

УДК 551.510.535
538.574.8**БРЭГГОВСКИЙ РЕЗОНАТОР В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ
С ИСКУССТВЕННОЙ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОЙ РЕШЕТКОЙ***В. Г. Лапин, Ю. А. Рыжов, В. В. Тамойкин*

Рассмотрено рассеяние электромагнитных волн на искусственной ионосферной квазипериодической решетке, образованной полем мощной волны накачки. Показано, что при наличии точки отражения (зеркала) и при определенном сдвиге частоты падающей волны относительно накачки возможно образование брэгговского резонатора полуоткрытого типа в системе решетка—зеркало. При этом поле в сравнительно широкой области вблизи зеркала резко возрастает. Это возрастание, как показывает проведенное исследование, ограничено наличием крупномасштабных хаотических неоднородностей электронной плотности. В применении к ионосфере приведены численные оценки.

В последние годы проведен ряд экспериментов по воздействию на плазму ионосферы мощным радиоизлучением наземных передатчиков [1, 2]. В известных условиях ниже точки отражения образуется стоячая волна, в поле которой происходит расслоение плазмы и образование квазипериодической решетки.

Рассеяние электромагнитной волны от такой структуры рассмотрено в работе [3] в борновском приближении, справедливом для достаточно слабых решеток. Однако в эксперименте наблюдаются случаи, когда пробная волна полностью рассеивается решеткой [1].

В ряде работ рассматривалось рассеяние от периодических и квазипериодических структур [4–6]. Однако в этих работах не учтено наличие точки отражения. Зеркало существенно влияет на распределение поля в слое плазмы. Существенная роль его видна из результатов работы [7], где рассматривалось многократное рассеяние в хаотически неоднородном слое, ограниченном зеркалом. Своеобразие процесса распространения волны в таком слое заключается в наличии решений, нарастающих в направлении к зеркалу. Возможность возникновения резонатора полуоткрытого типа, в котором существенную роль играет многократное рассеяние волн, исследуется в настоящей работе.

Ниже мы рассматриваем задачу о падении волны на слой изотропной плазмы, ограниченной на конце зеркалом (точка отражения). Внутри слоя предполагается заданной квазипериодическая одномерная структура электронной плотности (решетка). Решение задачи показывает, что характер распределения интенсивности поля пробной волны сильно зависит от фазы решетки в месте расположения зеркала (последнюю можно менять, сдвигая частоту пробной волны по отношению к частоте накачки). При определенной фазе стационарное распределение интенсивности волны растет по мере приближения к зеркалу. Такое решение соответствует возбуждению брэгговского резонатора*.

Эффект, вообще говоря, зависит от крупномасштабных хаотических неоднородностей, влияющих на решетку и на процессы рассеяния в слое. Анализ влияния случайных неоднородностей и оценки даны в разд. 3 и 4.

* В квантовой электроопике аналогичные физические идеи экспериментально реализованы в брэгговских фильтрах на основе гофрированных волноводов [8, 9].

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Пусть на слой изотропной плазмы $z \in (0, L)$ справа падает пробная волна единичной амплитуды с частотой ω и отражается от зеркала, расположенного при $z=0$. Поле внутри слоя описывается уравнением*

$$\frac{d^2 E}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega, z) E = 0. \quad (1)$$

Здесь полагаем

$$\varepsilon(\omega, z) = \varepsilon_0(\omega) \left[1 + \tilde{\varepsilon}(\omega, z) - 2m \cos \left(2 \int_0^z k_H(z') dz' + \varphi \right) \right], \quad (2)$$

$\varepsilon_0(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega^2$ — средняя диэлектрическая проницаемость невозмущенной плазмы,

$\tilde{\varepsilon}(\omega, z) = \frac{\varepsilon(\omega, z) - \langle \varepsilon(\omega, z) \rangle}{\varepsilon_0(\omega)} \simeq -\varepsilon_0^{-1}(\omega) \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\delta N(z)}{N_0}$ —

флуктуирующая часть, обусловленная естественными ионосферными неоднородностями, m — амплитуда искусственной решетки

$\left(m \simeq \frac{1}{2} \varepsilon_0^{-1}(\omega) \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\Delta N}{N_0}, \text{ где } \frac{\Delta N}{N_0} \text{ — относительное изменение концентрации электронов в решетке} \right)$,

$$k_H^2(z) = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0(\omega_H) [1 + \tilde{\varepsilon}(\omega_H, z)] \equiv k_{H0}^2 [1 + \tilde{\varepsilon}(\omega_H, z)]. \quad (3)$$

