

УДК 621 372 834

СОБСТВЕННЫЕ И ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ОТКРЫТЫХ РЕЗОНАНСНЫХ СИСТЕМ НА БАЗЕ ДИСКОВЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ

В. Ф. Взятыхев, В. И. Калинин

Предложен системный подход к исследованию резонансных устройств на базе открытых дисковых диэлектрических резонаторов. Для двумерной модели разработан метод исследования, основанный на спектральном представлении полей и анализе приближенных аналитических решений интегральных уравнений в окрестности резонанса. Рассмотрены как свободные, так и вынужденные колебания. Теоретически обнаружен и объяснен эффект расщепления, найдены выражения для элементов матрицы рассеяния. Полученные результаты могут быть использованы, в частности, для исследования характеристик СВЧ фильтров.

Постановка задачи. Одной из важных технических проблем, возникающих на пути практического освоения миллиметрового диапазона длин волн, является проблема разработки высокодобротных резонансных устройств, адекватных по совокупности показателей качества (включая добротность, массу, габариты) этому диапазону. В работе [1] было предложено в качестве базового элемента для таких устройств использовать дисковые диэлектрические резонаторы (ДР), возбуждаемые на колебаниях типа «шепчущей галереи» (в отличие от низших типов колебаний, на которых работают известные ранее ДР [2]). Такие резонаторы при $\epsilon_p \gg 10$ имеют относительно малые габариты и массу, высокую термостабильность, конструктивно просты и изготавливаются с помощью сравнительно простой технологии. Последующими работами была доказана перспективность использования дисковых ДР в высокочастотных метрологических установках по измерению параметров диэлектриков [3], в фильтрующих и частотно-разделительных устройствах [4], а также в сверхдобротных СВЧ колебательных системах [5] (в последней работе [6] этого направления сообщается о получении на базе ДР из монокристалла лейкоапфира добротности колебаний $Q = (6 \pm 1) \cdot 10^8$ в диапазоне частот 8—10 ГГц).

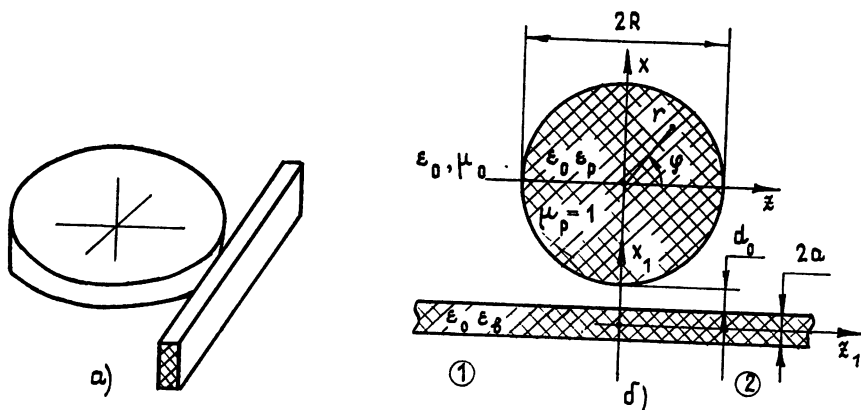


Рис 1. Исследуемая система: а) эскиз конструкции, б) ее двумерный аналог.

Предметом теоретического исследования в настоящей статье является система, в которой эффективное возбуждение ДР и связь его с функциональной схемой осуществляют диэлектрическим волноводом (ДВ) на основе явления распределенной связи (рис. 1а).

Расположенные рядом ДР и ДВ мы трактуем как единую электродинамическую систему, исследование которой должно включать анализ как свободных (в отсутствие источников), так и вынужденных (при возбуждении поверхностной волной ДВ) колебаний.

Отметим, что известные методы решения задачи возбуждения резонаторов (см., например, [7]), в которых поле источников полагается заданным и используется разложение по собственным колебаниям уединенного резонатора, в данном случае оказываются неприменимыми.

Для решения поставленной задачи в статье развит метод интегрального уравнения (ИУ).

