

УДК 621.317.37

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ И СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОТКРЫТЫХ РЕЗОНАТОРОВ С ВНУТРЕННИМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

В. П. Андросов, Э. И. Велиев, А. А. Вертий

Исследуются спектральные и поляризационные характеристики открытого резонатора (ОР) с неоднородностью в виде плоского изотропного диэлектрического слоя произвольной толщины для основного типа колебания. Приводится методика решения задачи и ее численная реализация. Показывается, что в таком резонаторе волновой пучок является эллиптическим с эллиптической поляризацией в поперечном сечении. Приводится также дисперсионное уравнение, с помощью которого можно определить диэлектрическую проницаемость исследуемого изотропного диэлектрика и описать спектральные характеристики такого ОР.

Квазиоптический открытый резонатор в настоящее время стал одним из базовых элементов в приборах и устройствах миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов. Примером тому могут служить квантовые генераторы и усилители, генераторы дифракционного излучения, резонансные ячейки магнитных радиоспектрометров и т. д. Широкое применение ОР стимулирует дальнейшее развитие работ по его изучению. Скалярная волновая теория ОР [1–4] развита достаточно полно и позволяет во многих случаях получить точные значения спектральных характеристик резонаторов в приближении линейно-поляризованного резонансного волнового пучка.

В задачах по исследованию свойств гиротропных веществ, изменению параметров изотропных и анизотропных диэлектриков, а также ОР с дифракционными периодическими структурами такое приближение является недостаточным и не всегда обеспечивает даже качественное описание свойств системы. Поэтому несомненный интерес представляет изучение свойств ОР с внутренними неоднородностями с учетом векторного характера электромагнитного поля. В данной работе предложен метод исследования векторных полей квазиоптических резонаторов и с его помощью детально изучены свойства ОР с изотропным диэлектрическим слоем произвольной толщины для основного типа колебания. Размеры зеркал резонатора предполагаются большими по сравнению с длиной волны. Это позволяет пренебречь дифракционными потерями и представить собственные колебания ОР в виде функций Эрмита—Гаусса [5, 6]. Следует отметить, что предлагаемый метод позволяет исследовать свойства ОР для любых собственных колебаний и с различными неоднородностями — плоскопараллельные слои из анизотропных и гиротропных сред, дифракционные периодические структуры.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исследуемая структура вместе с выбранной системой координат представлена на рис. 1. Необходимо определить резонансное колебание в этой системе, поле которого во всех трех областях должно представлять собой стоячую волну.

Известно [7], что стоячая волна может быть записана в виде суммы двух волн с самосопряженными амплитудами E , H и E^* , $-H^*$ или E , H и $-E^*$, H^* . Распределение полей в этих двух случаях соответственно имеет вид $\operatorname{Re} E$, $\operatorname{Im} H$ или $\operatorname{Im} E$, $\operatorname{Re} H$. Учитывая это, а также то, что при больших апертурах зеркал собственные функции ОР описываются функциями Эрмита—Гаусса [5, 6], которыми описываются и волновые параксиальные пучки в свободном пространстве [8, 9], резонансное колебание в ОР с плоскопараллельной неоднородностью будем искать в виде суммы двух противоположно распространяющихся волновых пучков A и B (рис. 1). В результате рассеяния их на слое в каждой области исследуемой структуры будут распространяться навстречу друг другу по два пучка со сложными волновыми фронтами. Подобрав определенным образом амплитуды и начальные фазы пучков A и B , можно получить во всех трех областях колебательный процесс, описывающийся стоячей волной. Узловые поверхности этой волны определяют формы зеркал, которые будут поддерживать резонансное колебание. Для рассматриваемой задачи волновые пучки A и B будут подобраны так, чтобы узловая поверхность в точке $z=0$ была плоской. Так как решение задачи находится для основного типа колебания, то естественно предполагается, что один из пучков (пучок A) описывается TEM_{00} -волной. Таким образом, для нахождения резонансного колебания в исследуемой структуре необходимо по заданному TEM_{00} -волновому пучку A определить пучок B , который в сумме с первым образует колебание, описывающееся стоячей волной во всех трех областях с плоской узловой поверхностью в начале системы координат.

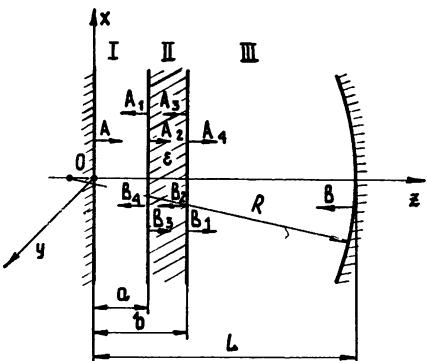


Рис. 1.

2. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПОЛЕЙ В РЕЗОНАТОРЕ

Пусть волновой пучок A задан векторами E , H и имеет плоский волновой фронт в плоскости $x0y$ (рис. 1). Тогда, для ОР с плоской узловой поверхностью в точке $z=0$ необходимо, чтобы распределение поля в области $z \leq a$ имело вид

$$\operatorname{Im} E, \quad \operatorname{Re} H. \quad (1)$$

Это означает, что суммарное поле волновых пучков A_1 и B_4 (рис. 1) должно описываться векторами $-E^*$, H^* . Для определения каждого из этих пучков в отдельности, а в последующем и для отыскания всех остальных воспользуемся представлением волны со сложным фронтом в виде углового спектра плоских волн [10]. Такое представление позволяет задачу о распространении произвольного пучка свести к задаче о распространении плоской волны. По найденному для этой задачи решению путем обратного преобразования Фурье определяется решение для исходного волнового пучка [11, 12].

