

$$\tilde{\psi}'_{-k} = -i(\delta\tilde{\psi}_{-j} - \lambda_+ \psi_{-k}) - [\tilde{\psi}_j \tilde{\Gamma}_{j-j} + \tilde{\psi}_k \tilde{\Gamma}_{k-j} + \tilde{\psi}_{-j} \tilde{\Gamma}_{-j-j} + \tilde{\psi}_{-k} \tilde{\Gamma}_{-k-j} + \sum_n \tilde{\psi}_n \tilde{\Gamma}_{n-j}].$$

Здесь из суммы выделены главные члены, содержащие коэффициенты связи вырождающихся мод  $\tilde{\Gamma}_{jk} = (1/2)(\tilde{\omega}'_j, \tilde{\omega}_k)$ ,  $\tilde{\Gamma}_{nk} = (1/2)(\tilde{\omega}'_n, \tilde{\omega}_k)$ . При этом  $\tilde{\Gamma}_{pn} + \tilde{\Gamma}_{np} = 0$  для  $n \neq p$ ,  $p = \pm j, \pm k$ , а для  $n = p$   $\tilde{\Gamma}_{jj} = \tilde{\Gamma}_{kk} = \tilde{\Gamma}_{-j-j} = \tilde{\Gamma}_{-k-k} = 0$ ,  $\tilde{\Gamma}_{jk} = (1/4) \times (L'_z \tilde{\omega}_k, \tilde{\omega}_k)$ ,  $\tilde{\Gamma}_{-j-k} = (1/4)(L'_z \tilde{\omega}_{-k}, \tilde{\omega}_{-k})$ . Аналогично находятся коэффициенты связи с положительно-отрицательными индексами.

Система (14) в нулевом приближении расщепляется на две системы связанных между собой двух дифференциальных уравнений, каждая из которых характеризует волны, распространяющиеся в положительном или отрицательном направлении оси  $x$ , и совпадает с рассмотренной в [1] Решение их проводится аналогично [1] и содержит функции Эйри Используя асимптотики функций Эйри для  $|x - x_B| > |A|^{-1/3}$  и осуществляя переход от  $\tilde{\omega}_{j,k}$  к  $\omega_{j,k}^0$ , получим справа от точки вырождения представление решения в виде (10) с другими коэффициентами при модах  $\tilde{C}_{jk}$  Эти коэффициенты связаны матрицей трансформации  $T$  с коэффициентами в левой части волнового уравнения. Матрица  $T$  имеет тот же вид, что и в работе [1],

$$T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, T_3 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, T_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

и зависит от пути перехода через точку вырождения.

Недиагональный характер матрицы  $T$ , как и в [1], обеспечивает за точкой вырождения появление второй вырождающейся моды, если падала только первая, но только в тех случаях, когда затухание падающей моды растет по мере приближения к точке вырождения Таким образом, матрицы трансформации  $T$  сохраняют свой вид при строгой постановке задачи, однако с учетом изотропного заполнения усложняется поперечная задача, которая для непрерывной произвольной функции  $\epsilon_m(x, z)$  может быть решена только численно, т. е. усложняется расчет коэффициентов связи Заметим, что реализованный в работе векторный подход позволил существенно упростить формализм, развитый в работе [1] для случая вырождения.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Бичудкая Т. И., Новиков В. В. — Изв вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 7, с. 860
- 2 Бичудкая Т. И., Новиков В. В. — Изв вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 10, с. 1226.
- 3 Каченеленбаум Б. З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. — М.: АН СССР, 1961
- 4 Краснушкин П. Е. — ДАН СССР, 1978, 239, № 4, с. 815
- 5 Краснушкин П. Е. — ДАН СССР, 1979, 43, № 5, с. 877
- 6 Наймарк М. А. Линейные дифференциальные операторы — М.: Наука, 1969
- 7 Budden K. G. — Proc Roy Soc. London, 1975, A-342, p. 175

Ленинградский государственный университет

Поступила в редакцию 8 июня 1982 г.