Метод решения. Рассмотрим сначала свободные колебания системы и составим описывающее их однородное ИУ. Воспользуемся двумерной моделью (рис. 1б) как наиболее простой и вместе с тем отражающей основные качественные и количественные закономерности явлений. Ограничимся рассмотрением H -волн в ДВ (случай E -волн может быть рассмотрен аналогично). Зависимость от времени принята в виде $e^{j\omega t}$.

Обозначим через $F_p(x)$ спектральную плотность [8] объемно-распределенного тока поляризации J_y^s диэлектрического цилиндра:

$$F_p(x) = \frac{jx}{4\pi} \int_S J_y^s(x, z) \exp(jxz - \sqrt{x^2 - k^2} x) dx dz, \quad (1)$$

$$J_y^s(x, z) = j\omega\epsilon_0(\epsilon_p - 1) E_y(x, z),$$

где $k = \omega/c$, ω — частота колебаний, c — скорость света, ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость свободного пространства, ϵ_p — относительная диэлектрическая проницаемость цилиндра ($\mu_p = 1$), $E_y(x, z)$ — поле внутри него, а интегрирование ведется в координатах x, z по области, занятой источником.

Воспользовавшись интегральным представлением полей и решая последовательно задачи дифракции спектра волн на диэлектрической пластине и диэлектрическом цилиндре, находя поле в области $r \leq R$ и спектральную плотность эквивалентного тока поляризации (1), получим однородное ИУ для самосогласованного поля относительно функции $\varphi_p(x) = F_p(x)/x$:

$$\varphi_p(x) = \frac{1}{j\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(x, x') \varphi_p(x') dx', \quad (2)$$

где

$$K(x, x') = \frac{R(x')}{p_1'} \exp[-2p_1'(R + d_0)] \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\exp[m(\gamma + \gamma')]}{1 + j\xi_m}; \quad (3)$$

$$R(x) = \frac{k^2(\epsilon_s - 1) \operatorname{sh} 2p_2 a}{2p_1 p_2 \operatorname{ch} 2p_2 a + (p_1^2 + p_2^2) \operatorname{sh} 2p_2 a}, \quad (3a)$$

$$p_1 = \sqrt{x^2 - k^2}, \quad p_2 = \sqrt{x^2 - k^2 \epsilon_s}, \quad \gamma = \ln[(x + p_1)/k]$$

(в выражении (3) штрих означает зависимость соответствующей величины от x'). ξ_m имеет смысл обобщенной частотной расстройки для колебаний с азимутальным номером m :

$$\xi_m = - \frac{J_m(k \sqrt{\varepsilon_p} R) Y'_m(kR) - \sqrt{\varepsilon_p} J'_m(k \sqrt{\varepsilon_p} R) Y_m(kR)}{J_m(k \sqrt{\varepsilon_p} R) J'_m(kR) - \sqrt{\varepsilon_p} J'_m(k \sqrt{\varepsilon_p} R) J_m(kR)}. \quad (4)$$

Выражение (3) для ядра следует из разложения полей в цилиндрической системе координат по собственным функциям углового оператора в виде волн, бегущих по радиусу. Кроме того, [9],

$$\int_0^R J_m(k \sqrt{\varepsilon_p} r) J_m(kr) r dr = \frac{R}{k(\varepsilon_p - 1)} [J_m(k \sqrt{\varepsilon_p} R) J'_m(kR) - \sqrt{\varepsilon_p} J'_m(kR) J_m(k \sqrt{\varepsilon_p} R)]. \quad (5)$$

Будем считать, что в силу распределенного характера связи волновод не перестраивает существенно спектр колебаний уединенного ДР. Тогда для колебаний с номером N , выделяя в ядре (3) резонансные слагаемые с индексами $m = \pm N$ и отбрасывая остальные, описывающие нерезонансный фон, преобразуем (2) в приближенное однородное ИУ с вырожденным ядром, условиями нетривиального решения которого являются следующие:

$$1 + j(\xi_N + I_1 \pm I_2) = 0. \quad (6)$$

Уравнения (6) — дисперсионные уравнения для комплексных собственных частот двух колебаний, образующихся из исходного в результате расщепления (комплексная собственная частота уединенного резонатора удовлетворяет уравнению $1 + j\xi_N = 0$). I_1 и I_2 — комплексные числа, зависящие от параметров системы:

$$I_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R(x)}{p_1} \exp[2N\gamma - 2p_1(R + d_0)] dx; \quad (7)$$

$$I_2 = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R(x)}{p_1} \exp[-2p_1(R + d_0)] dx, \quad (8)$$

где $R(x)$ определяется выражением (3а).