Представим волновые пучки, заданные векторами E , H и $-E^*$, H^* в виде непрерывного углового спектра плоских волн:

$$\left\{ \begin{array}{l} E^\pm(x, y, z) \\ H^\pm(x, y, z) \end{array} \right\} = \iint_{-\infty}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} e^{\pm(\xi, \eta)} \\ h^\pm(\xi, \eta) \end{array} \right\} \exp[-ik(\alpha x + \beta y \pm \gamma z)] d\xi d\eta, \quad (2)$$

где $E^+ = E$, $H^+ = H$ и $E^- = -E^*$, $H^- = H^*$, α , β , $\pm\gamma$ — направляющие косинусы нормали к фронту соответствующей парциальной плоской волны ($\alpha = \lambda\xi$, $\beta = \lambda\eta$, $\gamma = \sqrt{1 - \lambda^2(\xi^2 + \eta^2)}$), а $e^\pm(\xi, \eta)$, $h^\pm(\xi, \eta)$ — функции, описывающие их амплитуду.

Учитывая, что волновые пучки E , H и $-E^*$, H^* удовлетворяют уравнениям Максвелла и образуют стоячую волну вдоль оси Oz с плоской узловой поверхностью в начале системы координат, можно показать, что соответствующие им парциальные плоские волны имеют следующие компоненты:

$$e^\pm(\xi, \eta) = \{\pm e_x, \pm e_y, e_z\}, \quad h^\pm(\xi, \eta) = \{h_x, h_y, \pm h_z\}. \quad (3)$$

Их значение может быть определено, если задано распределение поля пучков в плоскости $x0y$:

$$\begin{Bmatrix} e^\pm(\xi, \eta) \\ h^\pm(\xi, \eta) \end{Bmatrix} = \iint_{-\infty}^{\infty} \begin{Bmatrix} E^\pm(x, y, 0) \\ H^\pm(x, y, 0) \end{Bmatrix} \exp[2\pi i(\xi x + \eta y)] dx dy. \quad (4)$$

Для парциальных плоских волн в интегральных представлениях полей E , H и $-E^*$, H^* введем следующие обозначения:

$$\begin{Bmatrix} e \\ h \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} e^+(\xi, \eta) \\ h^+(\xi, \eta) \end{Bmatrix} \exp[-ik(\alpha x + \beta y + \gamma z)]; \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} -e^* \\ h^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} e^-(\xi, \eta) \\ h^-(\xi, \eta) \end{Bmatrix} \exp[-ik(\alpha x + \beta y - \gamma z)]. \quad (6)$$

Так как волна $-e^*$, h^* представляет собой фурье-образ суммы волновых пучков A_1 и B_4 , то ее следует рассматривать как волну, образованную суперпозицией плоской волны, отраженной от границы слоя в точке $z=a$, и волны, прошедшей через него из области $z > b$. Эта последняя может быть определена через падающую волну в области $z < a$ из граничных условий с учетом, что распределение поля в этой области вдоль оси Oz для суперпозиции волн (5) и (6) имеет вид

$$\operatorname{Im} e_x, \operatorname{Im} e_y, \operatorname{Re} e_z; \quad \operatorname{Re} h_x, \operatorname{Re} h_y, \operatorname{Im} h_z. \quad (7)$$

Известно [13, 14], что при изучении вопроса о распространении произвольно падающей плоской волны через слоистую среду удобно эту волну представлять в виде суммы двух более простых волн, являющихся собственными волнами для этой среды и характеризующихся тем, что при прохождении через нее их поляризация не изменяется (например, перпендикулярно и параллельно поляризационные волны для изотропного слоя или обыкновенные и необыкновенные волны для анизотропных и гиротропных сред, а также E - и H -поляризованные волны для периодических дифракционных структур). Такое представление парциальной плоской волны в конечном итоге приводит к тому, что и волновые пучки можно рассматривать в виде суммы двух более простых пучков. Называть их будем так же, как и собственные плоские волны, например: перпендикулярно поляризованный волновой пучок, необыкновенный волновой пучок и т. д. Следовательно, в ОР с соответствующими неоднородностями следует ожидать наличие колебаний только в виде собственных волн последних.

Классификация и обозначение низшего типа колебаний в ОР с неоднородностью в виде плоского слоя из разных материалов приведена в табл. 1.