УДК 620 371 08

### О ПРОЯВЛЕНИЯХ ЭФФЕКТА УСИЛЕНИЯ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ ПРИ ОТРАЖЕНИИ ОТ ЗЕРКАЛА ОВФ

Х. Г. Ахунов, Ю. А. Кравцов

Вопросу об эффективности фокусировки обращенной волны в случайно-неоднородной среде посвящена работа [1], где был использован метод геометрической оптики, а также [2], где показано, что функция когерентности отраженной волны анизотропна за счет выделенного направления сноса неоднородности среды Предложенный способ вычислений применим, как отмечают авторы, в случае, когда наибольшее относительное смещение неоднородностей меньше внутреннего масштаба турбулентности

В данной работе анализируется интенсивность отраженной волны в случайно-неоднородной среде в условиях, когда флуктуации насыщены, а смещение неоднородностей превышает внутренний масштаб турбулентности (в этом случае метод геометрической оптики заведомо не применим)

Пусть источник, пространственно-временные координаты которого будем обозначать через  $x_b \equiv (r_b, t_b)$ , находится на расстоянии  $L$  от апертуры отражающего зеркала (координаты точек на поверхности зеркала ОВФ обозначим через  $x_a \equiv (r_a, t_a)$ ) и пусть неоднородности сносятся со скоростью ветра  $v$ . Исходя из принципа взаимности, поле вблизи источника, отраженное зеркалом, можно представить в виде [1]

$$E(x_{b2}) = 2ikB \int G^*(x_{b1} \rightarrow x_{a1}) G(x_{a1} \rightarrow x_{b2}) d^2\rho_{a1}, \quad (1)$$

где  $B$  — коэффициент усиления зеркала,  $G(x_b \rightarrow x_a)$  — функции Грина задачи, а интегрирование ведется по апертуре зеркала

Используя (1), получим выражение для средней интенсивности отраженного поля в окрестности источника:

$$\begin{aligned} \bar{I} = 4k^2 B^2 \iint \langle G^*(x_{b1} \rightarrow x_{a1}) G(x_{a1} \rightarrow x_{b2}) \times \\ \times G(x_{b1} \rightarrow x_{a2}) G^*(x_{a2} \rightarrow x_{b2}) \rangle d^2\rho_{a1} d^2\rho_{a2}. \end{aligned} \quad (2)$$

В условиях насыщенных флуктуаций, когда волновое поле нормализуется, подынтегральное выражение расщепляется на два слагаемых:

$$\begin{aligned} \Phi = \langle G^*(x_{b1} \rightarrow x_{a1}) G(x_{a1} \rightarrow x_{b2}) G(x_{b1} \rightarrow x_{a2}) G^*(x_{a2} \rightarrow x_{b2}) \rangle = \\ = \langle G^*(x_{b1} \rightarrow x_{a1}) G(x_{a1} \rightarrow x_{b2}) \rangle \langle G^*(x_{a2} \rightarrow x_{b2}) G(x_{b1} \rightarrow x_{a2}) \rangle + \\ + \langle G^*(x_{b1} \rightarrow x_{a1}) G(x_{b1} \rightarrow x_{a2}) \rangle \langle G^*(x_{a2} \rightarrow x_{b2}) G(x_{a1} \rightarrow x_{b2}) \rangle. \end{aligned} \quad (3)$$

Представим функцию Грина  $G(x_b \rightarrow x_a)$  в виде  $G_0(x_b \rightarrow x_a) W(x_b \rightarrow x_a)$ , где  $G_0$  — невозмущенное значение,  $W$  — случайный фактор. Для  $G_0$  используем квазиоптическое представление

$$G_0 = -(1/4\pi L) \exp\{ik[L + (\rho_{a1} - \rho_{b2})^2/2L]\},$$

где  $\rho_{bj}$  и  $\rho_{aj}$  — поперечные координаты точек наблюдения и точек на апертуре ( $j=1, 2$ ),  $L$  — расстояние от апертуры (рис 1). Тогда выражение (3) превращается в

$$\Phi = (1/4\pi L)^4 \exp(ik\rho_a\rho_b/L) [\Gamma^2(\rho_b - \rho_v, 0) + \Gamma^2(0, \rho_a)], \quad (4)$$