В формуле (2) φ учитывает тот факт, что точка отражения пробной волны ($z=0$ — положение зеркала), вообще говоря, не совпадает с точкой отражения волны накачки ($z=z_0$):

$$\varphi = -2k_{H0}z_0. \quad (4)$$

Так, в случае линейного слоя $N(z) = N_0(1 - \gamma z)$

$$z_0 = \gamma^{-1} \frac{\omega^2 - \omega_H^2}{\omega^2} \simeq 2\gamma^{-1} \frac{\Delta\omega}{\omega_H}, \quad \Delta\omega = \omega - \omega_H. \quad (5)$$

Как уже отмечалось, характер решения сильно зависит от величины фазы φ . Далее, в соответствии с реальными экспериментами, будем считать m и $\tilde{\varepsilon}(\omega, z)$ малыми:

$$m \ll 1, \quad |\tilde{\varepsilon}(\omega, z)| \ll 1, \quad (6)$$

а их отношение произвольным.

Представим решение уравнения (1) в виде

$$E(z) = P(z)e^{-i\psi(z)} + Q(z)e^{i\psi(z)}, \quad (7)$$

где $\psi(z) = \int_z^L k(z') dz'$, $k(z') \simeq k_0 \left[1 + \frac{1}{2} \tilde{\varepsilon}(\omega, z) \right]$, $k_0 \equiv \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0(\omega)}$. В си-

* Разумеется, поля мощной и пробной волн имеют искривленный фазовый фронт. Однако, как показывает анализ, модель плоской решетки, образованной волной накачки, является вполне удовлетворительной при выполнении условия $L \ll R_0$ (R_0 — расстояние от передатчика до зеркала). В то же время рассмотренный ниже эффект брэгговского резонатора имеет место при учете кривизны фазового фронта пробной волны в условиях, когда $2\pi/kmR_0 \ll \exp(-kmL)$.

лу условия (6) величины $P(z)$ и $Q(z)$ можно трактовать как медленно меняющиеся комплексные амплитуды прямой и отраженной волн. Уравнения для них получим стандартным асимптотическим методом [10]. Подставив (7) в (1), считая производные P' и Q' малыми ($|P'(z)/P(z)| \sim |Q'(z)/Q(z)| \sim m$) и отбрасывая члены порядка P'' и Q'' , имеем

$$P'(z) = -\frac{1}{4} \frac{d\tilde{\varepsilon}(z)}{dz} [P - Qe^{2i\psi(z)}] + \frac{k_0 m}{2} Q \exp \left\{ i \left[\varphi - \frac{\pi}{2} + 2\psi(0) - 2 \left(\Delta k z + \int_0^z \eta dz' \right) \right] \right\}, \quad (8)$$

$$Q'(z) = \frac{1}{4} \frac{d\tilde{\varepsilon}(z)}{dz} [P^{-2i\psi(z)} - Q] + \frac{k_0 m}{2} P \exp \left\{ -i \left[\varphi - \frac{\pi}{2} + 2\psi(0) - 2 \left(\Delta k z + \int_0^z \eta dz' \right) \right] \right\},$$

где $\Delta k = k_0 - k_{H0} = (\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2} - \sqrt{\omega_H^2 - \omega_p^2}) c^{-1}$ — регулярная, а $\eta(z)$ — флуктуирующая расстройки волновых чисел:

$$\eta(z) \simeq k_{H0} \frac{\omega_p^2}{\omega_H^2} \varepsilon_0^{-2}(\omega_H) \frac{\Delta \omega}{\omega_H} \frac{\delta N(z)}{N_0}. \quad (9)$$

Заметим, что в правых частях уравнений (8) опущены члены, осциллирующие с периодом $2\pi/k_H$.

При выполнении условий

$$\left| \frac{d\tilde{\varepsilon}}{dz} \right| \frac{1}{k_0} \ll m \quad \text{или} \quad \sigma_{\varepsilon} \ll k_0 l m \quad (10)$$

(σ_{ε} — дисперсия величины $\tilde{\varepsilon}(\omega, z)$, l — характерный размер неоднородностей) можно отбросить слагаемые, пропорциональные $d\tilde{\varepsilon}/dz$ в правых частях уравнений (8). Физическое условие (10) означает, что рассеяние пробных волн назад обусловлено, в основном, регулярной решеткой.

Таким образом, в случае крупномасштабных неоднородностей уравнения (8) примут вид

$$P'(z) = -i \frac{k_0 m}{2} Q(z) \exp \left\{ i \left[\varphi + 2\psi(0) - 2 \left(\Delta k z + \int_0^z \eta(z') dz' \right) \right] \right\}, \quad (11)$$

$$Q'(z) = i \frac{k_0 m}{2} P(z) \exp \left\{ -i \left[\varphi + 2\psi(0) - 2 \left(\Delta k z + \int_0^z \eta(z') dz' \right) \right] \right\}.$$

Граничные условия должны быть записаны в форме

$$P(L) = 1, \quad Q(0) + P(0) e^{-2i\psi(0)} = 0, \quad (12)$$

причем второе условие означает обращение в нуль суммарного поля на зеркале.