Воспользовавшись представлением произвольно падающей плоской волны на изотропный слой в виде суммы перпендикулярно (\mathbf{e}_{\perp} , \mathbf{h}_{\perp}) и параллельно (\mathbf{e}_{\parallel} , \mathbf{h}_{\parallel}) поляризованных волн, а также учитывая граничные условия и распределение поля в первой области (7), можно определить комплексную амплитуду собственных парциальных волн пучка B :

$$-(\dot{\mathbf{e}}_{B\perp})^* = -\frac{(\dot{\mathbf{e}}_{A\perp})^* + \dot{\mathbf{e}}_{A\perp} \dot{\mathbf{a}}_{\perp}}{\dot{d}_{\perp}}, \quad (\dot{\mathbf{h}}_{B\perp})^* = \frac{(\dot{\mathbf{h}}_{A\perp})^* - \dot{\mathbf{h}}_{A\perp} \dot{\mathbf{a}}_{\parallel}}{\dot{d}_{\parallel}}, \quad (8)$$

где через $\dot{\mathbf{a}}_{\perp}$, \dot{d}_{\perp} и $\dot{\mathbf{a}}_{\parallel}$, \dot{d}_{\parallel} обозначены комплексные коэффициенты отражения и прохождения соответствующих волн [13], а индексы A и B указывают на их принадлежность к соответствующим пучкам. Значения комплексных амплитуд для собственных волн пучка A берутся на границе $z=a$, а для волн пучка B — на границе $z=b$.

Таблица 1

Материал слоя	Название собственного колебания	Обозначение
Изотропное вещество	Основной мод	TEM_{00}
Анизотропное или гиротропное вещество	Основной мод на обыкновенном пучке	TEM_{00}^0
	Основной мод на необыкновенном пучке	TEM_{00}^e
Периодические дифракционные структуры	Основной мод на E -поляризованном пучке	TEM_{00}^E
	Основной мод на H -поляризованном пучке	TEM_{00}^H

Из явного вида коэффициентов отражения и прохождения для собственных волн данной структуры следует, что они удовлетворяют следующим соотношениям:

$$|\dot{\mathbf{a}}|^2 + |\dot{\mathbf{d}}|^2 = 1, \quad \dot{\mathbf{a}}(\dot{\mathbf{d}})^* + (\dot{\mathbf{a}})^*\dot{\mathbf{d}} = 0. \quad (9)$$

Учитывая связь между коэффициентами (9), из граничных условий можно определить значения комплексных амплитуд $\dot{\mathbf{e}}_{B\perp}$ и $\dot{\mathbf{h}}_{B\perp}$ для волн, распространяющихся в третьей области в направлении оси $0z > 0$:

$$\dot{\mathbf{e}}_{B\perp} = \frac{\dot{\mathbf{e}}_{A\perp} + (\dot{\mathbf{e}}_{A\perp} \dot{\mathbf{a}}_{\perp})^*}{(\dot{d}_{\perp})^*}, \quad \dot{\mathbf{h}}_{B\perp} = \frac{\dot{\mathbf{h}}_{A\perp} - (\dot{\mathbf{h}}_{A\perp} \dot{\mathbf{a}}_{\parallel})^*}{(\dot{d}_{\parallel})^*}. \quad (10)$$

Из выражений (8) и (10) следует, что в третьей области вдоль оси $0z$ существует стоячая волна, распределение поля которой описывается выражением (7). Так как в первой и третьей областях исследуемой структуры вдоль оси $0z$ поле описывается стоячей волной, то естественно, что и во второй области оно будет иметь такой же характер. Можно показать, что для парциальных волн, распространяющихся в диэлектрике в направлениях оси $0z \geq 0$, комплексные амплитуды на границе $z=a$ будут определяться следующим образом:

$$\dot{\mathbf{e}}_{g\perp} = \frac{\dot{\mathbf{e}}_{A\perp} - (\dot{\mathbf{e}}_{A\perp})^* \rho_{\perp}}{1 + \rho_{\perp}}, \quad \dot{\mathbf{h}}_{g\perp} = \frac{\dot{\mathbf{h}}_{A\perp} + (\dot{\mathbf{h}}_{A\perp})^* \rho_{\parallel}}{1 + \rho_{\parallel}}; \quad (11)$$

$$-(\dot{\mathbf{e}}_{g\perp})^* = -\frac{(\dot{\mathbf{e}}_{A\perp})^* - \dot{\mathbf{e}}_{A\perp} \rho_{\perp}}{1 + \rho_{\perp}}, \quad (\dot{\mathbf{h}}_{g\perp})^* = \frac{(\dot{\mathbf{h}}_{A\perp})^* + \dot{\mathbf{h}}_{A\perp} \rho_{\parallel}}{1 + \rho_{\parallel}}. \quad (12)$$

Здесь ρ_{\perp} и ρ_{\parallel} — коэффициенты отражения перпендикулярно и параллельно поляризованных волн от границы раздела двух сред диэлектрик—свободное пространство [13].

С целью получения удобной формы записи для выражений парциальных плоских волн во всех трех областях введем обозначения

$$\begin{aligned}\dot{e}_{1\perp} &= e_{A\perp}, \quad \dot{e}_{2\perp} = \dot{e}_{g\perp}, \quad \dot{e}_{3\perp} = \dot{e}_{B\perp}, \\ \dot{h}_{1\perp} &= h_{A\perp}, \quad \dot{h}_{2\perp} = \dot{h}_{g\perp}, \quad \dot{h}_{3\perp} = \dot{h}_{B\perp},\end{aligned}\quad (13)$$

где $e_{A\perp}$ и $h_{A\perp}$ — комплексные амплитуды собственных парциальных волн пучка A в точке $z=0$.

