

УДК 621.371.165 : 533.9 082.7

## ДИПОЛЬНЫЙ РЕЗОНАНС ПЛАЗМЕННОГО ЭЛЛИпсоИДА В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ С УЧЕТОМ РАДИАЦИОННОГО ЗАТУХАНИЯ

*А. С. Брюховецкий*

Предложена модификация решения уравнений квазистатики, учитывающая влияние радиационного затухания на дипольный резонанс малых плазменных тел. В частном случае плазменного эллипсоида в диэлектрической оболочке получены выражения, определяющие зависимость поля в плазме от геометрических размеров эллипсоида, толщины оболочки и ее диэлектрических свойств.

Важной особенностью рассеяния электромагнитных волн малыми плазменными объектами является возможность проявления резонансного характера рассеяния [1, 2] на частотах собственных электродипольных колебаний, причем зачастую параметры дипольного резонанса определяются не столкновительным, а радиационным затуханием. Учет последнего для однородного плазменного эллипсоида производится достаточно просто введением поля радиационного торможения [2], пропорционального третьей производной по времени от дипольного момента эллипсоида. Для слоистого эллипсоида в известной нам литературе отсутствует анализ влияния радиационного затухания на характер его дипольного резонанса, что, по-видимому, связано со сложностью вычислений, обусловленной неоднородностью поля внутри слоистого эллипсоида. В то же время целесообразность решения такой задачи очевидна не только из-за ее большей общности, но также и большей практической ценности в плане приложений к плазменным объектам, заключенным в диэлектрическую оболочку. Поэтому несомненный интерес представляла бы такая модификация достаточно простого (по сравнению с точным решением уравнений Максвелла) квазистатического приближения, которая позволила бы учесть в нем радиационное затухание. Наводящие соображения в этом направлении следующие. На примере круглой цилиндрической симметрии известно [3], что квазистатическое приближение соответствует ограничению первыми членами разложений по степеням малого аргумента в цилиндрических волновых функциях. При этом в функциях Ханкеля рассеянной волны положительные степени аргумента, полученные от разложения функций Бесселя, отбрасываются как малые величины по сравнению с отрицательными степенями, соответствующими разложению мнимой части волновых функций рассеянной волны — функций Неймана:

$$J_n(kr) \approx (kr/2)^n/n! \sim r^n, \quad N_n(kr) \approx -(n-1)!(2/kr)^n/\pi \sim r^{-n},$$

$$H_n^{(1,2)}(kr) \approx \pm iN_n(kr) \sim r^{-n}, \quad n \geq 1.$$

Именно это последнее обстоятельство эквивалентно пренебрежению радиационным затуханием ([3], с. 73). Условие  $H_n^{(1,2)}(kr) \sim r^{-n}$ , по существу, заменяет для внешней задачи уравнения Лапласа принцип излучения в точной электродинамической формулировке. Эта длин-

поволновая ( $kr \ll 1$ ) асимптотика выглядит одинаково как для сходящейся, так и для расходящейся волны, поскольку в квазистатическом приближении теряется информация о фазе волны, мало меняющейся на расстоянии  $r$ . Когда учет радиационного затухания является существенным (например, в случае дипольного резонанса ограниченной плазмы с малой частотой столкновений [2]), условие  $\varphi \sim r^{-n}$  для поведения потенциала на больших расстояниях  $r$  становится недостаточным. Для правильного описания необходимо решение дополнить членами разложения по степеням  $kr$  более высокого порядка малости. В частности, для достаточно точного вычисления амплитуды рассеяния вблизи резонанса следует сохранить в асимптотиках функций Ханкеля вещественную часть:

$$H_n^{(1,2)}(kr) = J_n(kr) \pm iN_n(kr) \sim r^{-n} \pm i\pi(k^2/4)^n r^n/n!(n-1)!$$

Таким образом, линейная комбинация частных решений радиальной части уравнения Лапласа для кругового цилиндра  $r^{-n}$  и  $r^n$ , регулярных соответственно на бесконечности и в нуле,  $\varphi = C_1 r^{-n} + C_2 r^n$  (общее решение) при определенном отношении констант, а именно:  $C_2/C_1 = \pm i\pi(k^2/4)^n/n!(n-1)!$ , может рассматриваться как квазистатический потенциал поля рассеянной волны, описывающий радиационное затухание с той же точностью, что и соответствующая длинноволновая асимптотика точного решения.