Уравнения, аналогичные (11), возникают при описании параметрического взаимодействия волн в среде с крупномасштабными неоднородностями [11]. Соответствующие результаты можно использовать в рассматриваемой задаче. Ясно, что случайные неоднородности будут ухудшать резонансное рассеяние на регулярной решетке, увеличивая характерный масштаб взаимодействия. Заметим, что флуктуирующая часть расстройки $\eta(z)$ в уравнениях (11), согласно (9), исчезает при $\omega = \omega_H$. Рассеяние пробной волны происходит в этом случае, как в однородной среде без флуктуаций. Причина здесь в том, что пространственные периоды решетки и пробной волны меняются с координатой одинаково, сохраняя неизменным резонансное условие ($\Delta k = 0$, $\eta(z) \equiv 0$). Следовательно, нужно ожидать, что и в случае плазмы со средним градиентом концентрации характер процесса рассеяния будет зависеть только от согласования частот, а неоднородность проявится лишь при $\Delta\omega \neq 0$.

Если интересоваться поведением энергетических характеристик пробной волны, то можно получить более удобные уравнения. Для этого заметим, что система (11), (12) имеет интеграл

$$|P(z)|^2 - |Q(z)|^2 = 0. \quad (13)$$

Введем в рассмотрение величины

$$I(z) = |P(z)|^2, \quad (14)$$

$$\Theta(z) = \arg \frac{Q(z)}{P(z)} + 2 \left[\psi(0) - \Delta kz - \int_0^z \eta(z') dz' \right].$$

Из (11), (12) для $I(z)$ и $\Theta(z)$ получим уравнения

$$\frac{d \ln I}{dz} = k_0 m \cos \Theta; \quad (15)$$

$$\frac{d\Theta}{dz} = -k_0 m \sin \Theta - 2[\Delta k + \eta(z)] \quad (16)$$

с краевыми условиями

$$I(L) = 1; \quad (17)$$

$$\Theta(0) = \varphi + \frac{\pi}{2}. \quad (18)$$

При $\Delta k = \eta = 0$ значение фазы $\varphi = \pi/2$ приводит к решению, согласно которому $I(z)$ экспоненциально растет по мере углубления в слой. Анализ системы (11), (12) целесообразно провести сначала при $\tilde{\varepsilon}(z, \omega) = 0$, когда отсутствуют хаотические неоднородности.

2. ПЛАЗМА БЕЗ СЛУЧАЙНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

При $\tilde{\varepsilon}(\omega, z) = 0$, $\eta(z) = 0$, $\psi(z) = k_0 L$ и из (11), (12) получим

$$P''(z) + 2i\Delta k P'(z) - \left(\frac{k_0 m}{2}\right)^2 P(z) = 0; \quad (19)$$

$$P(L) = 1. \quad P'(0) + \frac{k_0 m}{2} \exp \left[i \left(\varphi - \frac{\pi}{2} \right) \right] P(0) = 0. \quad (20)$$

Зная $P(z)$, можно найти $Q(z)$ из первого уравнения (11).

В безразмерных переменных $\tau = \frac{1}{2} k_0 m z$, $\tau_L = \frac{1}{2} k_0 m L$ решение краевой задачи (19), (20) имеет вид

$$P(\tau) = \exp [i\Delta(\tau_L - \tau)] \times \quad (21)$$

$$\times \frac{f_1(\varphi, \Delta) \exp(\sqrt{1 - \Delta^2}\tau) - f_2(\varphi, \Delta) \exp(-\sqrt{1 - \Delta^2}\tau)}{f_1(\varphi, \Delta) \exp(\sqrt{1 - \Delta^2}\tau_L) - f_2(\varphi, \Delta) \exp(-\sqrt{1 - \Delta^2}\tau_L)},$$

где $\Delta = 2\Delta k/k_0 m$, $f_1(\varphi, \Delta) = \sin \varphi - \sqrt{1 - \Delta^2} - i(\cos \varphi + \Delta)$, $f_2(\varphi, \Delta) = \sin \varphi + \sqrt{1 - \Delta^2} - i(\cos \varphi + \Delta)$ Условие

$$\Delta < 1 \quad (22)$$

определяет ширину резонансной области уравнения Матье (1), (2). Для частот, удовлетворяющих этому условию, рассеяние пробной волны, согласно (21), наиболее эффективно. При этом (см. [5]) модуль коэффициента отражения от толстого слоя равен 1. В дальнейшем будем считать, что условие (22) выполнено.

