

УДК 621.385.6

ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОПЕРЕЧНО-МАГНИТНЫХ ВОЛН И СЕЛЕКЦИЯ МОД В РЕЛЯТИВИСТСКИХ МЦР

Э. Б. Абубакиров

Исследована сравнительная эффективность возбуждения поперечно-электрических (ТЕ) и поперечно-магнитных (ТМ) волн в зависимости от соотношения между фазовой скоростью волны v_ϕ и скоростью света c . Показано, что в лазере на циклотронном авторезонансе (МЦАР) при $|v_\phi - c| \ll c\gamma^{-2}$ стартовые токи ТЕ- и ТМ-мод близки между собой, при $|v_\phi - c| \sim c\gamma^{-2}$ стартовый ток для ТМ-мод существенно выше, чем для ТЕ (γ — релятивистский фактор электронов). Для МЦАР найден простой критерий эффективности селекции паразитных квазикритических мод.

В работах [1, 2] было теоретически показано, что в релятивистских гиротронах поперечно-магнитные (ТМ) волны могут возбуждаться почти так же, эффективно, как и поперечно-электрические (ТЕ). В то же время в литературе пока недостаточно исследован вопрос о возбуждении ТМ-волн в другой разновидности релятивистского МЦР-мазера на циклотронном авторезонансе (МЦАР) [3, 4], представляющем собой также один из наиболее перспективных вариантов лазера на свободных электронах. В данной работе излагается теория МЦАР с поперечно-магнитными волнами, а также проводится сопоставление пусковых характеристик МЦАР и гиротронов.

Рассмотрим простую и вместе с тем достаточно общую модель МЦР. В резонатор, образованный отрезком цилиндрического волновода с отражениями на концах, инжектируется трубчатый пучок релятивистских электронов, обладающих одинаковыми начальными скоростями v и питч-факторами v_\perp/v_\parallel , где v_\perp, \parallel — поперечная и продольная скорости относительно однородного магнитного поля $H_0 z_0$. Влияние пространственного заряда электронов, а также начальный позиционный разброс их ведущих центров ΔR_0 учитывать не будем. Считая добротность резонатора Q достаточно высокой, пренебрежем искажениями, вносимыми электронным током, и представим поле в виде суперпозиции двух бегущих навстречу друг другу волн с постоянными амплитудами и произвольными фазовыми скоростями $v_\phi = \omega/k_\parallel$. В предельных случаях $v_\phi \gg c$ и $v_\phi \approx c$ принятая модель описывает соответственно гиротрон и МЦАР.

При выполнении условия циклотронного резонанса электронов с попутной волной

$$\omega - k_\parallel v_\parallel \approx s\omega_H, \quad s = \pm 1, 2, \dots, \quad (1)$$

движение электронов естественно описывать методом усреднения по циклотронному вращению. В этом методе (см., например, [4-7]) предполагается, что электрон вращается с циклотронной частотой $\omega_H = eH_0/mc\gamma$, вращение слабо возмущено наличием синхронной волны*. В результате для электрона в поле ТМ-волны получаем уравнения [7],

* Как и для ТЕ-мод [4], можно пренебречь влиянием несинхронной встречной волны на характеристики МЦАР в режимах преобладающей инерционной группировки электронов.

описывающие изменение энергии электрона $\omega = (1 - \gamma/\gamma_0)$ и его фазы относительно волны $\vartheta = \omega t - k_{\parallel} z - \text{sarg}(p_x + ip_y)$:

$$\frac{d\omega}{dZ} = -\text{Re} \left\{ \frac{a}{p_{\parallel}} q \frac{\partial H_s}{\partial \vartheta} \right\}, \quad (2)$$

$$\frac{d\vartheta}{dZ} = \frac{\delta_s - (1 - \beta_{\phi}^{-2}) \omega}{p_{\parallel}} + \text{Re} \left\{ \frac{a}{p_{\parallel}} q \frac{\partial H_s}{\partial \omega} \right\}.$$