Из этого примера видно, что для учета радиационного затухания в квазистатике следует видоизменить условие поведения потенциала поля рассеянной волны при большом удалении от рассеивающего объекта: вместо убывающего решения необходимо взять его линейную комбинацию с нарастающим такую, чтобы она переходила в длинноволновые асимптотики точных решений при переходе рассеивающего объекта в круговой цилиндр в плоской задаче или в сферу в пространственной.

Неограниченность такого решения на бесконечности, равно как и потенциала поля падающей волны, не физична и является следствием непригодности квазистатического описания в волновой зоне. Заметим, что предлагаемая модификация решения квазистатического приближения и добавление к внешнему полю поля радиационного торможения [2] адекватны в том смысле, что к регулярному в нуле потенциалу поля падающей волны и регулярному на бесконечности потенциалу поля рассеянной волны вводится добавка, не ограниченная на бесконечности.

В рассмотренном ниже подробно случае дифракции электромагнитных волн на слоистом эллипсоиде показано, что найденные таким способом количественные результаты соответствуют тем, которые могли бы быть получены при введении поля радиационного торможения, а в частном случае слоистой сферы совпадают с соответствующими асимптотиками точного решения. Однако отыскание квазистатического решения намного проще, особенно в случае многослойной структуры рассеивающего объекта.

Рассмотрим дифракцию плоской монохроматической электромагнитной волны  $E_0 \exp[i(\omega t - kr)]$  на слоистом эллипсоиде, образованном двумя эллипсоидальными поверхностями  $\xi=0$  с полуосями  $a > b > c$  вдоль координатных осей  $x, y, z$  соответственно и  $\xi = \xi_1 > 0$  с полуосями  $a_1 = \sqrt{a^2 + \xi_1}$ ,  $b_1 = \sqrt{b^2 + \xi_1}$ ,  $c_1 = \sqrt{c^2 + \xi_1}$ . Диэлектрическая проницаемость плазмы внутри объема, ограниченного поверхностью  $\xi=0$ , равна  $\epsilon_p$ , для оболочки в пространстве между  $\xi=0$  и  $\xi = \xi_1$  соответственно  $\epsilon_d$ , а при  $\xi > \xi_1$  диэлектрическая проницаемость предполагается равной единице. В дипольном приближении задача сводится к статической задаче об эллипсоиде в постоянном однородном поле [4, 5]. Для определенности будем считать  $E_0$  ориентированным вдоль оси  $x$ . Потенциал

поля содержит в своем разложении по потенциальным функциям Ламе [6] лишь одну пространственную потенциальную функцию

$$\varphi_0 = -E_0 x = -E_0 (V(b^2 - a^2)(c^2 - a^2))^{-1} F_1(\xi) F_2(\eta) F_3(\zeta). \quad (1)$$

Здесь  $\xi, \eta, \zeta$  — эллипсоидальные координаты [4, 5],  $F_1(\xi) = \sqrt{\xi + a^2}$  — радиальная потенциальная функция Ламе второго рода первого порядка,  $F_2(\eta) F_3(\zeta) = \sqrt{(\eta + a^2)(\zeta + a^2)}$  — поверхностная эллипсоидальная функция Ламе второго рода первого порядка.