Если $f_1(\varphi, \Delta) \neq 0$, то для оптически толстого слоя ($\sqrt{1 - \Delta^2}\tau_L \gg 1$) имеем при $\tau_L - \tau \gg 1$

$$P(\tau) \simeq \exp \{i\Delta(\tau_L - \tau)\} \exp \{-\sqrt{1 - \Delta^2}(\tau_L - \tau)\}, \quad (23)$$

т. е. амплитуда падающей волны экспоненциально спадает из-за рассеяния по мере углубления в плазму. Аналогично ведет себя и поле рассеянной волны. Качественно это решение такое же, как и решение задачи без зеркала [5].

Если же $\varphi = \varphi_*(\Delta)$,

$$\varphi_*(\Delta) = \frac{\pi}{2} + \arcsin \Delta, \quad (24)$$

из (21) получим

$$P(\tau) = \exp [i\Delta(\tau_L - \tau)] \exp [\sqrt{1 - \Delta^2}(\tau_L - \tau)], \quad (25)$$

т. е. амплитуда поля растет по мере углубления в слой. Это решение соответствует возбуждению резонатора зеркало — решетка, работающего на брэгговском резонансе. Поле пробной волны вблизи зеркала может стать большим и исказить решетку, созданную волной накачки.

Заметим, что из (7), (14) следует

$$|E(z)|^2 = 2 |P(z)|^2 \left[1 - \cos(2k_{H0}z + k_0 \int_0^z \tilde{\varepsilon}(z') dz') \right], \quad \varphi = \varphi_*. \quad (26)$$

При $\tilde{\varepsilon}(z) \equiv 0$ $|E(z)|^2$ достигает максимума на расстоянии $z = \pi/2k_{H0}$ (непосредственно на зеркале $E(z) = 0$).

3. ВЛИЯНИЕ СЛУЧАЙНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Как уже отмечалось, при точном согласовании частот пробной волны и накачки $\eta(z) = 0$. В этом случае для интенсивности $I(z)$ можно получить из (11), (12) или из (15) — (18) такое же выражение, как и в отсутствие неоднородностей. Флуктуации при этом влияют только на вид интерференционного члена в выражении для $|E(z)|^2$ (см. (26)).

Если $\tilde{\varepsilon}(\omega, z)$ распределена нормально, то $\int_0^z \tilde{\varepsilon}(\omega, z') dz'$ также распреде-

лен нормально с дисперсией $k_0 \sigma_z \sqrt{lz}$ и усреднение выражения (26) дает

$$\langle |E(z)|^2 \rangle = 2 |P(z)|^2 \left[1 - \cos(2k_0 z) \exp\left(-\frac{1}{4} k_0^2 \sigma_z^2 lz\right) \right], \quad \omega = \omega_H, \quad (27)$$

где $P(z)$ определяется формулой (21). Экспоненциальное затухание интерференционного члена отражает тот факт, что по мере удаления от зеркала прямая и отраженная волны из-за рассеяния случайными неоднородностями становятся некогерентными.

При рассмотрении общего случая ($\Delta\omega \neq 0$) рассеяния пробных волн на плазменной решетке в присутствии флуктуаций будем исходить из краевой задачи (15)–(18). Считаем $\eta(z)$ нормальным случайным процессом с нулевым средним $\langle \eta(z) \rangle = 0$ и корреляционной функцией:

$$\langle \eta(z) \eta(z') \rangle = 2k_{H0}^2 D \delta(z - z'), \quad (28)$$

$$D = l \left(\frac{\omega_p}{\omega_H} \varepsilon^{-1}(\omega_H) \right)^4 \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_H} \right)^2 \left\langle \left(\frac{\delta N}{N_0} \right)^2 \right\rangle.$$

Заметим, что система (15)–(18) задает двухточечную краевую задачу. Чтобы использовать аппарат кинетических уравнений, можно задачу, определяемую уравнениями (15)–(18), свести к причинной, введя новую переменную

$$u(z) = \ln \frac{I(z)}{I(0)}. \quad (29)$$

При условии (28) $u(z)$ и $\Theta(z)$ будут марковскими случайными процессами, а их двухмоментная функция распределения $W_2(\tau, I, \Theta; \tau_1, I_1, \Theta_1)$ определит любые моменты интенсивности I . Она может быть найдена из соотношения

$$W_2(\tau, I, \Theta; \tau_1, I_1, \Theta_1) = W(\tau, I, \Theta) F(\tau_1, I_1, \Theta_1 | \tau, I, \Theta), \quad (30)$$