Эти уравнения отличаются от уравнений МЦР с ТЕ-волнами [4,7] только структурой функции $H_s = J_s(\xi) L_s e^{i\vartheta}$ и наличием специфического множителя $q = \beta_{\parallel 0} - \beta_{\text{гp}}$. Здесь $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ — релятивистский фактор электрона, $\beta = v/c$, $Z = \omega z/c$, $a = eA/mc^2 \gamma_0$ — нормированная амплитуда волны, $p = \gamma \beta / \gamma_0$ — безразмерный импульс электрона, $v_{\text{гp}} = c^2/v_{\phi}$ — групповая скорость волны, J_s — функция Бесселя порядка s , $\xi = k_{\perp} r_H$, k_{\perp} — поперечное волновое число, $r_H = v_{\perp} / \omega_H$ — мгновенное значение циклотронного радиуса, $L_s = [e^{i\vartheta} (\partial/\partial \rho + (i/\rho) \partial/\partial \psi)]^s \varphi(\rho, \psi)$, $\rho = k_{\perp} R$, R и ψ — полярные координаты центра орбиты электрона, $\varphi(\rho, \psi)$ — мембранная функция, $\delta_s = (1 - \beta_{\parallel 0}/\beta_{\phi} - s\omega_{\text{HO}}/\omega)$ — начальная расстройка синхронизма. Индекс «0» относится к величинам на входе в пространство взаимодействия ($z=0$). В резонансных условиях в уравнениях (2), так же как и в уравнениях для ТЕ-мод [4], можно пренебречь поперечным дрейфом центра орбиты электрона и считать величину ρ постоянной*.

Если продольная скорость электронов совпадает с групповой скоростью волны, то множитель q обращается в нуль и взаимодействие электронов с волной в среднем отсутствует. Этот эффект легко понять, перейдя в систему K' , движущуюся вдоль оси z со скоростью $v = v_{\text{гp}} = v_{\parallel 0}$. В этой системе волна распространяется поперек оси z , а ее электрическое поле направлено вдоль этой оси: $E' = E_{\parallel}$. В то же время у электрона в системе K' отлична от нуля только поперечная компонента скорости v'_{\perp} и, следовательно, его энергообмен с волной невозможен.

Уравнения (2) можно существенно упростить, если учесть, что при большом оптимальном числе оборотов электрона в рабочем пространстве $N_{\text{opt}} = (1 - \beta_{\parallel 0}/\beta_{\phi}) / [\beta_{\perp 0}^2 (1 - \beta_{\phi}^{-2})] \gg 1$, аргумент функции Бесселя $J_s(\xi)$ мал [4]. Это дает возможность сохранить лишь первый член ее разложения в степенной ряд и представить уравнения для энергии и фазы электрона в виде

$$du/d\zeta = -(1 - bu)^{-1} (\partial/\partial \vartheta) \text{Re} \{ F_s (1 - u)^{s/2} e^{i\vartheta} \}, \quad (3)$$

$$d\vartheta/d\zeta = (1 - bu)^{-1} [\Delta - u + (\partial/\partial u) \text{Re} \{ F_s (1 - u)^{s/2} e^{i\vartheta} \}].$$

Здесь

$$u = (2/\beta_{\perp 0}^2) (1 - \beta_{\parallel 0}/\beta_{\phi}) \omega, \quad b = (\beta_{\perp 0}^2 / 2\beta_{\parallel 0} \beta_{\phi}) (1 - \beta_{\parallel 0}/\beta_{\phi})^{-1},$$

$$\Delta = [2(1 - \beta_{\parallel 0}/\beta_{\phi})] [\beta_{\perp 0}^2 (1 - \beta_{\phi}^{-2})]^{-1} \delta_s, \quad \zeta = \mu z/L,$$

$$\mu = [\beta_{\perp 0}^2 (1 - \beta_{\phi}^{-2})] [2\beta_{\parallel 0} (1 - \beta_{\parallel 0}/\beta_{\phi})]^{-1} (\omega L/c)$$