Согласно методу разделения переменных решение уравнения Лапласа для квазистатического потенциала в областях  $\xi < 0$ ,  $0 < \xi < \xi_1$  и  $\xi > \xi_1$  должно иметь ту же угловую зависимость  $F_2(\eta) F_3(\zeta)$ , что и  $\varphi_0$ , а радиальная зависимость может описываться при этом либо

$$F_1(\xi), \text{ либо присоединенной функцией Ламе } G_1(\xi) = F_1(\xi) \int_{\xi}^{\infty} ds / F_1^2(s) R_s$$

в зависимости от требуемого поведения в начале координат и в бесконечно удаленной точке. В выражении  $G_1$  использовано обозначение

$$R_s = \sqrt{(s + a^2)(s + b^2)(s + c^2)}.$$

Исходя из этого представим квазистатический потенциал в виде

$$\varphi_1 = A_0 \varphi_0, \quad \xi \leq 0,$$

$$\varphi_1 = A_1 \varphi_0 \int_{\xi}^{\infty} \frac{ds}{(s + a^2) R_s} + A_2 \varphi_0, \quad 0 < \xi < \xi_1, \quad (2)$$

$$\varphi_2 = \varphi_0 + \tilde{\varphi} = \varphi_0 + A_3 \varphi_0 \left[ \int_{\xi}^{\infty} \frac{ds}{(s + a^2) R_s} + q \right], \quad \xi \geq \xi_1.$$

Здесь  $A_0, A_1, A_2, A_3$  — постоянные, которые следует определить из граничных условий,  $q$  — коэффициент пропорциональности между ограниченным  $A_3 \varphi_0 \int_{\xi}^{\infty} ds / (s + a^2) R_s$  и неограниченным  $A_3 q \varphi_0$  на бесконечности

решениями для потенциала  $\tilde{\varphi}$  рассеянной волны.

В безразмерных координатах ( $\tilde{r} = kr$ ,  $\tilde{\xi} = k^2 \xi$ ) квадратную скобку в выражении для  $\tilde{\varphi}$  можно переписать в виде

$$\left[ k^3 \int_{\tilde{\xi}}^{\infty} \frac{d\tilde{s}}{\tilde{s} + \tilde{a}^2} R_{\tilde{s}} + q \right].$$

Интеграл в первом слагаемом зависит от безразмерных полуосей  $\tilde{a} = ka$ ,  $\tilde{b} = kb$ ,  $\tilde{c} = kc$  эллипсоида  $\xi = 0$ , в качестве которого может быть взят любой из данного конфокального семейства, что равносильно линейному смещению радиальной переменной. Из соображений теории размерностей величину  $q$  следует также представить в виде  $q = k^3 F(\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c})$ , где  $F$ , вообще говоря, функция  $\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}$ , а точнее разности их квадратов, вследствие конкретной зависимости  $R_{\tilde{s}}$  от  $\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}$ , указанной ранее.

Сравнение применяемого здесь метода и расчетов с полем радиационного торможения показывает, что на самом деле  $q$  является просто

числом. Для его определения перейдем в формулах к частному случаю шара  $a=b=c$ ,  $a_1=b_1=c_1$ . При этом интеграл в квадратной скобке берется элементарно:

$$\left[ \int_{\epsilon}^{\infty} \frac{ds}{(s+a^2)^{5/2}} + q \right] = \left[ \frac{2}{3r^3} + q \right] \sim 1 + \frac{3}{2} qr^3, \quad r = \sqrt{\xi + a^2}. \quad (3)$$

С другой стороны, известно, что точное решение для шара представляется посредством двух потенциалов Дебая — электрического  $e\Pi$  и магнитного  $m\Pi$ . Основной вклад в решение (по порядку величины  $kr$ ) дает  $e\Pi$ , причем с относительной погрешностью порядка  $(kr)^2$ :

$$E = \nabla(\partial/\partial r)(r^e\Pi). \quad (4)$$

Таким образом, квазистатическому потенциалу в точном решении соответствует величина  $(\partial/\partial r)(r^e\Pi)$ . Ограничиваясь первым членом в разложении  $r^e\Pi$  [7] по сферическим волновым функциям Ханкеля, получим

$$\frac{\partial}{\partial r}(r^e\Pi) \sim \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{(kr)^2}{3} + \frac{i}{kr} \right] \sim 1 + i \frac{2}{3} k^3 r^3. \quad (5)$$

Из сравнения величин  $1 + (3/2)qr^3$  и  $1 + i(2/3)k^3r^3$  следует, что константу  $q$  нужно положить равной  $i(4/9)k^3$ .