где $W(\tau, I, \Theta)$ — одноточечная плотность вероятности, определяемая, согласно (15)–(18), (28), (29), уравнением Эйнштейна—Фоккера—Планка

$$\frac{1}{2} \frac{\partial W}{\partial \tau} + \cos \Theta \frac{\partial W}{\partial u} - \frac{\partial \sin \Theta W}{\partial \Theta} - \Delta \frac{\partial W}{\partial \Theta} - \delta \frac{\partial^2 W}{\partial \Theta^2} = 0, \quad (31)$$

$\delta = 4k_0 D/m$, с начальным условием

$$W(0, u, \Theta) = \delta(u) \delta(\Theta - \Theta_0), \quad \Theta_0 = \frac{\pi}{2} + \varphi. \quad (32)$$

Плотность вероятности перехода $F(\tau, I, \Theta | \tau', I', \Theta')$, $\tau' < \tau$, определяется также уравнением (31), но с условием

$$F(\tau, I, \Theta | \tau', I', \Theta') = \delta(I - I') \delta(\Theta - \Theta'). \quad (33)$$

Здесь мы не будем детально изучать все моменты интенсивности, а рассмотрим поведение величины

$$\langle e^u \rangle \equiv \left\langle \frac{I(\tau)}{I(0)} \right\rangle,$$

по виду которой можно судить о характере изменения интенсивности пробной волны в слое плазмы.

Для моментов вида

$$q_n^i(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} du \int_0^{2\pi} \cos^n \Theta \sin^i \Theta W(\tau, I, \Theta) e^{u d \Theta},$$

$$q_0^0(\tau) \equiv \langle I(\tau)/I(0) \rangle$$

из (31), (32) получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (q_0^0)' - q_1^0 &= 0, & q_0^0(0) &= 1, \\ \frac{1}{2} (q_1^0)' - q_0^0 - \Delta q_0^1 + \delta q_1^0 &= 0, & q_1^0(0) &= -\sin \varphi, \\ \frac{1}{2} (q_0^1)' + \Delta q_1^0 + \delta q_0^1 &= 0, & q_0^1(0) &= \cos \varphi. \end{aligned} \quad (34)$$

Поведение решений системы (34) определяется значениями корней характеристического полинома. Как уже отмечалось, в отсутствие флуктуаций рассеяние наиболее эффективно, если $|\Delta| < 1$, а условие $|\Delta| = 1$ определяет при $\delta = 0$ границу резонансной зоны. Зависимость ее ширины от уровня флуктуаций дает анализ корней характеристического полинома системы (34). На рис. 1 заштрихована область параметров Δ и δ , соответствующая резонансной зоне, граница которой описывается соотношением

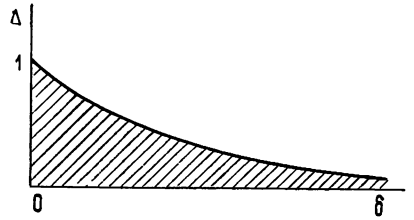


Рис. 1.

$$\delta = \frac{1}{3\Delta^2} \left[\sqrt{\left(\Delta^2 + \frac{3\sqrt{3}+5}{4}\right)^2 \left(\Delta^2 - \frac{3\sqrt{3}-5}{4}\right)^2 + \Delta^2(1-\Delta^2)^3} - \left(\Delta^2 + \frac{3\sqrt{3}+5}{4}\right) \left(\Delta^2 - \frac{3\sqrt{3}-5}{4}\right) \right] \quad (35)$$

и приближенно дается формулами

$$\Delta = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4}\right)^{1/3} \delta^{2/3}, \quad \delta \ll 1; \quad (36)$$

$$\Delta \approx \frac{1}{2} \delta^{-1}, \quad \delta \gg 1. \quad (37)$$

Точное решение уравнений (34) имеет вид

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{P(\tau)^2}{P(0)} \right\rangle &= e^{-4\delta\tau/3} [\Phi_1(\varphi, \delta, \Delta) e^{2s_1\tau} + \Phi_2(\varphi, \delta, \Delta) e^{2s_2\tau} + \\ &+ \Phi_3(\varphi, \delta, \Delta) e^{2s_3\tau}], \end{aligned} \quad (38)$$