— параметр инерционной группировки, L — длина пространства взаимодействия,

$$F_s = \frac{4a(1 - \beta_{\parallel 0}/\beta_{\phi})}{\beta_{\perp 0}^3 (1 - \beta_{\phi}^{-2})} (\beta_{\parallel 0} - \beta_{\phi}^{-1}) \frac{s^s}{2^s s!} \left[\frac{(1 - \beta_{\phi}^{-2})^{1/2} \beta_{\perp 0}}{1 - \beta_{\parallel 0}/\beta_{\phi}} \right]^{s-1} L_s. \quad (4)$$

* Уравнения (2) могут быть применены и в случае переменной по z амплитуды ВЧ поля, если его характерный масштаб удовлетворяет условию $L \gg [\lambda(1 - \beta_{\parallel 0}/\beta_{\phi}) \times [2\pi|\beta_{\parallel 0} - \beta_{\phi}^{-1}|]^{-1}$.

Граничные условия к этим уравнениям имеют вид

$$u(0) = 0, \quad \vartheta(0) = \vartheta_0, \quad 0 \leq \vartheta_0 < 2\pi. \quad (5)$$

Электронный КПД генератора $\eta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0 - 1} d\vartheta_0$ выражается через переменную u следующим образом:

$$\eta = \frac{\beta_{\perp 0}^2}{2(1 - \beta_{\parallel 0}/\beta_\Phi)} \frac{1}{(1 - \gamma_0^{-1})} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(L, \vartheta_0) d\vartheta_0. \quad (6)$$

Уравнения (3), описывающие взаимодействие электронов с ТМ-модой, отличаются от уравнений для ТЕ-мод [4] только видом фактора F_s , который в случае ТЕ-моды равен

$$F_s = \frac{4\alpha(1 - \beta_{\parallel 0}/\beta_\Phi)^2}{\beta_{\perp 0}^3(1 - \beta_\Phi^{-2})} \frac{s^s}{2^s s!} \left[\frac{(1 - \beta_\Phi^{-2})^{1/2} \beta_{\perp 0}}{1 - \beta_{\parallel 0}/\beta_\Phi} \right]^{s-1} L_s. \quad (7)$$

Совпадение уравнений, описывающих взаимодействие электронов с ТМ- и ТЕ-волнами, избавляет от необходимости нового численного исследования и доказывает, что в релятивистских МЦР, в принципе, возможна генерация ТМ-волн с высоким КПД.

Для более детального выяснения возможности работы на ТМ-модах исследуем стартовый режим генератора с резонатором кругового сечения. Стартовый ток может быть найден из соотношения

$$(I/e) mc^2 (\gamma_0 - 1) \eta = \omega W/Q, \quad (8)$$

выражающего баланс мощности в резонаторе МЦР. Здесь W — энергия, запасенная в резонаторе. Левая часть выражения (8) представляет собой мощность, вводимую в резонатор электронным пучком, правая — мощность, уносимую волной. При достаточно большой величине параметра инерционной группировки μ электронный КПД в приближении малого сигнала равен [3]

$$\eta = \frac{\beta_{\perp 0}^2 \mu^3 |F_s|^2}{4(1 - \beta_{\parallel 0}/\beta_\Phi)(1 - \gamma_0^{-1})} f'(\theta), \quad (9)$$

где $f(\theta) = (\cos \theta - 1)/\theta^2$, $\theta = (\omega L/c\beta_{\parallel 0}) \delta_s$ — угол пролета электрона относительно волны. В результате получаем следующее выражение для стартового тока:

$$I_{st} = \frac{mc^3}{e} \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\gamma_0 \beta_{\parallel 0}^3}{2Q\beta_{\perp 0}^2(1 - \beta_\Phi^{-2}) G f'(\theta)} \left[\frac{(1 - \beta_{\parallel 0}/\beta_\Phi)^2}{\beta_{\perp 0}^2(1 - \beta_\Phi^{-2})} \right]^{s-1} \left(\frac{2^s s!}{s^s} \right)^2. \quad (10)$$