С учетом обозначений (13) парциальные волны, распространяющиеся в направлении оси $0z > 0$, для каждой области исследуемой структуры могут быть представлены в виде

$$\begin{Bmatrix} e_j \\ h_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{e}_{j\perp} + \dot{e}_{j\parallel} \\ \dot{h}_{j\parallel} + \dot{h}_{j\perp} \end{Bmatrix} \exp \{-ik_j[\alpha_j x + \beta_j y + \gamma_j(z - l_j)]\}, \quad (14)$$

где $j=1, 2, 3$, что соответствует первой, второй и третьей областям, $\alpha_j, \beta_j, \gamma_j$ — направляющие косинусы нормали к фронту этих волн в каждой области, $k_j = (2\pi/\lambda)\sqrt{\epsilon_j}$, $\epsilon_1 = \epsilon_3 = 1$, $\epsilon_2 = \epsilon$, $l_1 = 0$, $l_2 = a$, $l_3 = b$.

Подставив выражение (14) в (2), определим вид волновых пучков E_j, H_j , распространяющихся в направлении оси $0z > 0$, во всех трех областях. Тогда распределение резонансного поля для исследуемой структуры может быть записано в виде

$$\text{Im } E_j, \quad \text{Re } H_j. \quad (15)$$

Расположив в третьей области в узле поля зеркало, имеющее форму фазовой поверхности в этой точке, будем иметь резонатор, поддерживающий резонансное колебание (15).

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОЛЕЙ В РЕЗОНАТОРЕ

Далее для общности будем предполагать, что резонансное колебание в ОР описывается эллиптическим гауссовым пучком. Определим теперь перпендикулярно и параллельно поляризованные плоские волны $e_{A\perp}$ и $h_{A\perp}$ для такого гауссова пучка. Для этого необходимо знать распределение электромагнитного поля E, H в плоскости $x0y$. Оно может быть определено через электрический Π_e и магнитный Π_m потенциалы Герца. Электрический потенциал Герца для основного эллиптического пучка имеет вид [9]

$$\begin{aligned}U_e = \sqrt{\frac{w_{01}w_{02}}{w_1w_2}} \exp \left(-\frac{x^2}{w_1^2} - \frac{y^2}{w_2^2} \right) \exp \left\{ -i \left[k_0 z + \frac{k_0 x^2}{2R_1} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{k_0 y^2}{2R_2} - \frac{1}{2} \left(\operatorname{arctg} \frac{\lambda z}{\pi w_{01}^2} + \operatorname{arctg} \frac{\lambda z}{\pi w_{02}^2} \right) \right] \right\},\end{aligned}\quad (16)$$

где $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, $w_1 = w_1(z)$ и $w_2 = w_2(z)$ — размеры пятна поля пучка при любом $z > 0$ в направлении осей $0x$ и $0y$ соответственно, $w_{01} = w_1(0)$ и $w_{02} = w_2(0)$, начало отсчета оси $0z$ помещено в плоскости, где фазовый фронт плоский, $R_1 = R_1(z)$ и $R_2 = R_2(z)$ — радиусы кривизны поверхности фазового фронта параксиального пучка в окрестности оси распространения в точке z и в направлении осей $0x$ и $0y$ соответственно,

$$w_i^2(z) = w_{0i}^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_{0i}^2} \right)^2 \right], \quad R_i(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi w_{0i}^2}{\lambda z} \right)^2 \right], \quad i = 1, 2.$$

Учитывая, что гауссовые пучки являются квази-TEM-волнами, с достаточной степенью точности можно считать, что электрический и магнитный потенциалы Герца для них связаны следующим образом:

$$U_m = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} U_e.$$

Считая основными компонентами поля волнового пучка E_y и H_x , потенциалы Π_e и Π_m следует задать так: $\Pi_e = jU_e$ и $\Pi_m = -iU_m$, где j, i — орты системы координат. При временной зависимости для потенциалов Герца в виде $e^{-i\omega t}$ компоненты электромагнитного поля могут быть определены с помощью следующих соотношений:

$$\begin{aligned} E &= \epsilon^{-1} (\text{grad div } \Pi_e + k^2 \Pi_e) - i\omega \text{rot } \Pi_m, \\ H &= \mu^{-1} (\text{grad div } \Pi_m + k^2 \Pi_m) + i\omega \text{rot } \Pi_e. \end{aligned} \quad (17)$$

Подставляя значения потенциалов Герца для основного эллиптического гауссова пучка U_e, U_m в выражения (17), а затем в выражение (4) и учитывая, что собственные волны для данной структуры могут быть заданы одной из поперечных компонент, определим для перпендикулярно поляризованной волны компоненту e_y , а для параллельно поляризованной волны — h_x :

$$e_y = V \frac{\alpha^2(1+\gamma)}{1-\gamma^2}, \quad h_x = -\frac{V}{W_0} \frac{\beta^2(1+\gamma)}{1-\gamma^2}, \quad (18)$$

где

$$V = (k_0^2/\epsilon_0) \pi w_{01} w_{02} \exp \{-\pi^2 [(w_{01}\xi)^2 + (w_{02}\eta)^2]\},$$

$$W_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}, \quad \alpha = \lambda_0 \xi, \quad \beta = \lambda_0 \eta, \quad \gamma = \sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2}.$$