Таким образом, ДВ, являющийся азимутальной неоднородностью для колебаний ДР, каждую спектральную линию расщепляет на две, одновременно смещая в сторону больших или меньших частот в зависимости от знака действительной части I_1 .

Соответствующие (6) приближенные структуры полей собственных колебаний внутри цилиндра имеют вид

$$E_y(r \leq R, \varphi) \sim J_N(k_2 \sqrt{\varepsilon_p} r) \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} (N\varphi), \quad (9)$$

где $k_i = \omega_i/c$, ω_i ($i=1, 2$) — комплексные собственные частоты расщепившихся колебаний, одно из которых является четным, другое — нечетным относительно плоскости симметрии системы. Схематически структуры их полей изображены на рис. 2. Добротность определяется тремя факторами: диссипативными потерями в материалах, излучением и связью с поверхностными волнами ДВ.

Следует отметить, что, поскольку собственные частоты комплексные ($\text{Im } \omega_i > 0$), поле собственных колебаний в дальней зоне и в ДВ с ростом $|z|$ экспоненциально нарастает. Физическое объяснение такого поведения поля собственных колебаний открытого резонатора дано в [10].

Для определения матрицы рассеяния устройства при возбуждении поверхностной волной ДВ надо решить задачу о вынужденных колебаниях с рабочей частотой ω . Для этого в правую часть (2) необходимо добавить свободный член $\varphi_0(x)$, описывающий конкретный способ возбуждения:

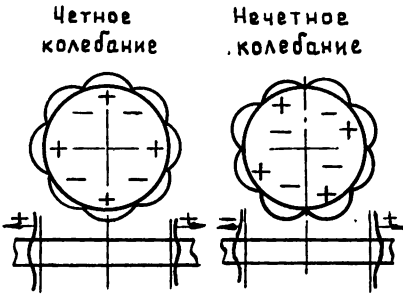


Рис. 2. Распределения амплитуд (линии) и фаз (знаки + и -) поля E_y у пары расщелившихся колебаний с $N=4$.

Разлагая поле этой волны при $x_1 > a$ в ряд Фурье, нетрудно получить затем выражение для $\varphi_0(x)$:

$$\varphi_0(x) = -\frac{1}{j\pi} \frac{\cos \beta a}{\omega \mu_0} \exp[-\alpha(R+d_0)] \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\exp[m(\Gamma + \gamma)]}{1 + j\xi_m}, \quad (11)$$

где $\beta = k \sqrt{\epsilon_b - U_b^2}$ — внутреннее поперечное волновое число поверхностной волны, $\alpha = k \sqrt{U_b^2 - 1}$ — внешнее поперечное волновое число, U_b — коэффициент замедления, $\Gamma = \ln(U_b + \sqrt{U_b^2 - 1})$.

Анализируя рассеяние падающего поля при возбуждении колебаний с азимутальным индексом N и оставляя в суммах соответствующие резонансные слагаемые, нетрудно получить приближенное аналитическое решение уравнения (10):

$$\varphi_p(x) \approx -\frac{\cos \beta a \exp[N\Gamma - \alpha(R+d_0)]}{j\pi \omega \mu_0} \left[\frac{\operatorname{ch} N\gamma}{1 + j(\xi_N + I_1 + I_2)} + \frac{\operatorname{sh} N\gamma}{1 + j(\xi_N + I_1 - I_2)} \right]. \quad (12)$$

