

УДК 621.371

ДИФРАКЦИЯ НА ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕМ КЛИНЕ С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОКРЫТИЕМ НА ОДНОЙ ГРАНИ

Е. Н. Васильев, А. И. Федоренко

Методом интегральных уравнений рассмотрено решение задачи дифракции электромагнитных волн на металлическом клине со слоем поглощающего диэлектрика на одной грани. Проведено сравнение с известными результатами при определенных параметрах структуры. Приведены данные расчетов рассеянного поля в случае E -поляризации для 90-градусного клина с различным положением начала слоя относительно ребра клина. Результаты свидетельствуют о возможных сложных дифракционных процессах вблизи ребра клина и края слоя.

Постановка задачи. Постановка задачи ясна из рис. 1, где показано сечение рассматриваемой конфигурации в плоскости $z=0$. На одной из граней клина (внутренний угол раствора Φ) расположен слой поглощающего диэлектрика толщиной d ($\epsilon_a = \epsilon'_a - i\epsilon''_a$, $\mu_a = \mu'_a - i\mu''_a$), формы ребра клина и покрытия вблизи ребра могут быть произвольными. Перпендикулярно к образующей поверхности и под углом φ_0 к оси x падает плоская электромагнитная волна E ($E^n = z^0 E_z^n$) - или H ($H^n = z^0 H_z^n$) - поляризации. Необходимо найти рассеянное поле.

Расчет дифракционных полей металлического клина с диэлектрическим покрытием имеет большое прикладное значение. Этой проблеме посвящено много работ, в которых рассмотрены различные приближенные решения. Впервые в строгой постановке задача решена методом интегральных уравнений в [1]. Данная работа является продолжением и развитием исследований [1] в случае наличия диэлектрика только на одной грани. В такой постановке задача рассмотрена приближенно в [2, 3] для малых толщин слоя и малых значений диэлектрической проницаемости, при этом наличие слоя на освещенной грани клина учтено френелевским коэффициентом отражения от бесконечного слоя. Приведенные в [3] результаты имеют чисто иллюстративный характер, так как при значениях d и ϵ , использовавшихся в расчетах, различий в диаграммах рассеяния идеально проводящего и нагруженного клина почти нет. Отметим работу [4], где приближенное решение также строится на основе учета френелевских коэффициентов отражений от граней и строгого решения задачи рассеяния на идеально проводящем клине. Известные строгие исследования задачи дифракции на клине с различными значениями импеданса на гранях (в частности, одна из граней может быть идеально проводящей) являются только теоре-

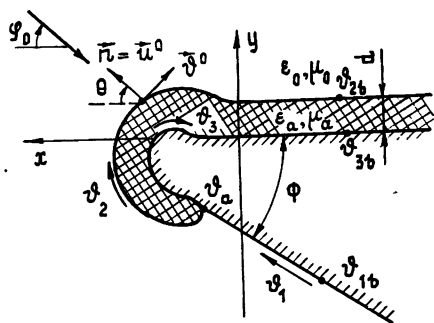


Рис. 1.

тическими моделями, так как справедливость импедансного приближения в окрестности ребра в реальных моделях, например при реализации импедансных граничных условий с помощью слоя диэлектрика, остается открытым вопросом. Предлагаемое численное решение методом интегральных уравнений позволяет строго учесть дифракционные явления на ребре клина и крае диэлектрического слоя. Поэтому это решение, с одной стороны, может служить эталоном для проверки точности различных приближений, с другой стороны, является единственным средством получения оценок рассеянных полей при задании произвольных форм поверхностей клина и слоя вблизи ребра, что чаще всего встречается на практике.

Вывод интегральных уравнений. Выделим в поперечном сечении клина три контура, определяющих границы между идеально проводящей гранью и внешним пространством (ϑ_1), между диэлектриком и внешним пространством (ϑ_2), между нагруженной гранью и покрытием (ϑ_3). Все три контура имеют общую точку ϑ_a . Методика вывода интегральных уравнений (ИУ) относительно неизвестных плотностей эквивалентных электрического $\mathbf{J}^e = \mathbf{n} \times \mathbf{H}$ и магнитного $\mathbf{J}^m = -\mathbf{n} \times \mathbf{E}$ токов на поверхности идеально проводящего рассеивателя с частичным диэлектрическим покрытием аналогична получению ИУ для многослойного диэлектрического тела [1, 5]. В отличие от последних уравнений здесь появляются дополнительные слагаемые, учитывающие влияние токов на непокрытой части тела. Для сведения уравнений в бесконечных пределах интегрирования к интегрированию на конечном интервале нужно выделить [1] неубывающие (равномерные) составляющие плотностей токов на прямолинейных участках контуров: $\vartheta_1 - (-\infty < \vartheta < \vartheta_{1b})$, $\vartheta_2 - (\vartheta_{2b} \leq \vartheta < \infty)$, $\vartheta_3 - (\vartheta_{3b} \leq \vartheta < \infty)$. Тогда интегралы по указанным отрезкам можно вычислить до решения уравнений, а численно определять плотности токов только на оставшихся конечных интервалах. Запишем в окончательном виде получающуюся систему уравнений для случая E -поляризации:

$$J_{1z}^e(\vartheta) + \int_{\vartheta_{1b}}^{\vartheta_a} P_{11}^{11} J_{1z}^e d\vartheta' + \int_{\vartheta_a}^{\vartheta_{2b}} (P_{11}^{12} J_{2z}^e + P_{12}^{12} \hat{J}_{2\vartheta}^m) d\vartheta' =$$

$$= 2J_{z^e}^n(\vartheta) - \Delta J_1(\vartheta), \quad \vartheta \in (\vartheta_{1b}, \vartheta_a),$$

$$\int_{\vartheta_{1b}}^{\vartheta_a} P_{11}^{21} J_{1z}^e d\vartheta' + (1 + \mu) J_{2z}^e(\vartheta) + \int_{\vartheta_a}^{\vartheta_{2b}} (P_{11}^{22} J_{2z}^e + P_{12}^{22} \hat{J}_{2\vartheta}^m) \times$$

$$\times d\vartheta' + \int_{\vartheta_a}^{\vartheta_{3b}} P_{11}^{23} J_{3z}^e d\vartheta' = 2J_{z^e}^n(\vartheta) - \Delta J_2^e(\vartheta),$$

$$\vartheta \in (\vartheta_a, \vartheta_{2b}),$$

$$\int_{\vartheta_{1b}}^{\vartheta_a} P_{21}^{21} J_{1z}^e d\vartheta' + (1 + \varepsilon) \hat{J}_{2\vartheta}^m(\vartheta) + \int_{\vartheta_a}^{\vartheta_{2b}} (P_{21}^{22} J_{2z}^e +$$

$$+ P_{22}^{22} \hat{J}_{2\vartheta}^m) d\vartheta' + \int_{\vartheta_a}^{\vartheta_{3b}} P_{21}^{23} J_{3z}^e d\vartheta' = \quad (1)$$

$$= 2\hat{J}_{\vartheta^m}^n(\vartheta) - \Delta J_2^m(\vartheta), \quad \vartheta \in (\vartheta_a, \vartheta_{2b}),$$

$$\int_{\vartheta_a}^{\vartheta_b} (P_{11}^{32} J_z^3 + P_{12}^{32} \hat{J}_z^3) d\vartheta' + J_{3z}^3(\vartheta) + \int_{\vartheta_a}^{\vartheta_b} P_{11}^{33} J_{3z}^3 d\vartheta' =$$

$$= -\Delta J_3(\vartheta), \quad \vartheta \in (\vartheta_a, \vartheta_{3b}).$$

Здесь числовые индексы у плотностей токов обозначают номер контура, $J_z^{3,n} = H_{\vartheta}^n$, $\hat{J}_z^{3,n} = E_z^n/W_0$, $\hat{J}_z^3 = J_z^3/W_0$, $W_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$, ΔJ — дополнительные слагаемые, которые получаются при преобразовании интегрирования от бесконечных к конечным пределам (вычисляются эти слагаемые через интегралы от произведения ядер на равномерные составляющие токов, которые принимаются равными токам физической оптики). В системе ИУ (1) ядра $P_{mn}^{ij}(\vartheta, \vartheta')$ при $j=i$ соответствуют ядрам уравнений в задачах возбуждения идеально проводящего ($i=1, 3$) и диэлектрического ($i=2$) тел [5] с соответствующими границами ϑ_i , а при $j \neq i$ учитывают взаимное влияние токов на разных контурах:

$$P_{11}^{ij} = \eta Q, \quad i = 1, j = 1, 2, \quad i = 2, j = 1, \quad P_{11}^{22} = \eta(Q - \mu Q_x),$$