Зная эти компоненты и используя уравнения Максвелла, а также учитывая, что резонансный волновой пучок является в виде параксиального пучка, определим его компоненты во всех трех областях. Опуская громоздкие выкладки, запишем составляющие электрического поля:

$$\begin{aligned} E_{xj} &= -\frac{4F_j f_{1j} xy}{k_0^2 \sqrt{w_{01} w_{02} w_{1j}^3 w_{2j}^3}} \exp \left[-\left(\frac{x^2}{w_{1j}^2} + \frac{y^2}{w_{2j}^2} \right) \right] \sin(\Phi_j + \beta_j), \\ E_{yj} &= -F_j \sqrt{\frac{w_{01} w_{02}}{w_{3j} w_{4j}}} \exp \left[-\left(\frac{x^2}{w_{3j}^2} + \frac{y^2}{w_{4j}^2} \right) \right] \left\{ \sin \Psi_j + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2f_{2j}}{k_0^2 w_{01}^2} \left[\frac{w_{01}}{w_{3j}} \sin(\Psi_j - \varphi_{3j}) - \frac{2x^2}{w_{3j}^2} \sin(\Psi_j - 2\varphi_{3j}) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2f_{3j}}{k_0^2 w_{02}^2} \left[\frac{w_{02}}{w_{4j}} \sin(\Psi_j - \varphi_{4j}) - \frac{2y^2}{w_{4j}^2} \sin(\Psi_j - 2\varphi_{4j}) \right] \right\}, \\ E_{zj} &= \frac{2F_j y}{k_0 \sqrt{\epsilon_j}} \sqrt{\frac{w_{01}}{w_{1j} w_{02} w_{2j}^3}} \exp \left[-\left(\frac{x^2}{w_{1j}^2} + \frac{y^2}{w_{2j}^2} \right) \right] \cos(\Phi_j + \varphi_{1j}). \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь

$$\Phi_j = k_j(z - l_j) + \frac{k_j x^2}{2R_{1j}(z)} + \frac{k_j y^2}{2R_{2j}(z)} - \frac{3}{2} \left[\varphi_{1j}(z) + \varphi_{2j}(z) \right] + \alpha_j,$$

$$\Psi_j = k_j(z - l_j) + \frac{k_j x^2}{2R_{3j}(z)} + \frac{k_j y^2}{2R_{4j}(z)} - \frac{1}{2} [\varphi_{3j}(z) + \varphi_{4j}(z)] + \alpha_j,$$

$$w_{ij}^2(z) = w_{0i}^2 \left\{ 1 + \left[\frac{\lambda_j(z - l_j)}{\pi w_{0i}^2} \right]^2 \right\},$$

$$R_{ij}(z) = (z - l_j) \left\{ 1 + \left[\frac{\pi w_{0i}^2}{\lambda_j(z - l_j)} \right]^2 \right\},$$

$$\varphi_{ij}(z) = \operatorname{arctg} \frac{\lambda_j(z - l_j)}{\pi w_{0i}^2}, \quad i = 1, 2, \quad j = 1, 2, 3, \quad \lambda_j = \frac{\lambda_0}{V \epsilon_j},$$

$$w_{3j}^2(z) = w_{01}^2 \left\{ 1 + \left[\frac{\lambda_j(z - l_j - f_{4j}\lambda_j \epsilon_j / \pi)}{\pi w_{01}^2} \right]^2 \right\},$$

$$\varphi_{3j}(z) = \operatorname{arctg} \{ [\lambda_j(z - l_j - f_{4j}\lambda_j \epsilon_j / \pi)] (\pi w_{01}^2)^{-1} \},$$

$$R_{3j}(z) = \left(z - l_j - f_{4j} \frac{\lambda_j \epsilon_j}{\pi} \right) \left\{ 1 + \left[\frac{\pi w_{01}^2}{\lambda_j(z - l_j - f_{4j}\lambda_j \epsilon_j / \pi)} \right]^2 \right\},$$

$$w_{4j}^2(z) = w_{02}^2 \left\{ 1 + \left[\frac{\lambda_j(z - l_j - f_{5j}\lambda_j \epsilon_j / \pi)}{\pi w_{02}^2} \right]^2 \right\},$$

$$\varphi_{4j}(z) = \operatorname{arctg} \{ [\lambda_j(z - l_j - f_{5j}\lambda_j \epsilon_j / \pi)] (\pi w_{02}^2)^{-1} \},$$

$$R_{4j}(z) = \left(z - l_j - f_{5j} \frac{\lambda_j \epsilon_j}{\pi} \right) \left\{ 1 + \left[\frac{\pi w_{02}^2}{\lambda_j(z - l_j - f_{5j}\lambda_j \epsilon_j / \pi)} \right]^2 \right\},$$