Амплитуды поверхностной H_1 -волны в областях $z > R$ и $z < -R$, возбуждаемой источником со спектральной плотностью (12), пропорциональны ее значениям в точках $x = kU_b$ и $x = -kU_b$ соответственно. Отсюда нетрудно получить приближенные выражения для элементов матрицы рассеяния устройства, определяемых как отношение комплексных амплитуд прошедшей и отраженной поверхностных волн к амплитуде падающей волны:

$$S_{21} \approx 1 - \frac{s}{2} \left[\frac{1}{1 + j(\xi_N + I_1 + I_2)} + \frac{1}{1 + j(\xi_N + I_1 - I_2)} \right], \quad (13)$$

$$S_{11} \approx (-1)^N \frac{s}{2} \left[\frac{1}{1 + j(\xi_N + I_1 - I_2)} - \frac{1}{1 + j(\xi_N + I_1 + I_2)} \right],$$

где

$$s = \frac{2 \cos^2 \beta a}{U_b (ka + k/\alpha)} (U_b + \sqrt{U_b^2 - 1})^{2N} \exp[-2\alpha(R+d_0)]. \quad (14)$$

Приближенная структура поля внутри цилиндра в этом режиме с точностью до амплитудного множителя описывается следующим выражением:

$$E_y (r \leq R, \varphi) \sim \left[\frac{\cos N\varphi}{1 + j(\xi_N + I_1 + I_2)} - j \frac{\sin N\varphi}{1 + j(\xi_N + I_1 - I_2)} \right] J_N(k \sqrt{\epsilon_p} r). \quad (15)$$

Таким образом, при возбуждении бегущей волной возбуждаются как четное, так и нечетное расщепившиеся колебания системы. Из (13), (15) видно, что в вырожденном случае $I_2=0$ имеет место режим бегущей волны: $E_y \sim e^{-jN\varphi}$, $S_{11} \approx 0$.

Обсуждение результатов. Для упрощения полученных выражений и анализа их физического смысла рассмотрим подробнее величины I_1 и I_2 , подынтегральные выражения в которых имеют особые точки на плоскости комплексной переменной κ . В отсутствие диссипативных потерь в системе точки ветвления $\kappa_b = \pm k$ и полюса $\kappa_n = \pm kU_b$, соответствующие поверхностной H_1 -волне, лежат на действительной оси и должны обходить по полуокружностям бесконечно малого радиуса. Соответствующие полюсам полувычеты нетрудно определить. При этом главное значение интегралов при анализе колебаний типа «шепчущей галереи» можно вычислить асимптотически методом перевала. Действительно, для таких колебаний значения величин $2N$ и $2kR$ являются большими параметрами по сравнению с единицей. Поле во внешней области $r > R$ имеет каустику $r = \rho_k$, определяемую из условия $k\rho_k = N$, в пределах которой ($R < r < \rho_k$) примерно экспоненциально спадает, а в непосредственной близости от нее и за ней ($r > \rho_k$) приобретает колебательный характер. В этом случае, как нетрудно показать, подынтегральные выражения I_1 и I_2 имеют перевальные точки $\kappa_{п1} = N/(R + d_0)$ и $\kappa_{п2} = 0$ соответственно.

Физический смысл появления этих точек заключается в том, что влияние на режим резонатора оказывают лишь те однородные и неоднородные волны в его спектре, которые, отразившись от волновода, вновь попадают в резонатор и трансформируются в его поле. При этом механизм расщепления колебаний на четные и нечетные, проявляющийся в рамках приближенного решения ИУ и описываемый величиной I_2 , заключается в переизлучении волн, нормально падающих на ДВ. Вычисляя I_2 методом перевала, получим следующие выражения:

$$I_2 = \frac{-jR(0)}{\sqrt{\pi k(R + d_0)}} \exp \left\{ -j \left[2k(R + d_0) - \frac{\pi}{4} \right] \right\}, \quad (16)$$

$$|I_2| \leq \frac{\epsilon_b - 1}{\epsilon_b + 1} \frac{1}{\sqrt{\pi k(R + d_0)}} \ll 1.$$

Из этих выражений видно, что переизлучение (в силу дифракционной расходимости) лишь незначительно расщепляет исходное колебание*, а основной вклад в изменение его характеристик вносит величина I_1 .