Граничные условия требуют непрерывности  $\varphi$  и  $\epsilon(\partial\varphi/\partial\xi)$  при переходе через поверхности  $\xi=0$  и  $\xi=\xi_1$ . После некоторых преобразований граничные условия можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} A_0 - f(0)A_1 - A_2 + O \cdot A_3 &= 0, \\ \epsilon_p A_0 - \epsilon_a U A_1 - \epsilon_a A_2 + O \cdot A_3 &= 0, \\ O \cdot A_0 - f(\xi_1)A_1 - A_2 + V A_3 &= -1, \\ O \cdot A_0 - \epsilon_a U_1 A_1 - \epsilon_a A_2 + V_1 A_3 &= -1, \end{aligned} \quad (6)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} f(\xi) &= \int_{\xi}^{\infty} \frac{ds}{(s+a^2)R_s}, \quad f'(\xi) = \frac{df}{d\xi} = -\frac{1}{R_{\xi}(\xi+a^2)}, \\ U &= f(0) + 2a^2 f'(0), \quad U_1 = f(\xi_1) + 2a_1^2 f'(\xi_1), \\ V &= f(\xi_1) + i(4/9)k^3, \quad V_1 = f(\xi_1) + 2a_1^2 f'(\xi_1) + i(4/9)k^3, \end{aligned} \quad (7)$$

а также учтено, что

$$\varphi_0(\xi)/\varphi'_0(\xi) = 2(\xi + a^2). \quad (8)$$

Константа  $A_0$ , определяющая поле в плазме  $E = A_0 E_0 e^{i\omega t}$ , представляется отношением  $A_0 = \det_1/\det$ , где числитель и знаменатель — соответствующие определители. Если ввести коэффициенты деполяризации  $n_x = f(0)abc/2$  и  $n_{x1} = f(\xi_1)a_1 b_1 c_1/2$ , то вычисления дают следующий результат:

$$\begin{aligned} \det &= (4/abc a_1 b_1 c_1) [(n_{x1} - 1) - \epsilon_a n_{x1}] [\epsilon_a (n_x - 1) - \epsilon_p n_x] + \\ &+ (4n_{x1}/a_1^2 b_1^2 c_1^2) (\epsilon_p - \epsilon_a) (1 - \epsilon_a) (n_{x1} - 1) + i(4k^3/9) \{ (2/abc) (1 - \epsilon_a) \times \\ &\times [\epsilon_a (n_x - 1) - \epsilon_p n_x] + (2/a_1 b_1 c_1) (\epsilon_p - \epsilon_a) [n_{x1} - \epsilon_a (n_{x1} - 1)] \}; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\det_1 = 4\epsilon_{\lambda}/abc a_1 b_1 c_1. \quad (10)$$

При ориентации  $\mathbf{E}_0$  вдоль оси  $y$  либо  $z$  в формулах (6), (9) следует заменить  $n_x, n_{x1}$  на коэффициенты деполяризации вдоль соответствующей оси.

Полученное решение в частном случае слоистого шара ( $a=b=c, a_1=b_1=c_1, n_x=n_{x1}=1/3$ ) совпадает с соответствующим разложением по степеням  $ka$  и  $ka_1$  точного решения, в чем можно убедиться непосредственным вычислением. С другой стороны, отсутствие оболочки ( $\epsilon_{\lambda}=1$ , либо  $\xi_1=0$ , либо  $\epsilon_p=\epsilon_{\lambda}$ ) приводит к тому же выражению для поля внутри эллипсоида, что и вычисления с учетом поля радиационного торможения [2].