$F_j, f_{1j} \div f_{5j}$, α_j и β_j — функции параметров резонатора $a, h = b - a$ и ϵ . Их значения определяются в результате разложения в ряд по степеням ξ и η до величин второго порядка малости выражений для плоских волн (14):

$$F_j e^{-ia_j} = A_j/2V, \quad 2VF_j f_{1j} \exp[-i(\alpha_j + \beta_j)] = B_j,$$

$$f_{2j} = \frac{\operatorname{Re} C_j}{A_j}, \quad f_{3j} = \frac{\operatorname{Re} D_j}{A_j}, \quad f_{4j} = -\frac{\operatorname{Im} C_j}{A_j}, \quad f_{5j} = -\frac{\operatorname{Im} D_j}{A_j},$$

$$A_j = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \tilde{E}_{yj}}{\partial s^2} \Big|_{s=t=0}, \quad B_j = \frac{1}{6} \frac{\partial^4 \tilde{E}_{xj}}{\partial s^3 \partial t} \Big|_{s=t=0},$$

$$C_j = \frac{1}{24} \frac{\partial^4 \tilde{E}_{yj}}{\partial s^4} \Big|_{s=t=0}, \quad D_j = \frac{1}{24} \frac{\partial^4 \tilde{E}_{yj}}{\partial t^4} \Big|_{s=t=0},$$

$$\tilde{E}_j = (s^2 + t^2)(\dot{e}_{j\perp} + \dot{e}_{j\parallel}), \quad s = \lambda_0 \xi, \quad t = \lambda_0 \eta.$$

Дисперсионное уравнение для ОР с диэлектрическим слоем может быть получено из уравнения узловой поверхности электрического поля (19) при $x=y=0$. Для ОР, образованного плоским и сферическим зеркалами (радиус кривизны зеркала R), оно имеет вид

$$\begin{aligned} \sin \Psi_3(L) + f_{23} [k_0 \sqrt{R(L - b - 2f_{43}/k_0)}]^{-1} \sin [\Psi_3(L) - \\ - \varphi_{33}(L)] + f_{33} [k_0 \sqrt{R(L - b - 2f_{53}/k_0)}]^{-1} \times \\ \times \sin [\Psi_3(L) - \varphi_{43}(L)] = 0, \end{aligned} \quad (20)$$

где

$$\Psi_3(L) = k_0(L - b) - (1/2)[\varphi_{33}(L) + \varphi_{43}(L)] + \alpha_3,$$

$$\varphi_{33}(L) = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{L - b - 2f_{43}/k_0}{R - L + b + 2f_{43}/k_0}},$$

$$\varphi_{43}(L) = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{L - b - 2f_{53}/k_0}{R - L + b + 2f_{53}/k_0}}.$$

4. АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Анализ выражений для составляющих электрического поля (19) в ОР с изотропным диэлектрическим слоем показывает, что оно не является линейно поляризованным, а имеет гораздо более сложный характер. Наличие двух поперечных компонент в резонансном волновом пучке с различными амплитудами и фазами свидетельствует о том, что

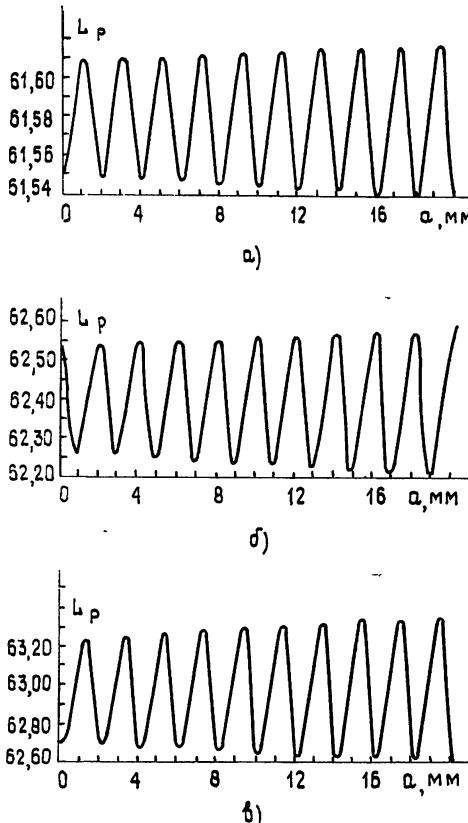


Рис. 2 Зависимость длины ОР от a для образцов толщиной:
а) $h=1,0$ мм, б) $h=0,1$ мм, в) $h=10,0$ мм.

Поляризация пучка в поперечном сечении является эллиптической. Из полученных формул заменой $\omega_0 = \omega_1 = \omega_2 = \omega_0$ и $\varepsilon = 1$ несложно получить дисперсионное уравнение и выражения для структуры электромагнитного поля в пустом ОР. Поляризация пучка в поперечном сечении та-

кого резонатора также будет эллиптической. Полученные результаты хорошо согласуются с данными работы [15], в которой экспериментально наблюдалась такая поляризация в пустом ОР.

Из выражений (19) следует, что колебание с таким распределением поля будет существовать в астигматическом резонаторе ($R_1=R_{33}(z)$ и $R_2=R_{43}(z)$ — радиусы кривизны астигматического зеркала в направлениях $0x$ и $0y$ соответственно). Анализ выражений для радиусов кривизны фазовой поверхности $R_{33}(z)$ и $R_{43}(z)$ показывает, что в некоторой точке z они могут совпадать. Это оказывается возможным только благодаря различию величин $f_{43}(\epsilon, a, h)$ и $f_{33}(\epsilon, a, h)$. При этом в попечном сечении пучок по-прежнему имеет эллиптическую форму. Отсюда можно сделать вывод о том, что в ОР, образованном плоским и сферическим зеркалами, с изотропным диэлектрическим слоем собственное колебание является не круговым гауссовым пучком, а эллиптическим. На наш взгляд, этот вывод является нетривиальным и представляет собой новый результат в теории ОР.