где  $\Gamma(a, b) = \langle W(a, b) W^*(a, b) \rangle$  — нормированная четырехточечная функция когерентности поля, а  $\rho_v = (2L/c)v$  — смещение неоднородностей за время двукратного прохождения света от источника до зеркала ОВФ и обратно,  $\rho_a = \rho_{a1} - \rho_{a2}$  и  $\rho_b = \rho_{b1} - \rho_{b2}$  — соответственно расстояния между произвольными точками на апертуре и в плоскости, проходящей через источник перпендикулярно оси зеркала.

Подставив (4) в (2), для средней интенсивности отраженной волны получим выражение

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = I_0(\rho_b) \Gamma^2(\rho_b - \rho_v, 0) + [4k^2 B^2 / (4\pi L)^4] \times \quad (5)$$

$$\times \iint \exp\left(\frac{ik\rho_a\rho_b}{L}\right) \Gamma^2(\rho_a, 0) d^2\rho_{a1} d^2\rho_{a2},$$

где  $I_0 = [4k^2 B^2 / (4\pi L)^4] \iint \exp\left(\frac{ik\rho_a\rho_b}{L}\right) d^2\rho_{a1} d^2\rho_{a2}$  — интенсивность сфокусированного поля в отсутствие неоднородностей

В рамках метода параболического приближения функция  $\Gamma$  может быть представлена в виде

$$\Gamma(a, b) = \exp[-(1/2) D_\varphi(a, b)], \quad (6)$$

где  $D_\varphi(a, b)$  — структурная функция флуктуаций фазы. Эта функция растет как  $(|a|/\rho_\kappa)^{5/3}$  или же  $(|b|/\rho_\kappa)^{5/3}$ , где  $\rho_\kappa = (0,27 C_\epsilon^2 k^2 L)^{-3/5}$  — радиус когерентности сферической волны [3].

С учетом (6) для  $\bar{I}_1$  и  $\bar{I}_2$  получаем выражения

$$\bar{I}_1 = I_0(\rho_b) \exp[-D_\varphi(\rho_b - \rho_v, 0)], \quad (7)$$

$$\bar{I}_2 = [4k^2 B^2 / (4\pi L)^4] \iint \exp\left[\frac{ik\rho_a\rho_b}{L} - D_\varphi(0, \rho_a)\right] d^2\rho_{a1} d^2\rho_{a2}.$$

Укажем основные особенности выражения (7).

а) Если радиус апертуры  $l_A$  меньше радиуса корреляций  $\rho_K$ , то все функции взаимной когерентности близки к 1, и тогда для средней интенсивности обращенного поля в окрестности точки  $\rho_b = \rho_v$

получим  $\bar{I} \approx 2I_0$ . Иными словами, вследствие двукратного прохождения волны через флуктуирующую среду интенсивность обращенной волны в фокальной точке удваивается. Этот результат пересекается с выводами работы [4], где описан эффект частичного обращения волнового фронта при обратном отражении волны от препятствия. Согласно [4], если пропустить поле, рассеянное препятствием, через линзу, то частично обращенная компонента приведет к удвоению интенсивности в фокальном пятне. В данном случае слагаемое  $I_2$  в (5) и (7) можно рассматривать как интенсивность волны, претерпевшей частичное обращение вследствие двукратного прохождения одних и тех же неоднородностей. В центре фокального пятна эта интенсивность сравнима с интенсивностью  $\bar{I}$ , волны, обращенной зеркалом ОВФ (рис 2а).

б) Если радиус апертуры больше масштаба корреляции,  $l_A \gg \rho_K$ , то второе слагаемое много меньше первого, т. е.  $\bar{I}_2 \ll \bar{I}_1$ , так что  $\bar{I} \approx I_0$  (рис. 2б).