где

$$\Phi_1(\varphi, \delta, \Delta) = \left[\left(\frac{\delta}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \Delta^2 + \frac{\delta^2}{3}} \cos \frac{\sigma}{3} \right) \left(\frac{\delta}{3} + \right. \right.$$

$$+ \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \Delta^2 + \frac{\delta^2}{3}} \cos \frac{\alpha}{3} - \sin \varphi) + \quad (39)$$

$$+ \Delta (\Delta + \cos \varphi) \left[\left(1 - \Delta^2 + \frac{\delta^2}{3} \right) \left(1 + 2 \cos \frac{2\alpha}{3} \right) \right]^{-1};$$

$$\Phi_2(\varphi, \delta, \Delta) = \left[\left(\frac{\delta}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \Delta^2 + \frac{\delta^2}{3}} \cos \left(\frac{\alpha}{3} - \frac{2\pi}{3} \right) \right) \left(\frac{\delta}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \Delta^2 + \frac{\delta^2}{3}} \cos \left(\frac{\alpha}{3} - \frac{2\pi}{3} \right) - \sin \varphi \right) + \right. \quad (40)$$

$$\left. + \Delta (\Delta + \cos \varphi) \right] \left[\left(1 - \Delta^2 + \frac{\delta^2}{3} \right) \left(1 - 2 \cos \left(\frac{2\alpha}{3} - \frac{\pi}{3} \right) \right) \right]^{-1};$$

$$\Phi_3(\varphi, \delta, \Delta) = 1 - \Phi_1 - \Phi_2; \quad (41)$$

$$s_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \Delta^2 + \frac{\delta^2}{3}} \cos \frac{\alpha}{3},$$

$$s_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \Delta^2 + \frac{\delta^2}{3}} \cos \left(\frac{\alpha}{3} - \frac{2\pi}{3} \right), \quad (42)$$

$$s_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \Delta^2 + \frac{\delta^2}{3}} \cos \left(\frac{\alpha}{3} + \frac{2\pi}{3} \right);$$

$$\alpha = \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\delta (1 + 2\Delta^2 + 2\delta^2/9)}{(1 - \Delta^2 + \delta^2/3)^{3/2}}. \quad (43)$$

В области резонанса (рис. 1) справедливы неравенства $s_1 > 2\delta/3$, $s_2 \leq 2\delta/3$, $s_3 < 2\delta/3$ и в (38) с τ растет только первый член. Решения (38) справедливы при любом соотношении параметров Δ и δ , но наиболее удобны внутри резонансной полосы, поскольку здесь все выражения в формулах (38) — (43) действительны.

Качественно решение (38) такое же, как и в однородной среде. Если $\Phi_1(\varphi, \delta, \Delta) \neq 0$, то в выражении (38) преобладает растущий с τ член и для достаточно толстого слоя

$$\left\langle \frac{|P(\tau_L)|^2}{|P(0)|^2} \right\rangle \approx \langle |P(0)|^{-2} \rangle \approx \Phi_1 \exp \left[2 \left(s_1 - \frac{2\delta}{3} \right) \tau_L \right] \gg 1, \quad (44)$$

в силу неравенства (42). Это обычный режим резонансного рассеяния (ср. с (23)), при котором для достаточно толстого слоя зеркало мало существенно.

Функция $\Phi_1(\varphi, \delta, \Delta)$ положительна в области резонанса и имеет минимум по φ в точке

$$\varphi_{\min} = \frac{\pi}{2} + \arctg \frac{3\Delta}{\delta + 3s_1} + 2\pi n, \quad n = 0, \pm 1, \dots \quad (45)$$

При $\delta=0$ выражение (45) эквивалентно (24), т. е. $\varphi_{\min} = \varphi_*$. Легко видеть, что

$$\Phi_1(\varphi_{\min}, \delta, \Delta) = [\Delta^2 + (s_1 + \delta/3)^2] [1 - (\Delta^2 + (s_1 + \delta/3)^2)^{-1/2}] [(1 - \Delta^2 + \delta^2/3)(1 + 2 \cos 2\alpha/3)]^{-1} \geq 0,$$

причем равенство нулю достигается лишь при $\delta=0$. Значит, при наличии флуктуаций резонаторный режим, строго говоря, не реализуется. Это естественно, поскольку случайные неоднородности, сбивая фазу волны, препятствуют накоплению энергии поля в резонаторе. Однако для условий ионосферных экспериментов в соответствии с (28) неоднородности можно считать малыми ($\delta \ll 1$). В этом случае для слоя конечной толщины флуктуации не успевают полностью скомпенсировать эффект увеличения поля. Из (38)–(43) будем иметь для

$$\sigma \equiv \delta / (1 - \Delta^2)^{3/2} \ll 1 \quad (46)$$

$$\Phi_1(\varphi, \delta, \Delta) \simeq \left\{ 1 - \sqrt{1 - \Delta^2} \sin \varphi + \Delta \cos \varphi + \frac{\sigma}{2} [1 - 4\Delta^2 - \Delta(1 + 2\Delta^2) \cos \varphi + 2\Delta^2 \sqrt{1 - \Delta^2} \sin \varphi] \right\} / 2(1 - \Delta^2); \quad (47)$$