Здесь структурный фактор G равен для ТЕ- и ТМ-мод соответственно:

$$G_{TE} = \frac{J_{m-s}^2(\nu_n r/R)}{J_m^2(\nu_n)(1 - m^2/\nu_n^2)}; \quad (11)$$

$$G_{TM} = \left(\frac{\beta_{\parallel 0} - \beta_\Phi^{-1}}{1 - \beta_{\parallel 0}/\beta_\Phi} \right)^2 \frac{J_{m-s}^2(\kappa_n r/R)}{[J'_m(\kappa_n)]^2}, \quad (12)$$

r — радиус электронного пучка, R — радиус резонатора, ν_n и κ_n — корни уравнений $J'_m(\nu) = 0$ и $J_m(\kappa) = 0$.

Сравним между собой стартовые токи мод TE_{mn} и TM_{pq} одного резонатора:

$$\frac{I_{\text{стТМ}}}{I_{\text{стТЕ}}} = \left(\frac{1 - \beta_{\parallel 0} / \beta_{\Phi}}{\beta_{\parallel 0} - \beta_{\Phi}^{-1}} \right)^2 F(r), \quad F(r) = \frac{[J'_{p_s}(x_q)]^2 J_{m-s}^2(v_n r/R)}{J_{p-s}^2(x_q r/R) J_m^2(v_n) (1 - m^2/v_n^2)}. \quad (13)$$

Если моды обладают близкими частотами и продольными волновыми числами, то фактор $F(r)$ по порядку величины близок к единице, а различие эффективностей возбуждения мод определяется в основном множителем $[(1 - \beta_{\parallel 0} / \beta_{\Phi}) / (\beta_{\parallel 0} - \beta_{\Phi}^{-1})]^2$. (Этот же множитель, разумеется, фигурирует и в теории МЦР-усилителя [10].)

Рассмотрим несколько характерных случаев.

1) *Возбуждение квазикритических мод.* В гиротроне частота генерации близка к критической частоте волновода и, соответственно, фазовая скорость парциальных волн много больше скорости света $\beta_{\Phi} \gg 1$. При этом

$$I_{\text{стТМ}} \sim \beta_{\parallel 0}^{-2} I_{\text{стТ}}; \quad (14)$$

и для релятивистских поступательных скоростей электронов ($\beta_{\parallel 0} \sim 1$) эффективности возбуждения ТЕ- и ТМ-мод сравниваются. Это, с одной стороны, позволяет использовать ТМ-моды в качестве рабочих, а с другой стороны, делает актуальным вопрос об их селекции при работе на ТЕ-модах [1].

2) *Возбуждение квазипродольных мод* (режим большого доплеровского преобразования частоты). В МЦАР, где фазовая скорость волны близка к скорости света, а частота генерации $\omega = \omega_H (1 - \beta_{\parallel 0} / \beta_{\Phi})^{-1}$, как и в других мазерах на свободных электронах, может примерно в γ^2 раз превышать частоту колебаний электрона, существует два характерных режима [4]: а) если фазовая скорость волны очень мало отличается от скорости света, $|\beta_{\Phi}^{-2} - 1| \ll \gamma^{-2}$, то возможно достижение высокого КПД, $\eta \sim 1$. В этом случае различие между ТЕ- и ТМ-модами несущественно, и их стартовые токи, согласно (13), одного порядка; б) при больших отстройках фазовой скорости от скорости света, когда $|\beta_{\Phi}^{-2} - 1| \sim \gamma^{-2}$, стартовые токи меньше, чем в случае а). Однако в этих условиях поступательная скорость электронов близка к групповой скорости волны, $\beta_{\parallel 0} \approx \beta_{\text{гр}}$, и стартовый ток для ТМ-мод значительно выше, чем для ТЕ. (При точном равенстве $\beta_{\parallel 0} = \beta_{\text{гр}}$, как уже упоминалось, резонансное взаимодействие электронов с ТМ-волной вообще отсутствует.)