Исследование спектральных характеристик такого резонатора проведено на основе дисперсионного уравнения (20). Численно на ЭВМ было изучено влияние перемещения вдоль ОР диэлектрического слоя различной толщины на изменение резонансной длины резонатора для одного и того же типа колебаний, заданного аксиальным числом q . Изучено также влияние такого перемещения на максимально достижимое значение аксиального числа — $q_{\max}(a)$, соответствующего предельному типу колебания ОР для конкретного расположения пластины. Результаты проведенных расчетов приведены в виде графиков $L_p=f(a)$ для различных толщин диэлектрической пластины на рис. 2, 3. Все вычисления проводились при радиусе кривизны сферического зеркала $R=110$ мм, длине волны $\lambda=4,0$ мм и диэлектрической проницаемости $\epsilon=3,85$. На рис. 4 приведены диаграммы, на которых показана зависимость $\Delta q=q_{\max}(a) - q_{\max}(0)$.

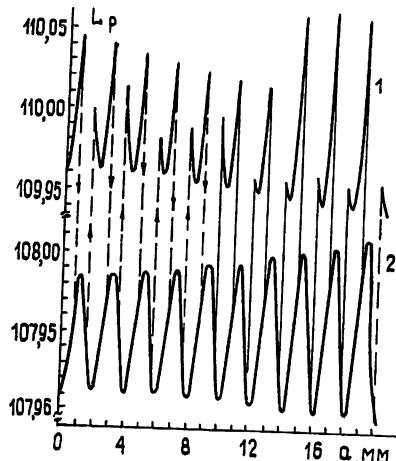


Рис. 3 Зависимость резонансной длины ОР от a для образца толщиной $h=1,0$ мм:
1 — $q=q_{\max}$, 2 — $q=q_{\max}-1$.

же влияние такого перемещения на максимально достижимое значение аксиального числа — $q_{\max}(a)$, соответствующего предельному типу колебания ОР для конкретного расположения пластины. Результаты проведенных расчетов приведены в виде графиков $L_p=f(a)$ для различных толщин диэлектрической пластины на рис. 2, 3. Все вычисления проводились при радиусе кривизны сферического зеркала $R=110$ мм, длине волны $\lambda=4,0$ мм и диэлектрической проницаемости $\epsilon=3,85$. На рис. 4 приведены диаграммы, на которых показана зависимость $\Delta q=q_{\max}(a) - q_{\max}(0)$.

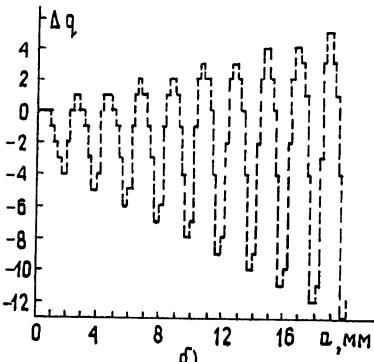
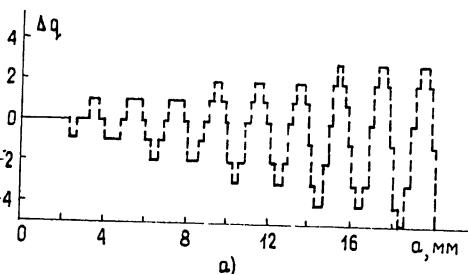


Рис. 4. Зависимость Δq от a для образцов толщиной а) $h=0,1$ мм, б) $h=10,0$ мм.

Анализ результатов, представленных на рис. 2, 3, показывает, что максимальное значение длины ОР для одного и того же типа колебаний возрастает с увеличением расстояния между плоским зеркалом и диэлектрической пластиной. Такое поведение может быть объяснено только изменением кривизны волнового фронта в зависимости от места расположения пластины в ОР. Для объемных резонаторов или резонаторов с плоскими зеркалами, для которых выражения типа (19) и (20) легко определяются из полученных в данной работе формул при $\omega \rightarrow \infty$, такой зависимости нет, так как у них волновой фронт плоский и не зависит от расстояния a . Из рис. 2, 4 следует также, что тонкие образцы ($h=0,1$ мм) существенно изменяют кривизну волнового фронта резонансного пучка.

Поведение кривых, представленных на рис. 2—4, может быть объяснено, если учесть, что для существования резонансного колебания в ОР с диэлектрическим слоем необходимо, чтобы изменение резонансной длины ОР за счет дополнительного фазового набега на диэлектрическом слое находилось в строгом соответствии с волновым фронтом резонансного пучка, сфокусированного пластины.

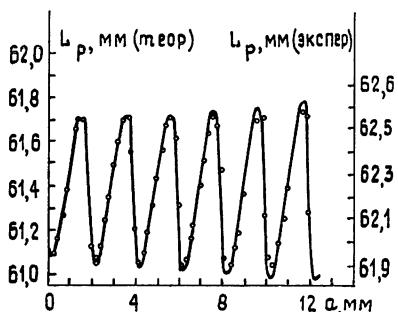


Рис. 5.