$$\Phi_2(\varphi, \delta, \Delta) \simeq -(\Delta^2 + \Delta \cos \varphi + \sigma \Delta^2 \sqrt{1 - \Delta^2} \sin \varphi) / (1 - \Delta^2); \quad (48)$$

$$\Phi_3(\varphi, \delta, \Delta) \simeq \left\{ 1 + \sqrt{1 - \Delta^2} \sin \varphi + \Delta \cos \varphi + \frac{\sigma}{2} [\Delta(1 + 2\Delta^2) \times \cos \varphi + 2\Delta^2 \sqrt{1 - \Delta^2} \sin \varphi - 1 + 4\Delta^2] \right\} / 2(1 - \Delta^2). \quad (49)$$

Условие (46) означает (см. (36)), что параметры Δ и δ находятся в резонансной зоне.

Для оптимального значения фазы $\varphi = \varphi_{\min} \simeq \varphi_*$, $\Phi_1(\varphi_{\min}, \delta, \Delta) \sim \sigma$ и из (38), (47)–(49) получим

$$\begin{aligned} \left\langle \left| \frac{P(\tau)}{P(0)} \right|^2 \right\rangle &\simeq \frac{\sigma}{4} \exp \left\{ 2 \sqrt{1 - \Delta^2} \left[1 - \frac{\sigma}{2} (1 - 2\Delta^2) \right] \tau \right\} - \sigma \Delta^2 \times \\ &\times \exp \left(-2 \sqrt{1 - \Delta^2} \sigma \tau \right) + \left(1 - \frac{\sigma}{4} + \sigma \Delta^2 \right) \exp \left\{ -2 \sqrt{1 - \Delta^2} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left[1 + \frac{\sigma}{2} (1 - 2\Delta^2) \right] \tau \right\}. \end{aligned} \quad (50)$$

Для выполнения условия $\langle |P(\tau_L)/P(0)| \rangle \ll 1$ необходимо выполнение двух неравенств:

$$2\sqrt{1 - \Delta^2} \tau_L \gg 1, \quad \frac{\sigma}{4} \exp \{ 2 \sqrt{1 - \Delta^2} \tau_L \} \ll 1,$$

или

$$1 \ll 2\tau_L \sqrt{1 - \Delta^2} \ll \ln \frac{4}{\sigma}. \quad (51)$$

Таким образом, случайные неоднородности вносят ограничения на длину трассы и тем самым снижают максимально достижимую амплитуду поля в ионосферном резонаторе.

4. НЕКОТОРЫЕ ОЦЕНКИ

Приведем численные значения основных параметров, характеризующих процесс рассеяния для условий конкретных ионосферных экспериментов [1].

Во-первых, нам необходимо знать амплитуду решетки m . Ее можно оценить, приравняв $(k_0 m/2)^{-1}$ масштабу спада поля пробной волны $L_{\text{рас}}$, наблюдаемому на эксперименте. Анализ высотно-амплитудной зависимости рассеянного поля (частота $f=3$ МГц), приведенной в [1], позволяет сделать вывод, что $L_{\text{рас}} \approx 10$ км. Поэтому

$$m = c/\pi f L_{\text{рас}} \approx 3 \cdot 10^{-3}, \quad (52)$$

что соответствует возмущению электронной концентрации в решетке $\Delta N/N_0 \approx 10^{-2}$.

Оценим теперь ширину резонансной области по частоте $\Omega = \omega - \omega_H$, при которой $\Delta = 1$:

$$\Omega/\omega_H \approx m/2 \approx 10^{-3}, \quad \Omega/2\pi \approx 5 \text{ кГц}. \quad (53)$$

Такое значение расстройки должно соответствовать срыву резонансного рассеяния.

Исходя из (4), (5), (24), оценим величину расстройки по частоте $\Delta\omega$, которая обеспечит при наличии регулярного градиента концентрации необходимый сдвиг точек отражения для возбуждения ионосферного резонатора:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_H} = \frac{\pi}{8} \frac{\gamma}{k_H} \left(1 + \frac{2}{\pi} \arcsin \Delta \right) \approx 6 \cdot 10^{-4} (\gamma^{-1} = 60 \text{ км}), \quad (54)$$

$$\Delta\omega/2\pi \approx 1 \text{ кГц}.$$

Так как $\Delta\omega \ll \Omega$, то резонансный характер рассеяния при этом сохраняется и резонатор может быть возбужден.

Оптическая толщина τ_L в обсуждаемом эксперименте равна $1 \div 2$. Левая часть неравенства (51) при этом удовлетворяется.