Формула (10) позволяет исследовать вопрос о селекции в МЦАР «паразитных» мод других типов. Согласно этой формуле, в МЦАР слабо отличаются между собой стартовые токи мод с близкими продольными индексами. Как показано в [8, 9], эффективную селекцию мод по продольному волновому числу можно произвести, используя резонатор с периодической гофрировкой боковой поверхности. Но в таком резонаторе остается еще опасность возбуждения мод квазикритического типа. Сравним между собой стартовые токи квазикритических и квазипродольных мод при работе на основной циклотронной гармонике:

$$I_{\text{сткр}} / I_{\text{ст}} = (Q/Q_{\text{кр}}) (1 - \beta_{\Phi}^{-2}). \quad (15)$$

Сделаем оценки для практически наиболее легко реализуемого случая умеренных отстроек фазовой скорости волны от скорости света $|\beta_{\Phi}^{-2} - 1| \sim \gamma^{-2}$. Согласно формуле (15), для возбуждения высокочастотной квазипродольной моды в этих условиях ее добротность должна в γ^2 раз превышать добротность паразитной квазикритической моды. Считая добротность квазикритической моды близкой к минимальной дифракционной добротности $Q_{\text{кр}} \approx 4\pi (L/\lambda_{\text{кр}})^2$, где $\lambda_{\text{кр}}$ — критическая длина волны, представим отношение стартовых токов в виде

$$\frac{I_{st \text{ кр}}}{I_{st}} \sim \frac{\lambda_{\text{кр}}}{2L} \frac{1}{1-R_1 R_2}, \quad (16)$$

где R_1, R_2 — эффективные коэффициенты отражения для квазипродольной моды. Таким образом, при $1 - R_1 R_2 < \lambda_{\text{кр}}/2L$ электродинамическая селекция квазикритических мод является достаточно эффективной.

В заключение автор выражает благодарность В. Л. Братману за постоянное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Нусинович Г. С.—Письма в ЖТФ, 1977, 3, № 18, с. 961.
2. Гинзбург Н. С., Нусинович Г. С.—Изв. вузов—Радиофизика, 1979, 22, № 6, с. 754.
3. Петелин М. И.—Изв. вузов—Радиофизика, 1974, 17, № 6, с. 902.
4. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Нусинович Г. С. и др. В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника.—Горький: ИПФ АН СССР, 1979, с. 157.
5. Гапонов А. В., Петелин М. И., Юлпатов В. К.—Изв. вузов—Радиофизика, 1967, 10, № 9—10, с. 1414.
6. Петелин М. И., Юлпатов В. К. В кн.: Лекции по электронике СВЧ (3-я зимняя школа-семинар инженеров).—Саратов: Гос. ун-т, 1974, кн. IV, с. 95.
7. Жураховский В. А. Нелинейные колебания электронов в магнитоуправляемых потоках.—Киев: Наукова думка, 1972.
8. Ковалев Н. Ф., Петелин М. И., Резников М. Г. Авторское свидетельство № 720591.—Офиц. бюллетень, 1980, № 9, с. 243.
9. Денисов Г. Г., Резников М. Г. Тезисы докладов на IX Всесоюзной конференции по электронике СВЧ—Киев, 1979, с. 111.
10. Гапонов А. В., Юлпатов В. К.—Радиотехника и электроника, 1967, 12, № 4, с. 527.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
17 июня 1981 г.

EXCITATION OF TRANSVERSELY MAGNETIC WAVES AND THE MODE SELECTION IN RELATIVISTIC CRM

E. B. Abubakirov

The paper investigates a comparatively efficiency of excitation of transversely electric (TE) and transversely magnetic (TM) waves as a function of relation between the phase wave velocity v_ϕ and the light velocity c . It is shown that the start currents of TE and TM modes are close to each other in the cyclotron autoresonance maser (CARM) for $|v_\phi - c| \ll c\gamma^{-2}$ if $|v_\phi - c| \sim c\gamma^{-2}$, then the start current for the TM mode is essentially higher than that for TE (γ —is the relativistic factor of electrons). A simple criterion for the efficiency of the parasitic quasi-critical mode selection has been found for CARM.