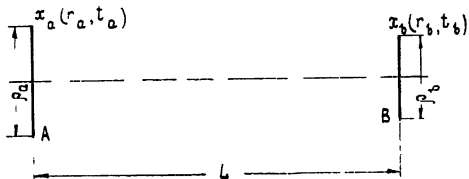


Рис 1. А — апертура зеркала ОВФ, В — источник,  $x_a(r_a, t_a)$  и  $x_b(r_b, t_b)$  — соответственно координаты точек на апертуре и вблизи источника,  $\rho_a$  и  $\rho_b$  — соответственно расстояние между точками на апертуре и вблизи источника,  $L$  — расстояние от источника до зеркала.

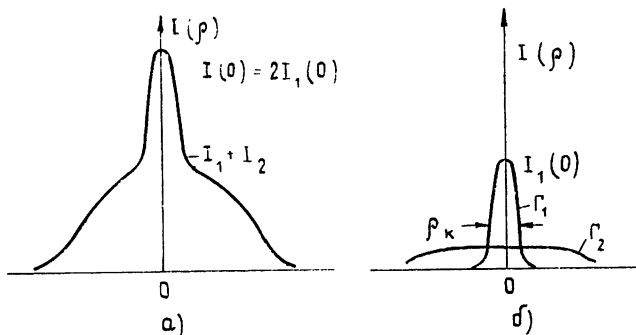


Рис. 2. а) Зависимость средней интенсивности  $I$  от точки наблюдения при  $\rho_b \ll \rho_K$ , б) при  $\rho_b \sim \rho_K$  (на оси абсцисс отложены величины  $\rho$ ).

в) Первое слагаемое  $\bar{I}_1$  обычно мало, если  $(\rho_b - \rho_v) > \rho_K$ , т. е. если за время  $\tau = 2L/c$  неоднородности (или источник) смещаются больше, чем на радиус когерентности ( $\rho_K \sim (k^2 C_\epsilon^2 L)^{-3/5} < v(2L/c)$ ). При относительной скорости ветра  $|u - v| = 150 \text{ м/с}$ , длине волны  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$  и  $C_\epsilon^2 = 10^{-14} \text{ см}^{-2/3}$  уменьшение интенсивности произойдет при  $L \geq 10 \text{ км}$ .

Таким образом, в области насыщенных флуктуаций может наблюдаться новый эффект удвоения интенсивности по сравнению с вакуумным значением  $I_0$ . Что же касается ограничений на скорость ветра и источника, при которых еще сохраняется фокусировка обращенной волны, то для насыщенных флуктуаций справедливы оценки, полученные в [1] в приближении геометрической оптики, т. е. в приближении слабых флуктуаций.

В заключение авторы выражают признательность А. И. Саичеву, который обратил внимание авторов на то, что соотношение (5) не удовлетворяет условию сохранения полного потока энергии, хотя в области фокального пятна отличие интенсивности от (5) невелико, и сделанные выше выводы сохраняют свою силу. Более точное выражение в условиях, когда можно пренебречь дрейфом неоднородности, содержится в работе [5].

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Ахунов Х. Г., Бункин Ф. В., Власов Д. В., Кравцов Ю. А. — Квантовая электроника, 1982, 9, № 6, с 1287
- 2 Малахов А. Н., Саичев А. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 11, с 1356.

- 3 Коп А И, Фейзулин З И — Изв. вузов — Радиофизика, 1970, 13, № 1, с. 71  
 4 Кравцов Ю. А, Саичев А. И — ЖЭТФ, 1982, 83, № 2(8), с. 532.  
 5 Малахов А Н, Половинкин А В., Саичев А И — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 5, с. 579