Физический смысл выражения для  $\mathbf{E}$  можно получить, если переписать его в виде

$$\mathbf{E} = (\det_1/\det) \mathbf{E}_0 e^{i\omega t} \equiv 4\pi(\epsilon_p - 1)^{-1} \mathbf{P}_1, \quad (11)$$

$$\mathbf{P}_1 = d_1 [(4\pi/3) abc]^{-1}, \quad d_1 = \alpha_1 [\mathbf{E}_0 e^{i\omega t} + \mathbf{E}_{p,\tau}].$$

Здесь  $\mathbf{P}_1$  — вектор однородной поляризации в области плазмы  $\xi \leq 0$ ,  $d_1$  — дипольный момент плазменного эллипсоида  $\xi \leq 0$  в присутствии оболочки с учетом поля радиационного торможения  $\mathbf{E}_{p,\tau}$ ,  $\alpha_1$  — его поляризуемость:

$$\mathbf{E}_{p,\tau} = (2/3c^3) \ddot{\mathbf{d}} = -i(2/3) k^3 \mathbf{d}, \quad (12)$$

$$\mathbf{d} = d_1 + d_2 = (\alpha_1 + \alpha_2) [\mathbf{E}_0 e^{i\omega t} + \mathbf{E}_{p,\tau}],$$

$d_2$  — дипольный момент оболочки  $0 \leq \xi \leq \xi_1$ ,  $\alpha_2$  — ее поляризуемость,  $\mathbf{d}$  — дипольный момент всей системы «плазма + оболочка».

Чтобы доказать тождество (11), следует вычислить  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Вычисление  $\alpha_1$  тривиально, если учесть однородность поля в области  $\xi \leq 0$ :

$$\alpha_1 = [(\epsilon_p - 1)/4\pi] (4\pi/3) abc \tilde{A}_0, \quad (13)$$

где  $\tilde{A}_0$  соответствует обычному квазистатическому решению (при  $q \rightarrow 0$  в уравнениях (6)). Определение  $\alpha_2$  требует гораздо большего объема вычислений, чем описанное здесь решение системы уравнений (6). Приведа лишь окончательный результат:

$$\alpha_2 = \left\{ \frac{1 - \epsilon_p/\epsilon_{\lambda}}{4\pi} (\epsilon_{\lambda} - 1) (n_{x1} - n_x) \frac{4\pi}{3} abc + \frac{1 - (1 - \epsilon_p/\epsilon_{\lambda}) n_x}{4\pi} \times \right. \quad (14)$$

$$\left. \times (\epsilon_{\lambda} - 1) (4\pi/3) (a_1 b_1 c_1 - abc) \right\} \tilde{A}_0;$$

$$\tilde{A}_0 = -a_1 b_1 c_1 \{ a_1 b_1 c_1 [(1 - \epsilon_p/\epsilon_{\lambda}) n_x - 1] \times \quad (15)$$

$$\times [(\epsilon_{\lambda} - 1) n_{x1} + 1] + abc (\epsilon_p - \epsilon_{\lambda}) n_{x1} (n_{x1} - 1) (\epsilon_{\lambda} - 1) \}^{-1},$$

заметим, что внутри оболочки  $0 \leq \xi \leq \xi_1$  в отличие от области  $\xi \leq 0$  вектор поляризации не совпадает по направлению с  $\mathbf{E}_0 (E_0, 0, 0)$  и зависит от координат. Однако при интегрировании по объему оболочки нормальная к  $\mathbf{E}_0$  составляющая вектора поляризации дает нулевой вклад в  $d_2$  в силу своей нечетности относительно центра эллипсоида. Вычисления становятся практически осуществимыми, если от объемных интегралов, определяющих  $d_2$ , перейти к поверхностным и воспользоваться декартовыми координатами.