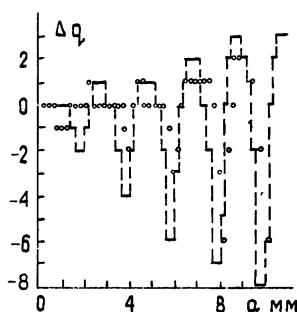


Рис. 6.

На рис. 5 и 6 представлены теоретические и экспериментальные результаты. Схема экспериментальной установки подробно описана в работе [16]. Радиус кривизны зеркала в эксперименте выбирался равным $R=110$ мм, а длина волны $\lambda \sim 4$ мм. Оба отражателя имели круглую апертуру диаметром $d=60$ мм. Исследуемый образец был из изотропного кварца толщиной $h=1,803$ мм. Диэлектрическая проницаемость ϵ кварца определялась с помощью выражения (20) для толщины образца $h=2,06$ мм. Вычисленная величина имела значение $\epsilon = -3,74 \pm 0,01$. Для этого значения диэлектрической проницаемости и проводился расчет теоретических кривых, показанных на рис. 5, 6. Хорошее совпадение экспериментальных (точки) и теоретических результатов (сплошная кривая) (рис. 5) говорит о том, что с помощью предложенного метода могут быть достаточно хорошо изучены свойства веществ, спектральные и поляризационные характеристики ОР с различными неоднородностями. Различие в количественных значениях теоретических и экспериментальных результатов, приведенных на рис. 6, легко понять, если учесть, что в применяемых на практике ОР их предельные типы колебаний нельзя описывать функциями Эрмита—Гаусса. Для таких колебаний размеры пятна поля на сферическом зеркале оказываются сравнимы с его апертурой, и следовательно, необходимо уже учитывать дифракционные явления на краю отражателя. Однако хорошее качественное согласие еще раз свидетельствует в пользу эффективности предложенного метода.

В работе предложен метод для изучения спектральных и поляризационных свойств ОР с неоднородностями в виде плоского слоя из различных материалов. С помощью этого метода детально изучены свойства ОР с изотропным диэлектрическим слоем. Впервые показано, что в таком резонаторе волновой пучок является эллиптическим с эллиптической поляризацией в поперечном сечении, найдены все его компоненты. В работе получено дисперсионное уравнение, с помощью которого можно определить диэлектрическую проницаемость исследуемого изотропного диэлектрика и описать спектральные характеристики такого ОР.

В заключение заметим, что на основе предложенного метода изучены также ОР с плоскопараллельными неоднородностями из анизотропных и гиротропных веществ, результаты которых в настоящее время анализируются.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы.— М.: Сов. радио, 1966, 474 с.
2. Ярив А. Квантовая электроника и нелинейная оптика.— М.: Сов. радио, 1973, 455 с.
3. Микаэлян А. Л., Тер-Микаэлян М. А., Турков Ю. Г. Оптические генераторы на твердом теле.— М.: Сов. радио, 1967, 384 с.
4. Аллен Л., Джонс Д. Основы физики газовых лазеров.— М.: Наука, 1970, 207 с.
5. Кларк П.— ТИИЭР, 1965, 53, № 1, с. 43.
6. Маркузе Д. Оптические волноводы.— М.: Мир, 1974, 576 с.
7. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи с распределенными параметрами.— М.: Высшая школа, 1980, 152 с.
8. Ваганов Р. Б., Каценеленбаум Б. З. Квазиоптические передающие линии для миллиметровых волн. Сб. Антенны.— М.: Связь, 1966, вып. 1, с. 22.
9. Гончаренко А. М. Гауссовы пучки света.— Минск: Наука и техника, 1977, 144 с.
10. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику.— М.: Мир, 1970, 364 с.
11. Третьякова С. С., Третьяков О. А., Шестopalов В. П.— Радиогенника и электроника, 1972, 17, № 7, с. 1366.
12. Бельский А. И., Хапалюк А. П.— Оптика и спектроскопия, 1975, 38, вып. 1, с. 154.
13. Борн М., Вольф Э. Основы оптики.— М.: Наука, 1973, 719 с.
14. Федоров Ф. И., Филиппов В. В. Отражение и преломление света прозрачными кристаллами.— Минск: Наука и техника, 1976, с. 222.
15. Вертий А. А., Иванченко И. В., Шестopalов В. П.— ПТЭ, 1981, № 1, с. 155.
16. Вертий А. А., Деркач В. Н., Красюк В. Б., Шестopalов В. П.— Изв. вузов— Радиофизика, 1981, 24, № 1, с. 76.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
29 июня 1982 г.

POLARIZATION AND SPECTRAL CHARACTERISTICS OF OPEN RESONATORS HAVING INTERNAL INHOMOGENEITIES

V. P. Androsov, E. I. Veliev, A. A. Vertij

Spectral and polarization characteristics are investigated of dominant mode of open resonator containing inhomogeneity in the shape of flat isotropic dielectric layer with arbitrary thickness. The method of the problem solution and its numerical realization are given. It is shown that the wave beam in such a resonator is elliptical with the elliptical polarization in transverse cross-section. The disperse equation is also given which enables one to find dielectric permeability of isotropic dielectric investigated and to calculate the spectral characteristics of open resonator described.