Действительно, эффективное возбуждение и связь резонатора со схемой обеспечиваются в том случае, если ДВ на участке связи расположен в области экспоненциально спадающего поля ДР (рис. 3а). При этом $\kappa_{п1} > k$, и полувычет, возникающий при обходе полюса $\kappa_{п1} = kU_b$ и характеризующий связь поля ДР с H_1 -волной ДВ, вносит основной вклад в мнимую часть I_1 . При этом в соответствии с принципом взаимности величина этого полувычета численно совпадает с амплитудным множителем $s/2$, стоящим перед квадратными скобками в (13):

* В реальной трехмерной ситуации вклад этого фактора, по-видимому, еще меньше в силу большей дифракционной расходимости излучения резонатора.

$$\operatorname{Im} I_1 = -s/2. \quad (17)$$

Действительная часть интеграла I_1 совпадает с его главным значением и характеризует смещение резонансной частоты колебаний системы, обусловленное влиянием участка связи. Вычисляя это значение обобщенным методом перевала с учетом влияния особой точки типа полюса, получим следующее асимптотическое выражение, справедливое при $x_{n1} \rightarrow kU_B (b \rightarrow 0)$ [12]:

$$\operatorname{Re} I_1 \approx \frac{-s}{\sqrt{\pi}} \left\{ \int_0^{b\sqrt{2N}} e^{x^2} dx - \frac{e^{2Nb^2}}{2} \left[\frac{1}{b\sqrt{2N}} + \frac{U_B (ka + k/\alpha)}{\cos^2 \beta a} \sqrt{\frac{x_{n1}}{N}} \frac{R(\tilde{x}_{n1})}{(\tilde{x}_{n1}^2 - 1)^{1/4}} \right] \right\}, \quad (18)$$

где

$$\tilde{x}_{n1} = x_{n1}/k = N/k (R + d_0),$$

$$b^2 = \ln \frac{\tilde{x}_{n1} + \sqrt{\tilde{x}_{n1}^2 - 1}}{U_B + \sqrt{U_B^2 - 1}} - \frac{\sqrt{\tilde{x}_{n1}^2 - 1}}{\tilde{x}_{n1}} + \frac{\sqrt{U_B^2 - 1}}{\tilde{x}_{n1}}$$

($b > 0$, если $\tilde{x}_{n1} < U_B$, и $b < 0$, если $\tilde{x}_{n1} > U_B$); s вычисляется по (14), а остальные обозначения введены выше.

В частном случае $b=0$ следует пользоваться другим выражением [12]. После преобразований в этом случае получим

$$\operatorname{Re} I_1 \approx \frac{-s}{4} \sqrt{\frac{U_B \sqrt{U_B^2 - 1}}{\pi N}} \left[\frac{\epsilon_B}{U_B (\epsilon_B - U_B^2)} - \frac{U_B}{(U_B^2 - 1)(1 + ka \sqrt{U_B^2 - 1})} - \frac{2U_B}{3(U_B^2 - 1)} + \frac{2U_B (1 + ka \sqrt{U_B^2 - 1})}{U_B^2 - 1} - \frac{2ka U_B \sqrt{U_B^2 - 1}}{\epsilon_B - U_B^2} \right]; \quad (19)$$

$$U_B = N/k (R + d_0). \quad (19a)$$

(19a) можно трактовать как условие фазового синхронизма взаимодействующих на участке связи волн ДВ и ДР, при котором это взаимодействие наиболее эффективно.

Проследим, как изменится физика процесса взаимодействия ДР и ДВ в системе при удалении последнего. С ростом d_0 точка перевала x_{n1} движется к точке ветвления $x_B = k$. Их совпадению соответствует такое расстояние d_0 , при котором ДВ касается каустики (рис. 36). В этом случае для асимптотического вычисления I_1 необходимо учитывать влияние точки ветвления [12]. Если на плоскости x поблизости от этой точки расположен полюс, соответствующий ближайшей высшей вытекающей волне ДВ, то возможно ухудшение добротности резонатора за счет возбуждения этой волны.