Следовательно, интерпретировать результат (11) можно таким образом: поле внутри плазменного эллипсоида, заключенного в диэлектрическую оболочку, определяется его поляризуемостью с учетом оболочки во внешнем поле, являющемся суммой приложенного поля  $E_0 e^{i\omega t}$  и поля радиационного торможения  $E_{p,r}$  всей системы «плазма + оболочка» в целом.

Дипольный резонанс определяется минимумом величины  $|A_0|^{-1}$  (максимумом  $|A_0|$ ). Если ввести обозначения

$$|A_0|^{-1} = |\varepsilon_p B_0 + B_1 + i(\varepsilon_p B_2 + B_3)|,$$

где

$$B_0 = -(n_x/\varepsilon_\lambda)(n_{x1} - 1) - \varepsilon_\lambda n_{x1} + (n_{x1}/\varepsilon_\lambda)(abc/a_1 b_1 c_1)(1 - \varepsilon_\lambda)(n_{x1} - 1),$$

$$B_1 = (n_x - 1)[(n_{x1} - 1) - \varepsilon_\lambda n_{x1}] - n_{x1}(abc/a_1 b_1 c_1)(1 - \varepsilon_\lambda)(n_{x1} - 1),$$

$$B_2 = (2k^3/9\varepsilon_\lambda)\{-a_1 b_1 c_1(1 - \varepsilon_\lambda)n_x + abc[n_{x1} - \varepsilon_\lambda(n_{x1} - 1)]\},$$

$$B_3 = (2k^3/9)\{a_1 b_1 c_1(1 - \varepsilon_\lambda)(n_x - 1) - abc[n_{x1} - \varepsilon_\lambda(n_{x1} - 1)]\},$$

$\varepsilon_p = 1 - \omega_p^2(1 + i\nu/\omega)/(\omega^2 + \nu^2)$ ,  $\omega_p$  — плазменная частота,  $\nu$  — частота столкновений, то из условия минимума  $|A_0|^{-1}$  для резонансного значения  $(\omega_p/\omega)_r^2$  получается следующее выражение:

$$\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)_r^2 = [B_0^2 + B_1^2 + B_2 B_3 + B_0 B_1 + \frac{\nu}{\omega}(B_0 B_3 - B_1 B_2)](B_0^2 + B_2^2)^{-1}, \quad (16)$$

а для резонансного значения поля .

$$|E|_r = E_0 \sqrt{(1 + \nu^2/\omega^2)(B_0^2 + B_2^2)} [(B_0 + B_1)((\nu/\omega)B_0 + B_2) + (B_2 + B_3)((\nu/\omega)B_2 - B_0)]^{-1}. \quad (17)$$

Анализ этих зависимостей относительно прост в предельных случаях очень тонкой и очень толстой оболочек.

Если толщина оболочки стремится к нулю ( $\xi_1 \rightarrow 0$ ,  $a_1, b_1, c_1 \rightarrow abc$ ,  $n_x \rightarrow n_{x1}$ ), то

$$(\omega_p/\omega)_r^2 \approx (\omega_p/\omega)_{qst}^2 [1 - (\nu/\omega)2k^3 abc/9n_x][1 + (2k^3 abc/9n_x)^2]^{-1}; \quad (18a)$$

$$|E|_r \approx E_0 \sqrt{(1 + \nu^2/\omega^2)[1 + (2k^3 abc/9n_x)^2]} [\nu/\omega + 2k^3 abc/9n_x]^{-1}, \quad (19a)$$

где  $(\omega_p/\omega)_{qst}^2 = 1/n_x$  — квазистатическое резонансное значение  $(\omega_p/\omega)^2$  без учета радиационного затухания.

В этом случае учет конечных размеров эллипсоида приводит к уменьшению  $(\omega_p/\omega)_r^2$  по сравнению с его квазистатическим значением, а поле при этом определяется соотношением между столкновительным и радиационным затуханием.