$$P_{11}^{23} = \eta \mu Q_x, \quad P_{11}^{32} = -\eta Q_x, \quad P_{11}^{33} = \eta Q_x,$$

$$P_{12}^{12} = i \cos(\theta - \theta') R - i \partial^2 R / \partial \vartheta \partial \vartheta',$$

$$P_{12}^{32} = -i \epsilon \cos(\theta - \theta') R_x + (i/\mu)' \partial^2 R_x / \partial \vartheta \partial \vartheta',$$

$$P_{12}^{22} = i \cos(\theta - \theta') (R - x^2 R_x) - i \partial^2 / \partial \vartheta \partial \vartheta' (R - R_x),$$

$$P_{21}^{21} = iR, \quad P_{21}^{23} = ix^2 R_x, \quad P_{21}^{22} = i(R - x^2 R_x),$$

$$P_{22}^{22} = [(y - y') \sin \theta' + (x - x') \cos \theta'] (Q - \epsilon Q_x),$$

где

$$\eta = [(y - y') \sin \theta + (x - x') \cos \theta], \quad R = H_0^{(2)}(\rho)/2i,$$

$$R_x = H_0^{(2)}(x\rho)/2i, \quad Q = iH_1^{(2)}(\rho)/2\rho,$$

$$Q_x = ixH_1^{(2)}(x\rho)/2\rho, \quad \rho = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2},$$

$$x = \sqrt{\epsilon \mu}, \quad \epsilon = \epsilon_a/\epsilon_0, \quad \mu = \mu_a/\mu_0,$$

все линейные размеры нормированы на $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$.

В случае H -поляризации получаются аналогичные уравнения.

Зная распределение плотностей токов на контурах ϑ_1 и ϑ_2 , с помощью формул принципа эквивалентности можно найти рассеянное поле в любой точке внешнего пространства. Поле в дальней зоне ($r_0 = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty$) при этом удобно представить в следующем виде:

$$E_z^p \approx H_0^{(2)}(r_0) F^E(\varphi, \varphi_0) \quad \text{для } E\text{-волны,}$$

$$H_z^p \approx H_0^{(2)}(r_0) F^H(\varphi, \varphi_0) \quad \text{для } H\text{-волны,}$$

где $F^{E,H}(\varphi, \varphi_0)$ — функции, определяющие только угловую зависимость поля (диаграммы рассеяния).

Результаты расчетов. Система ИУ (1) решалась численно методом Крылова—Боголюбова. Необходимо подчеркнуть удобство применения

данного метода при вычислении плотностей токов на сложных геометрических поверхностях, состоящих к тому же из материалов с различными электрическими свойствами. Во-первых, метод позволяет реализовать простой универсальный алгоритм при довольно произвольной геометрии рассеивателя, во-вторых, можно достаточно просто повысить точность расчетов при незначительном увеличении порядка системы алгебраических уравнений, уменьшая длины интервалов разбиения на участках поверхности с малыми радиусами кривизны, а также вблизи края слоя, где изменения токов могут быть наибольшими. Отметим, что для корректности применения ИУ (1) при их решении необходимо

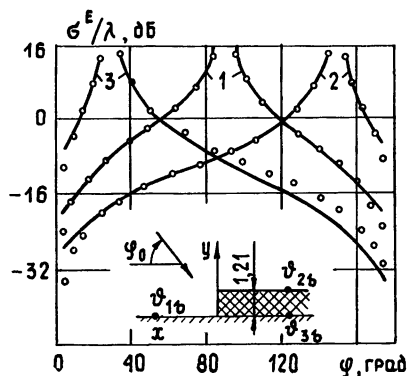


Рис 2.

в окрестности точки ϑ_a выделять особенности токов на ребре диэлектрического клина, так как в этом месте соединения трех областей невозможно ввести радиусы скругления для всех контуров $\vartheta_1 - \vartheta_3$, чтобы удовлетворить условию Ляпунова. Такое выделение особенностей можно произвести, используя, например, результаты работы [6], но это значительно усложнит численный алгоритм. Проведенные расчеты показали, что метод Крылова—Боголюбова и без предварительного выделения дает правильные особенности поведения токов около точки ϑ_a . Аналогичный вывод

сделан и в статье [7], где сравнивались расчеты токов с выделением и без выделения особенностей на металлическом теле вращения, частично экранированном диэлектриком. Для тестирования программ использовались два варианта изучаемой конфигурации: при значении $\Phi = \pi$ получается модель в виде полубесконечного диэлектрического слоя, расположенного на идеально проводящей плоскости [8]; при значениях $\epsilon = \mu = 1$ поверхность представляет собой хорошо изученный в литературе идеально проводящий клин. Сравнение расчетов для этих моделей позволяет проверить программы в полном объеме.

