляющей вектора гирации, перпендикулярной направлению распространения волны. Отсюда для показателя преломления гиротропной среды получим известный [4] результат

$$n_{1,2} = \frac{kc}{\omega_{1,2}} = \sqrt{\frac{2\varepsilon\,(\varepsilon^2 - g^2)}{2\varepsilon^2 - g_\perp^2 \mp \sqrt{g_\perp^4 + 4\varepsilon^2 g_\parallel^2}}}\,,$$

где $g_\parallel = (\boldsymbol{kg})\,k^{-1}$ — составляющая $\boldsymbol{g}$, параллельная $\boldsymbol{k}$, индекс 1 соответствует правому, а индекс 2 — левому эллипсу.

Если считать g малым, то выражения для показателя преломления приобретают вид

$$n_{1,2} = \sqrt{\varepsilon \pm g_\parallel}\,.$$

В этом приближении (которое в дальнейшем не будет оговариваться) эллиптическая поляризация переходит в круговую и для полного поля излучения можно записать выражения

$$\begin{gathered}
\boldsymbol{D}^{\text{rad}} = A_1\left(\frac{[\boldsymbol{kl}_z]}{k} + i\,\frac{[\boldsymbol{k}\,[\boldsymbol{kl}_z]]}{k^2}\right)\exp\left(-i\,\frac{kc}{n_1}\,t\right) + A_2\left(\frac{[\boldsymbol{kl}_z]}{k} + \right. \\
\left. + i\,\frac{[\boldsymbol{k}\,[\boldsymbol{kl}_z]]}{k^2}\right)\exp\left(i\,\frac{kc}{n_1}\,t\right) + B_1\left(\frac{[\boldsymbol{kl}_z]}{k} - i\,\frac{[\boldsymbol{k}\,[\boldsymbol{kl}_z]]}{k^2}\right)\times \qquad (2) \\
\times\exp\left(-i\,\frac{kc}{n_2}\,t\right) + B_2\left(\frac{[\boldsymbol{kl}_z]}{k} - i\,\frac{[\boldsymbol{k}\,[\boldsymbol{kl}_z]]}{k^2}\right)\exp\left(i\,\frac{kc}{n_2}\,t\right),
\end{gathered}$$

где A_1, A_2; B_1, B_2 — соответственно амплитуды волн, поляризованных по правому и левому кругу, распространяющихся по и против волнового вектора $\boldsymbol{k}$. $\boldsymbol{l}_z$ — единичный орт оси z.

Для нахождения энергии излучения движущегося точечного заряда надо найти величины A_1, A_2, B_1, B_2. Это можно сделать с помощью условий сшивки полей на временном скачке [5]:

$$\boldsymbol{D}_{-0} = \boldsymbol{D}_{+0}, \qquad \left(\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\right)_{-0} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\right)_{+0}. \qquad (3)$$

Уравнения (3) представляют собой условия непрерывности электрической индукции и ее производной по времени в момент скачка (мы считаем магнитную проницаемость равной единице). Учтем также (см. [1]), что в нестационарной среде могут излучаться лишь поперечные волны. Тогда, как показано в [3], два из шести уравнений системы (3) оказываются линейно-зависимыми, так что система (3) сводится к четырем уравнениям для четырех неизвестных A_1, A_2, B_1, B_2.

Для поперечной части фурье-образа электрической индукции поля заряда q, движущегося со скоростью $\boldsymbol{v}$ в изотропной среде с диэлектрической проницаемостью ε, имеем известное выражение

$$\boldsymbol{D}_k^{\text{trl}} = -\frac{iq\varepsilon\,(\boldsymbol{kv})}{2\pi^2 c^2\,[(\boldsymbol{kv})^2\, c^{-2}\varepsilon - k^2]}\,\boldsymbol{v}_\perp \exp\left(-i\,(\boldsymbol{kv})\,t\right), \qquad (4)$$

где $\boldsymbol{v}_\perp = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{k}\,(\boldsymbol{kv})\,k^{-2}$ — поперечная компонента скорости заряда.

Чтобы найти поперечную часть фурье-образа $\boldsymbol{D}_k$ для заряда, движущегося в гиротропной среде, воспользуемся выражением для полей зарядов, движущихся в среде с произвольным тензором диэлектрической проницаемости $\hat{\varepsilon}$ [6], откуда получим

$$D_{\boldsymbol{k}}^{\mathrm{tr}2} = -\frac{iq}{(2\pi)^3}\left(\frac{\hat{\varepsilon}\boldsymbol{k}}{(\boldsymbol{k}\hat{\varepsilon}\boldsymbol{k})} - \frac{\boldsymbol{k}}{k^2} + \frac{(\boldsymbol{k}\boldsymbol{v})}{c^2}\hat{\varepsilon}\Lambda^{-1}\left[\boldsymbol{s} - \frac{\boldsymbol{k}(\boldsymbol{k}\hat{\varepsilon}\Lambda^{-1}\boldsymbol{s})}{(\boldsymbol{k}\hat{\varepsilon}\Lambda^{-1}\boldsymbol{k})}\right]\right)\times$$
$$\times\exp(-i(\boldsymbol{k}\boldsymbol{v})t), \tag{5}$$