Если же оболочка достаточно толстая ( $abc/a_1 b_1 c_1 \rightarrow 0$ ,  $n_{x1} \rightarrow 1/3$ ), то

$$(\omega_p/\omega)_r^2 \approx (\omega_p/\omega)_{qst}^2 [1 + (\varepsilon_\lambda - 1)(1 - n_x)]. \quad (18б)$$

Поле для этого случая нетрудно вычислить в приближении  $\nu/\omega \rightarrow 0$ :

$$|E|_r \approx E_0 (2k^3 abc/9n_x) \sqrt{(1/9)(1 + 2/\varepsilon_\lambda)^2 + [(2/9)k^3 a_1 b_1 c_1 (1 - 1/\varepsilon_\lambda)]^2},$$

и если  $2k^3 a_1 b_1 c_1 \ll 1/3$ , то

$$|E|_r \approx (E_0/3)(1 + 2/\varepsilon_\lambda)(2k^3 abc/9n_x)^{-1}. \quad (19б)$$

Из сравнения выражений (18a)—(18б) следует, что увеличение толщины оболочки увеличивает  $(\omega_p/\omega)_r^2$  и уменьшает  $|E|_r$ .

Анализ зависимостей (16), (17) для значений  $\xi_1$ , промежуточных между  $\xi_1 \rightarrow 0$  и  $\xi_1 \rightarrow \infty$ , может быть проведен численно. В качестве иллюстрации на рис. 1 и 2 приведены  $(\omega_p/\omega)_r^2$  и  $|E|_r/E_0$  для таких значений  $\xi_1$ . Величина  $\epsilon_d=4$ , что соответствует диэлектрической проницаемости кварца в СВЧ диапазоне. Кривые 1, 2, 3 отвечают значениям  $ka=0,5; 1; 1,5$ . Для простоты расчетов выбран вытянутый сфероид ( $a>b=c$ ), причем отношение  $a/b$  зафиксировано и равно трем, а  $v/\omega=0,1$ . Независимой переменной является отношение малых полуосей внешней и внутренней поверхности оболочки  $b_1/b$ . Пунктирной кривой на рис. 1 нанесено квазистатическое значение  $(\omega_p/\omega)_r^2$ , отвечающее случаю бесконечно тонкой оболочки.

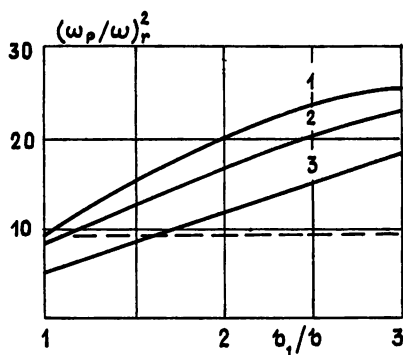


Рис. 1.

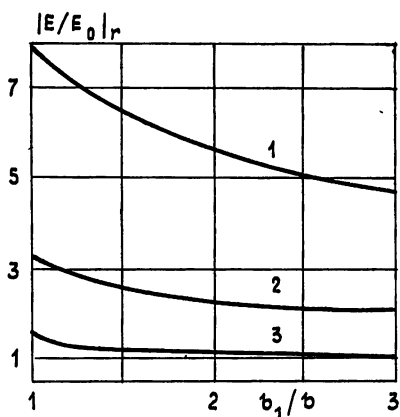


Рис. 2.