Ограничимся рассмотрением числовых результатов для случая F -волны. На рис. 2 показаны в сравнении результаты расчетов на основе рассматриваемого алгоритма (сплошные линии) и метода (кружки), изложенного в работе авторов [8], где наличие идеально проводящей подложки учитывалось с помощью зеркального отображения, а точки определялись только на внешнем контуре диэлектрика ($\vartheta_a, \vartheta_{2b}, \infty$). Приведены нормированные на длину волны падающего поля λ значения эффективной поверхности рассеяния (ЭПР) $\sigma^E/\lambda = (2/\pi) |F^E|^2$ полубесконечного слоя ($\epsilon = 6,5 - i0,3, \mu = 1,2 - i1,1$) при разных углах падения: 1 — $\varphi_0 = 90^\circ$, 2 — $\varphi_0 = 30^\circ$, 3 — $\varphi_0 = 150^\circ$. Различие графиков при углах наблюдения φ , близких к 0° и 180° , объясняется снижением точности расчетов из-за низких уровней ЭПР в этих секторах. Более заметное расхождение результатов при $\varphi_0 = 150^\circ$, чем при $\varphi_0 = 30^\circ$ и 90° , обусловлено большей погрешностью вычисления дополнительных слагаемых ΔJ в правых частях системы ИУ (1) ввиду плохой сходимости несобственных интегралов при $\varphi_0 \rightarrow 180^\circ$. Чтобы повысить точность, следует увеличить протяженность прямолинейных участков контуров ($\vartheta_a, \vartheta_{ib}$) и уменьшить длину $\Delta\vartheta$ интервалов разбиения. Для данных на рис. 2 принимались следующие значения этих параметров: $(\vartheta_a, \vartheta_{1b}) = (\vartheta_a, \vartheta_{3b}) = 17,0$, $(\vartheta_a, \vartheta_{2b}) = 18,2$, $\Delta\vartheta = 0,1 - 0,6$ (мелкий шаг

только у края слоя); для контрольных расчетов по [8] (θ_a, θ_{2b}) = 33,0, поэтому эти результаты являются более точными.

В качестве примера, иллюстрирующего возможности алгоритма, на рис. 3 показаны расчеты однопозиционных диаграмм ЭПР для 90-градусного клина с различным положением начала слоя диэлектрика ($\epsilon = 6,5 - i0,3, \mu = 1,2 - i1,1$) относительно ребра клина. Номера кривых соответствуют следующим вариантам: 0 — идеально проводящий клин без покрытия, 1 — $d = 0,44, l_1 = 0$; 2 — $d = 0,44, l_1 = 1$; 3 — $d = 1,21, l_1 = 0$; 4 — $d = 1,21, l_1 = 1$; 5 — $d = 1,21, l_2 = 1$. При выбранных толщинах и нормальном падении на бесконечный слой с подложкой коэффициент отражения составляет -24 дБ для $d = 0,44$ и -8 дБ — для $d = 1,21$, т. е. реализуется покрытие с малым и большим коэффициентом отражения. Это отличие существенно сказывается только при облучении в секторе углов, прилегающем к направлению зеркального отражения от нагруженной грани ($\varphi = 45^\circ$, кривая 1), причем появление даже небольшого непокрытого участка у ребра клина значительно уменьшает сектор эффективного действия поглотителя (кривая 2). Отметим также большое снижение уровня рассеянного поля в секторе углов φ от -20° до $+40^\circ$ для слоя с большим коэффициентом отражения при $l_1 = 0$ (кривая 3). Этот интересный результат, видимо, можно объяснить сложными дифракционными явлениями на ребре клина и крае слоя диэлектрика.

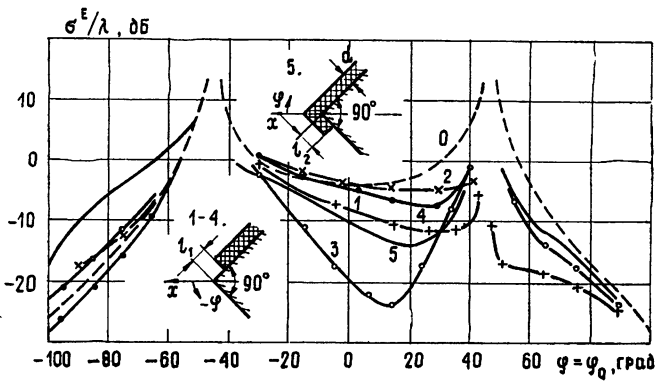


Рис. 3.