где $\boldsymbol{s} \equiv \boldsymbol{v} - \hat{\varepsilon}\boldsymbol{k}(\boldsymbol{k}\boldsymbol{v})(\boldsymbol{k}\hat{\varepsilon}\boldsymbol{k})^{-1}$, $\Lambda \equiv \hat{\varepsilon}(\boldsymbol{k}\boldsymbol{v})^2 c^{-2} - \hat{I}k^2$, $\hat{I}$ — единичная матрица.

Здесь, так же как и в [3], первые два члена в круглых скобках в (5) свидетельствуют о том, что при скачке гиротропии в среде излучает даже неподвижный заряд.

Подставляя (1) в (5), имеем

$$D_{\boldsymbol{k}}^{\mathrm{tr}2} = -\frac{iq}{2\pi^2}\left\{\frac{i[\boldsymbol{k}\boldsymbol{g}]}{\varepsilon((\boldsymbol{k}\boldsymbol{v})^2c^{-2}\varepsilon - k^2)} + \frac{\varepsilon(\boldsymbol{k}\boldsymbol{v})\boldsymbol{v}_\perp}{c^2((\boldsymbol{k}\boldsymbol{v})^2c^{-2}\varepsilon - k^2)} -\right.$$
$$\left. - ik^2(\boldsymbol{k}\boldsymbol{v})\left([\boldsymbol{v}_\perp\boldsymbol{g}] - \frac{\boldsymbol{k}(\boldsymbol{k}[\boldsymbol{v}_\perp\boldsymbol{g}])}{k^2}\right)c^{-2}\left(\frac{(\boldsymbol{k}\boldsymbol{v})^2}{c^2}\varepsilon - k^2\right)^{-2}\right\}\exp(-i(\boldsymbol{k}\boldsymbol{v})t),$$

и используя (2), (3), находим коэффициенты

$$A_{1,2} = \frac{qg}{8\pi^2}\,\frac{(1 \pm (\boldsymbol{k}\boldsymbol{v})n_1(kc)^{-1})}{((\boldsymbol{k}\boldsymbol{v})^2c^{-2}\varepsilon - k^2)}\times$$
$$\times\left\{\frac{k_z(\boldsymbol{k}\boldsymbol{v})(k_z(\boldsymbol{k}\boldsymbol{v}) - k^2v_z - ik(k_xv_y - k_yv_x)}{(c^2(\boldsymbol{k}\boldsymbol{v})^2c^{-2}\varepsilon - k^2)(k_x^2 + k_y^2)} + \frac{1}{\varepsilon}\right\},$$
$$B_{1,2} = \frac{qg}{8\pi^2}\,\frac{(1 \pm (\boldsymbol{k}\boldsymbol{v})n_2(kc)^{-1})}{((\boldsymbol{k}\boldsymbol{v})^2c^{-2}\varepsilon - k^2)}\times$$
$$\times\left\{\frac{k_z(\boldsymbol{k}\boldsymbol{v})(k_z(\boldsymbol{k}\boldsymbol{v}) - k^2v_z + ik(k_xv_y - k_yv_x))}{c^2((\boldsymbol{k}\boldsymbol{v})^2c^{-2}\varepsilon - k^2)(k_x^2 + k_y^2)} + \frac{1}{\varepsilon}\right\}. \tag{6}$$

Энергию излучения удобно вычислять по формуле

$$\int_0^\infty W_\omega\,d\omega = 2\pi^2\int d\boldsymbol{k}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{H}_{-\boldsymbol{k}}. \tag{7}$$

Напряженность магнитного поля излученных волн

$$\boldsymbol{H}_k = \frac{i}{ck^2}\left[\boldsymbol{k}\,\frac{\partial\boldsymbol{D}_{\boldsymbol{k}}}{\partial t}\right]. \tag{8}$$

Подставляя в (8) формулу (2), имеем

$$\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{k}1,2}^{\text{пр}} = \pm\frac{A_{1,2}}{n_1k}\left(\frac{\boldsymbol{k}}{k}k_z - k\boldsymbol{l}_z - i[\boldsymbol{k}\boldsymbol{l}_z]\right)\exp\left(\mp i\frac{kc}{n_1}t\right),$$
$$\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{k}1,2}^{\text{лев}} = \pm\frac{B_{1,2}}{n_2k}\left(\frac{\boldsymbol{k}}{k}k_z - k\boldsymbol{l}_z - i[\boldsymbol{k}\boldsymbol{l}_z]\right)\exp\left(\pm i\frac{kc}{n_2}t\right). \tag{9}$$