Следует отметить, что практическое использование полученных результатов ограничено малостью размеров эллипсоида, когда, собственно говоря, и возможен дипольный резонанс. Однако указать более точную верхнюю границу для отношений размеров эллипсоида к длине волны и степень погрешности гораздо труднее, чем в случае эллиптического цилиндра [8, 9], поскольку в данном случае использованы уравнения квазистатики, а не разложения по малому параметру решения уравнений Максвелла. Можно лишь предполагать, что эти ограничения не более жесткие, чем в случае эллиптического цилиндра, где достаточным было выполнение условия  $k(a_1 + b_1)/2 < 1$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Барьяхтар В. Г., Каганов М. И.—ЖТФ, 1962, 32, № 5, с. 554.
2. Гильденбург В. Б., Жидко Ю. М., Кондратьев И. Г., Миллер М. А.—Изв. вузов—Радиофизика, 1967, 10, № 9—10, с. 1358.
3. Vandenplas Paul E. Electron Waves and Resonances in Bounded Plasmas—London—New-York—Sydney: Interscience Publishers, a division of John Wiley and Sons, 1968.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред.—М.: Физматгиз, 1959.
5. Стрэттон Дж. А. Теория электромагнетизма.—М.—Л.: Гостехиздат, 1948
6. Стрэтт М. Д. О. Функции Ляме, Матье и родственные им в физике и технике—Харьков—Киев: Государственное научно-техническое издательство Украины, 1935.

7. Борн М., Вольф Э. Основы оптики.— М.: Наука, 1970.
8. Брюховецкий А. С. Статья депонирована в ВИНТИ, рег. № 201-79. Деп. от 16 января 1979.
9. Брюховецкий А. С., Карелин Ю. В.— Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 11, с. 1385.

Институт радиофизики и электроники  
АН УССР

Поступила в редакцию  
20 июля 1981 г.,  
после доработки  
4 августа 1982 г.

## THE DIPOLE RESONANCE OF A PLASMA ELLIPSOID IN THE DIELECTRIC ENVELOPE TAKING ACCOUNT OF THE RADIATION DAMPING

*A. S. Bryukhovetskij*

The solution modification is suggested for the quasi-statics equation taking account of an effect of the radiation damping on the dipole resonance of small plasma bodies. In a particular case of the plasma ellipsoid in the dielectric envelope, expressions have been obtained which define the dependence of the field in plasma on the geometrical dimensions of the ellipsoid, the envelope depth and its dielectric properties.

---

### Аннотации депонированных статей

УДК 621.372.413:536.566

#### РАСЧЕТ ГЕОМЕТРИИ ОТКРЫТЫХ РЕЗОНАТОРОВ С РЕГУЛИРУЕМЫМ ДИФРАКЦИОННЫМ ВЫХОДОМ

*Д. Г. Афонин, В. Г. Богомолов, А. И. Костиенко*

Предложен графический способ расчета конфигурации несимметричных двухзеркальных резонаторов с геометрией, близкой к концентрической, в которых для связи с нагрузкой используется излучение за краями отражателей. Размеры апертур, радиусы кривизны отражателей и расстояние между ними выбираются в зависимости от диапазона перестройки по частоте, величины потерь на связь и расходимости выходного излучения. Приведены численные данные для длин волн короче 2 мм и значений числа Френеля от 0,5 до 2. Показана возможность сохранения одномодового режима работы резонатора и постоянной связи с нагрузкой при изменении частоты более чем на октаву.

Статья депонирована в ВИНТИ,  
рег. № 1819—83. Деп. от 6 апреля 1983 г.

УДК 621.37

#### САМОСОГЛАСОВАННАЯ ТЕОРИЯ РАССЕЯНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ЭЛЕКТРОННОМ ПОТОКЕ

*Е. С. Пылаев, Б. Г. Цикин*

Исследуется когерентное рассеяние поверхностных электромагнитных волн, основанное на создании в электронном пучке сверхсветовых волн тока. Показано, что изменение фазовой скорости попутной поверхностной волны при взаимодействии с электронным пучком изменяет направление переизлучения, а нарастание ее амплитуды приводит к появлению расходимости переизлучаемых волн. Определены сверхсветовые компоненты тока, возбуждающие поля в открытом резонаторе, и оценена энергия, передаваемая в нагрузку. Отмечено, что исследуемый эффект может быть использован для умножения частоты электромагнитных колебаний.

Статья депонирована в ВИНТИ,  
рег. № 1817—83. Деп. от 6 апреля 1983 г.