При дальнейшем увеличении d_0 ДВ попадает в область слабого поля излучения ДР, расположенную за каустикой, в которой $x_{n1} < k$ (рис. 3в). В ней взаимодействие ДВ и ДР происходит, в основном, через волны излучения, а интегралы I_1 и I_2 сравнимы по величине. Действительные и мнимые их части в этой области являются знакопере-

менными функциями от d_0 . Однако эта область не является рабочей, поскольку связь резонатора с линией передачи при этом мала.

Выше было показано, что в рабочей области величина I_2 , являющаяся количественной мерой расщепления, при возбуждении в системе колебаний типа «шепчущей галереи» достаточно мала. Учитывая также соотношение (17) и тепловые потери в материале резонатора ($\epsilon_p = \epsilon_p' (1 - j \operatorname{tg} \delta_p)$, δ_p — угол потерь), можно упростить выражения (13) для элементов матрицы рассеяния:

$$S_{21} \approx (1 - p + j\tilde{\xi}_N)/(1 + p + j\tilde{\xi}_N), \quad (20)$$

$$S_{11} \approx j(-1)^N \frac{I_2}{q} \frac{2p}{(1 + p + j\tilde{\xi}_N)^2},$$

где $q = 1 + (Q_{\text{изл}}/Q_{\text{тепл}})$ ($Q_{\text{изл}}$ и $Q_{\text{тепл}}$ — радиационная и тепловая составляющие добротности колебания с номером N), $\tilde{\xi}_N = (\operatorname{Re} \xi_N + \operatorname{Re} I_1)/q$ — обобщенная частотная расстройка колебаний в системе, $p = s/2q$ — нормированная степень связи. Значениям $p < 1$ соответствует докритическая связь ($S_{21\text{min}} > 0$), $p = 1$ — критическая связь ($S_{21\text{min}} = 0$), $p > 1$ — закритическая связь ($S_{21\text{min}} < 0$). На рис. 4 представлены графики зависимостей резонансных значений элементов матрицы рассеяния от нормированной степени связи p . Пологий экстремум коэффициента отражения приходится на режим критической связи. В этом режиме нагруженная добротность колебаний в два раза меньше собственной.

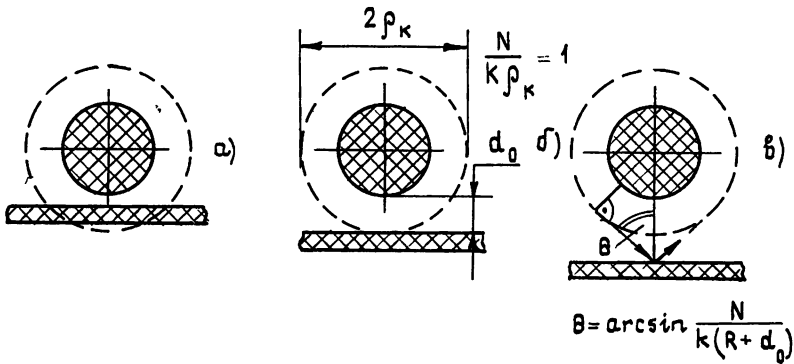


Рис. 3. К физическим механизмам взаимодействия ДВ и ДР. Пунктир—каустика поля ДР.

Рассмотренная система перспективна в качестве режекторного фильтра в функциональных устройствах миллиметрового диапазона длин волн [4]. Параметры его необходимо выбирать в первую очередь из условия максимального уровня режекции. Это имеет место в режиме критической связи. Наряду с этим для обеспечения наиболее эффективной связи резонатора с линией передачи параметры системы необходимо выбирать из условия фазового синхронизма (19а) взаимодействующих на участке связи волн. Развита в статье теория, трактующая колебания системы как целого, позволяет произвести такой выбор. Хотя полученные в ней результаты относятся к двумерной модели, можно рекомендовать их и для оценки характеристик реальных трехмерных устройств. Для этого целесообразно воспользоваться идеологией приближенного метода эффективной диэлектрической проницаемости [13], сводящего трехмерную задачу к двум двумерным. Та-

кая замена обоснованна, если в реальном устройстве гибридность волн проявляется лишь в малой степени и удается выделить преимущественное направление ориентации вектора E либо нормально плоскости диска, либо касательно к ней.