Таким образом, в работе показано расширение приложений метода интегральных уравнений для решения задачи дифракции на сложной составной цилиндрической структуре в виде идеально проводящего клина с диэлектрическим покрытием на одной грани. Приведены результаты, подтверждающие правильность работы вычислительных программ. На примере клина с разными электродинамическими свойствами слоя диэлектрика продемонстрированы возможные сложные изменения рассеянных полей в зависимости от вариантов расположения края слоя относительно ребра клина.

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев Е. Н., Солодухов В. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1977, 20, № 2, с. 280.
2. Mohsen A., Hamid M. A. K. — Radio Sci, 1973, 8, № 1, p. 71.
3. Hamid M. A. K. — IEEE Trans., 1973, AP-21, № 5, p. 728.
4. Мицмахер М. Ю. — Изв. вузов — Радиофизика, 1976, 19, № 10, с. 1518.
5. Васильев Е. Н. Прикладная электродинамика. Сб. научно-методич. статей — М.: Высшая школа, 1977, вып 1, с. 94.

6. Meixner J.—IEEE Trans., 1972, AP-20, № 4, p. 442.
7. Васильев Е. Н., Серегина А. Р., Седельникова З. В.—Изв. вузов—Радиофизика, 1981, 24, № 6, с. 753.
8. Васильев Е. Н., Федоренко А. И.—Изв. вузов—Радиоэлектроника, статья депонирована в ВИНТИ, рег. № 3950—82, деп. 22.07.82 г., 15 с.

Московский энергетический
институт

Поступила в редакцию
30 июня 1982 г.

DIFFRACTION BY AN IDEALLY CONDUCTING WEDGE WITH THE DIELECTRIC COATING OF ONE OF THE EDGE

E. N. Vasil'ev, A. I. Fedorenko

The solution of the problem on diffraction of electromagnetic waves by a metallic wedge with a layer of the absorbing dielectric on one of the edge is considered by the method of integral equations. A comparison is made with the known results at the definite parameters of the structure. Data are given of calculation of the scattered field in the case of E -polarization for 90° wedge with different location of the layer beginning relative to the wedge edge. The results testify to the probable complex diffraction process near wedge edge and the layer edge.

ИНСТРУКЦИЯ ПО СОСТАВЛЕНИЮ РЕФЕРАТОВ

1. В реферате кратко излагается основное содержание статьи. Реферат должен дать читателю представление о характере освещаемой работы, оригинальности постановки вопроса, методике проведения исследования и его основных результатов.
 2. Реферату должно предшествовать библиографическое описание в следующем виде: название статьи, фамилия и инициалы автора, название журнала, где помещается статья. Текст реферата начинается непосредственно с изложения существа работы без повторения заголовка. Форма изложения материала не обязательно должна повторять форму изложения оригинальной статьи.
 3. Если оригинал содержит большое количество цифровых данных, их следует обобщить и систематизировать.
 4. Средний объем реферата 1,5—2 страницы машинописного текста, отпечатанного через два интервала на белой писчей бумаге обычного формата (30×21) в двух экземплярах с полем 4 см с левой стороны.
 5. Таблицы, схемы, графики и пр. могут быть включены в том случае, если они отражают основное содержание работы или сокращают текст реферата. Сообщение о наличии в реферируемой работе таблиц, схем, графиков, фотографий, карт, рисунков необходимо давать в конце реферата. Например, табл. 2, илл. 10.
 6. Формулы приводятся только в том случае, если они необходимы для понимания статьи. Громоздкие математические выражения помещать не следует. Формулы следует вписывать четко, не изменяя принятых в оригинале обозначений величин. Формулы и буквенные обозначения вписываются черными чернилами во второй экземпляр. Вписывание формул и буквенных обозначений, а также исправление замеченных опечаток в первом экземпляре не делается.
 7. В конце реферата в квадратных скобках указывается название учреждения или предприятия, в котором автор реферируемой работы (если эти данные приводятся в статье) провел работу. Подпись автора и дату написания реферата следует ставить в левом нижнем углу на обоих экземплярах реферата.
-