Учитывая, что

$$\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{k}1} = -\boldsymbol{H}_{-\boldsymbol{k}2}^{*} \tag{10}$$

и что в направлении $\boldsymbol{k}$ распространяются две волны с одинаковой поляризацией $\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{k}1}$ и $\boldsymbol{H}_{-\boldsymbol{k}2}$, получаем для интенсивности излучения выражение

$$\int_0^\infty W_\omega^{\text{пр, лев}} d\omega = \frac{q^2 g^2}{8\pi^2 c^4} \int \frac{dk}{n_{1,2}^2} \sin^2(\widehat{k, g}) \left(1 + \frac{(kv)\, n_{1\,2}}{kc}\right)^2 k^4 \times$$

$$\times \frac{k^2 \{(kv)(k_x v_x + k_y v_y) - (c^2 \varepsilon^{-1})(k_x^2 + k_y^2)\}^2 + k_z^2 (kv)^2 (k_x v_y - k_y v_x)^2}{(k_x^2 + k_y^2)((kv)^2 c^{-2} \varepsilon - k^2)^4}. \tag{11}$$

Если скорость заряда v перпендикулярна вектору гирации g, выбирая ось x по v, имеем

$$\int_0^\infty W_\omega^{\text{пр, лев}} d\omega = \frac{q^2 g^2}{8\pi^2 \varepsilon^{3/2} c} \int \frac{d\omega d\Omega \sin^2\theta}{\sqrt{\varepsilon \pm g\cos\theta}} \times$$

$$\times \left(1 + \frac{v}{c} \sin\theta \cos\varphi \sqrt{\varepsilon \pm g\cos\theta}\right)^2 \times \tag{12}$$

$$\times \frac{(v^2 c^{-2} \varepsilon \cos^2\varphi - 1)^2 + v^4 c^{-4} \varepsilon^2 \cos^2\varphi \sin^2\varphi \cos^2\theta}{(v^2 \sin^2\theta \cos^2\varphi\, c^{-2} \varepsilon - 1)^4},$$

где θ, φ—соответственно полярный и азимутальный углы сферической системы координат с осью z.

Если же скорость заряда параллельна вектору гирации, то

$$\int_0^\infty W_\omega^{\text{пр, лев}} d\omega = \frac{q^2 g^2}{4\pi \varepsilon^{3/2} c} \int \frac{d\omega d\theta \sin^2\theta}{\sqrt{\varepsilon \pm g\cos\theta}} \frac{(1 + vc^{-1}\cos\theta \sqrt{\varepsilon \pm g\cos\theta})^2}{(1 - v^2 c^{-2} \varepsilon \cos^2\theta)^4}. \tag{13}$$

Особенно интересен случай излучения неподвижного заряда. Для него

$$\int_0^\infty W_\omega^{\text{пр, лев}} d\omega = \frac{q^2 g^2}{4\pi c \varepsilon^{3/2}} \int d\omega \frac{\sin^3\theta\, d\theta}{\sqrt{\varepsilon \pm g\cos\theta}}. \tag{14}$$

Выражение (14) несложно проинтегрировать по θ и получить спектральное распределение энергии излучения

$$W_\omega d\omega = q^2 g^2 (3\pi c \varepsilon^{5/2})^{-1} d\omega. \tag{15}$$

Спектр излучения не зависит от ω, если ε не зависит от ω и изменение свойств среды происходит мгновенно. Если же скачок имеет длительность T, то, как показано в [7], на частотах $\omega \gg 1/T$ спектр излучения спадает экспоненциально. Из вида условий сшивки можно заключить, что при любом, скачкообразном во времени, изменении вектора гирации среды также будет формироваться излучение.

В заключение авторы благодарят Б. М. Болотовского за полезное обсуждение и интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1 Гинзбург В Л — Изв. вузов — Радиофизика, 1973, **16**, № 4, с. 512.
2 Манева Г. М.— Краткие сообщения по физике ФИАН, 1977, № 2, с 21
3 Давыдов В. А — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, **23**, № 8, с. 982
4 Рок В Е.— Изв вузов — Радиофизика, 1974, **17**, № 11, с 1728.
5 Morgentaller F. R.— IRE Trans, 1958, **MTT-6**, p. 167.
6 Болотовский Б. М — УФН, 1957, **62**, с. 201.
7 Болотовский Б. М., Давыдов В. А., Рок В. Е — УФН, 1982, **136**, № 3, с. 801.

Научно-исследовательский институт
ядерной физики Московского госуниверситета

Поступила в редакцию
5 октября 1982 г

RADIATION OF A MOVING CHARGE, WHEN A GYROTROPIC PROPERTIES IN THE MEDIUM INSTANTANEOUSLY ARISE

V A Davydov, V. V. Kolesov

The radiation of a moving point electrical charge, when a gyrotropic properties in the medium instantaneously arise is considered A field and energy of radiated waves are calculated. The possibility of immovable charge radiation is shown.