Оценим ограничения на оптическую длину, накладываемые случайными неоднородностями. Согласно (28), (31), (46), при $l \approx 1$ км, $\delta N/N \approx 5 \cdot 10^{-3}$, $\sigma \approx 3 \cdot 10^{-8}$ и условие (51) будет выглядеть так:

$$1 < 2\tau_L \ll 20. \quad (51a)$$

При взятом уровне флуктуаций в стационарном резонаторном режиме превышение интенсивности поля пробной волны на зеркале по сравнению с началом слоя будет: $I(0)/I(L) \approx e^2 \div e^4 \approx (1 \div 5) \cdot 10$.

Наконец, оценим грубо время установления стационарного резонаторного режима. Из энергетических соображений нетрудно получить

$$t_{\text{уст}} \approx \frac{e^{k_0 m L}}{v_{\text{гп}} k_0 m} \approx \frac{e^{k_0 m L}}{\omega_H m} \approx 10^{-4} \div 10^{-3} \text{ с}.$$

Сравнивая это с длительностью импульса пробных волн $t_{\text{имп}} \approx 5 \cdot 10^{-5}$ с, видим, что в эксперименте [1] стационарный резонаторный режим не был реализован.

В настоящей работе в рамках модели однородной в среднем и изотропной плазмы изучено явление рассеяния пробных волн на квазипериодической решетке. Показано, что при определенных условиях может быть возбужден брэгговский резонатор, образованный слоем ионо-

сферной плазмы с периодической решеткой и точкой отражения. Полученные оценки дают хорошее совпадение расчетных параметров с известными из других вычислений и экспериментов.

Авторы благодарны Е. А. Бенедиктову и В. В. Беликовичу за обсуждение настоящего сообщения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Дмитриев С. А., Терина Г. И.— Изв вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 5, с. 645.
2. Бенедиктов Е. А., Гетманцев Г. Г., Зюзин В. А., Игнатъев Ю. А.— Геомагнетизм и аэрномия, 1980, 20, № 3, с. 955.
3. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А. и др.— Изв вузов — Радиофизика, 1977, 20, № 12, с. 1821.
4. Черкашин Ю. Н., Шанкин Ю. П.— В сб. Исследования сверхдальнего распространения коротких радиоволн — М. ИЗМИРАН, 1975, с. 66
5. Попов А. В., Черкашин Ю. Н., Шанкин Ю. П.— В сб.: Исследование сверхдальнего распространения коротких радиоволн — М: ИЗМИРАН, 1975, с. 71.
6. Виленский И. М., Фрейман М. Е.— В сб.: Распространение радиоволн и физика ионосферы — Новосибирск: Наука, 1981, с. 71
7. Абрамович Б. С., Гурбатов С. Н., Рыжов Ю. А.— Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 5, с. 566
8. Kim S. H., Fonstad C. G.— IEEE, 1979, QE-15, № 12, p. 1405.
9. Денисов Г. Г., Резников М. Г.— Изв. вузов — Радиофизика, 1982, 25, № 5, с. 562.
10. Моисеев Н. Н. Асимптотические методы нелинейной механики.— М.: Наука, 1981.
11. Абрамович Б. С., Тамойкин В. В.— Физика плазмы, 1980, 6, № 3, с. 531.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
22 июня 1982 г.

BRAGG RESONATOR IN THE IONOSPHERIC PLASMA WITH AN ARTIFICIAL QUASI-PERIODIC LATTICE

V. G. Lapin, Yu. A. Ryzhov, V. V. Tamoikin

Scattering of electromagnetic waves is considered by an artificial ionospheric quasi-periodic lattice formed by a field of a powerful pumping wave. It is shown that in the presence of a reflection point (mirror) and at a definite frequency shift of an incident wave relative to the pump, the formation of the Bragg resonator of the semi-open type in the lattice-mirror system is possible. In this case the field is sharply increases in a comparatively wide region close to the mirror. As the investigation showed, this increase is restricted by the presence of large-scale chaotic inhomogeneities of the electron density. Concrete numerical estimations are given applicable for the ionosphere.

ИНФОРМАЦИЯ

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, т. 59, вып. 1, 1982 г.

Аннотации статей, представляющих интерес для читателей «Радиофизики».

Веряскин А. В., Рубаков В. А., Сажин М. В. Реликтовые гравитационные волны в модели раздувающейся вселенной и масштаб великого объединения.

Рассмотрено усиление вакуумных флуктуаций метрики, соответствующих гравитационным волнам, в модели раздувающейся Вселенной. Исследуемая область спектра реликтовых гравитационных волн не зависит от деталей эволюции Вселенной после фазового перехода. Показано, что данная модель не противоречит экспериментальным данным по анизотропии реликтового микроволнового фона, только если плотность энергии симметричного вакуума значительно меньше планковской.

(Окончание см. с. 550)