Московский государственный педагогический институт им В И Ленина

Поступила в редакцию 16 августа 1982 г

УДК 538.632

## НЕЧЕТНАЯ МАГНИТОПРОВОДИМОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКА СО СВЕРХРЕШЕТКОЙ

Э М Эштейн

Гальваномагнитные явления в полупроводниковой сверхрешетке (СР) изучались в работах [1-4]. Анизотропия и нелинейность проводимости СР приводят к ряду «аномальных» эффектов наличие магнетосопротивления даже при полном вырождении электронного газа [1], неоднозначности холловского поля в области сильных электрических полей [2], штарк-циклотронному резонансу [3] и др. В настоящей работе мы хотим обратить внимание на то, что сочетание анизотропии и нелинейности СР приводит к нечетной магнитопроводимости (НМП) — зависимость плотности тока от магнитного поля  $H$  содержит нечетную (линейную) по  $H$  составляющую, которая в слабых полях является доминирующей. Мы ограничимся случаем слабого магнитного поля, учитываемого в линейном приближении, постоянное электрическое поле будем учитывать в квазиклассическом приближении, кроме того, как и в [2-4], будем пользоваться приближением постоянного времени релаксации.

Пусть магнитное поле  $H$  параллельно слоям, образующим СР (т.е. перпендикулярно к оси СР), в этом направлении выберем ось  $z$ . Ось  $x$  направим вдоль тока, протекающего под углом  $\varphi$  к оси СР. В направлении оси  $y$  образец предполагается электрически закороченным (холловское поле равно нулю). Такие граничные условия можно, в частности, обеспечить, взяв образец в виде диска Корбино [5], у которого токовый радиус ( $r$  с радиус, соединяющий центральный и периферийный электроды) направлен под углом  $\varphi$  к оси СР. Задача сводится к вычислению зависимости компоненты тензора проводимости  $\sigma'_{xx}$  от  $H$ . Для ее решения можно воспользоваться результатами работы [2], где вычислены компоненты тензора проводимости  $\sigma_{ik}$  в системе координат, ось  $x$  которой совпадает с осью СР (ось  $z$  по-прежнему направлена вдоль  $H$ ). Связь  $\sigma'_{xx}$  с компонентами  $\sigma_{ik}$  дается формулой

$$\sigma'_{xx} = \sigma_{xx} \cos^2 \varphi + \sigma_{yy} \sin^2 \varphi + (\sigma_{xy} + \sigma_{yx}) \sin \varphi \cos \varphi \quad (1)$$

Согласно [2]

$$\sigma_{xx} = \sigma_{\parallel} [1 + (E_0/E^*)^2]^{-1}, \quad (2)$$

$$\sigma_{yy} = \sigma_{\perp}; \quad (3)$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{\parallel} \tau_1 [1 - 3(E_0/E^*)^2] [1 + (E_0/E^*)^2]^{-3}, \quad (4)$$

$$\sigma_{yx} = -\sigma_{\perp} \tau_1 [1 + (E_0/E^*)^2]^{-1}, \quad (5)$$

где  $\sigma_{\parallel}$  и  $\sigma_{\perp}$  — проводимость вдоль и поперек оси СР в слабом электрическом поле,  $E^* = \hbar/ed\tau$ ,  $\eta = e\tau H/mc$ ,  $E_0$  — составляющая электрического поля вдоль оси СР,  $d$  — период СР,  $\tau$  — время свободного пробега электрона. Из (4), (5) видно, что тензор проводимости в области сильных электрических полей не удовлетворяет соотношениям Онгагера, с этим и связано появление НМП.

Из (1)–(5) получаем для относительного изменения проводимости СР в магнитном поле в указанной выше конфигурации

$$\lambda \equiv \frac{\Delta \sigma'_{xx}}{\sigma'_{xx}(H=0)} = - \frac{\xi^2 (5 + \xi^2) \sin 2\varphi}{2(1 + \xi^2)^2 [\cos^2 \varphi + \tau(1 + \xi^2) \sin^2 \varphi]} \quad (6)$$

где  $\xi = (E_x/E^*) \cos \varphi$ ,  $E_x$  — тангсующее электрическое поле.

Формула (6) указывает на существование у СР НМП, обусловленной нелинейностью СР и имеющей сложную угловую зависимость