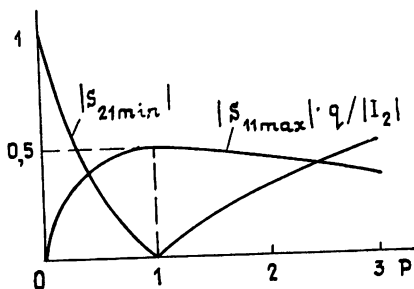


Рис. 4. Зависимости резонансных значений коэффициента передачи (S_{21}) и коэффициента отражения (S_{11}) от нормированной степени связи при слабом расщеплении ($|I_2| \ll 1$).

В заключение следует отметить, что развитые в данной статье подход и идеология могут быть обобщены и на случай систем резонаторов, перспективных в качестве многоконтурных фильтров для интегральных схем СВЧ диапазона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Добромыслов В. С., Взятыхшев В. Ф.—Тр. МЭИ — Радиотехника, 1973, вып. 161, с. 78.
2. Ильченко М. Е., Кудинов Е. В. Ферритовые и диэлектрические резонаторы СВЧ.— Киев: КГУ, 1973.
3. Взятыхшев В. Ф., Добромыслов В. С. Тезисы докладов V Всесоюзной НТК «Состояние и перспективы развития кабелей связи».—М.: Информэлектро, 1976, с. 66.
4. Раевский Г. П., Колдаев А. В., Кудашкин С. Ф.—Тр. МЭИ. Твердотельная СВЧ радиофизика и микроэлектроника, 1980, вып. 464, с. 15.
5. Брагинский В. Б., Митрофанов В. П., Панов В. И. Системы с малой диссипацией.— М.: Наука, 1981, 142 с.
6. Брагинский В. Б., Панов В. И., Тимашов А. В.—Препринт МГУ, № 06/1982.
7. Войтович Н. Н., Каценеленбаум Б. З., Сивов А. Н. Обобщенный метод собственных колебаний в теории дифракции.— М.: Наука, 1977, 416 с.
8. Марков Г. Т., Чаплин А. Ф. Возбуждение электромагнитных волн.— М.—Л.: Энергия, 1967, 376 с.
9. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров./Пер. с франц./Ред. Шифрин К. С.— М.: Наука, 1967, 778 с.
10. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы.— М.: Сов. радио, 1966, 475 с.
11. Взятыхшев В. Ф. Диэлектрические волноводы.— М.: Сов. радио, 1970, 217 с.
12. Маркувиц Н, Фелсен Л. Излучение и рассеяние волн./Пер. с англ./Ред Левин М. Л.— М.: Мир, 1978, т. 1, 547 с.
13. Интегральная оптика./Под ред. Т. Тамира. Пер. с англ./Ред. Шамонов Т. А.— М.: Мир, 1978, 344 с.

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию
11 февраля 1982 г.,
в окончательном варианте
16 декабря 1982 г.

THE EIGEN AND INDUCED OSCILLATIONS OF THE OPEN SYSTEMS ON THE DISK DIELECTRIC RESONATORS

V. F. Vzyatyshv, V. I. Kalinichev

A system approach is proposed and developed to the investigation of resonance devices on the basis of open disk dielectric resonators. A method is proposed for two-dimensional model which is based on the field spectrum presentation and the analysis of approximated analytical solutions of integral equations in the vicinity of the resonance. Both free and induced oscillations are considered. The plitting effect is theoretically found and explained, the expressions for the disperse matrix elements are presented. The results obtained may be used, in particular, for the study of the microwave filter characteristics.