ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVI, № 3 РАДИОФИЗИКА 1983

УДК 538 56 : 519.25

К ВОПРОСУ О ПРОИСХОЖДЕНИИ И СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ 1/f-ШУМА

Ю. Е. Кузовлев, Г. Н. Бочков

Показано, что термодинамически равновесное броуновское движение носителей заряда всегда сопровождается флуктуациями «темпа» случайного блуждания и, тем самым, флуктуациями мощности равновесного белого шума, спектр которых имеет вид $1/\omega$. Предложенная модель броуновского движения приводит к правильной оценке величины $1/f$-шума и объясняет происхождение эмпирической «константы Хоухе» (характеризующей вклад единичного носителя в $1/f$-шум в различных системах).

1. Шум со спектром $\omega^{-\gamma}$ ($\gamma\simeq1$) все еще остается загадкой, несмотря на массу экспериментальных исследований и попыток теоретического объяснения (см. обзоры [3, 4]). Выявление термодинамической равновесной природы $1/f$-шума во многих случаях [1–4] даже усложнило вопрос. Не удается понять физическое происхождение того широчайшего набора больших времен релаксации (или «времен жизни» и т. п.), который мог бы сформировать спектр вида $1/\omega$. Именно так до сих пор ставилась проблема $1/f$-шума. Но известные механизмы, например флуктуации температуры [1], числа носителей [2, 4], не приводят к спектру $1/\omega$, а какие-либо особые «медленные» механизмы $1/f$-шума не обнаружены [3, 4].

В настоящем сообщении предложен прямо противоположный подход к проблеме $1/f$-шума. Показано, что $1/f$-шум может быть связан как раз с отсутствием макроскопических времен релаксации и порождаться не особыми медленными процессами, а самим броуновским движением носителей заряда, т. е. теми же микроскопическими процессами, которые порождают белый шум.

Конкретно ниже показано, что «скорость», или «темп», броуновского движения носителя (и, соответственно, текущая мощность созданного движением носителей суммарного белого электрического шума проводника) всегда испытывает термодинамические флуктуации со спектром $1/f$-типа. Получена правильная оценка уровня $1/f$-шума и объясняется происхождение эмпирической «константы Хоухе» [3–5].

2. Математически указанное свойство реального негауссова броуновского движения описывается кумулянтом четвертого порядка равновесных флуктуаций скорости носителя $v(t)$ (и, соответственно, четвертым кумулянтом флуктуаций тока $J(t)$ — в короткозамкнутом проводнике или флуктуаций тепловой ЭДС—на разомкнутом проводнике). Физически это свойство означает, что отдельный конкретный носитель (и отдельная конкретная броуновская траектория) не имеет определенного и неизменного коэффициента диффузии. Действительно, последний по самому своему смыслу есть усредненная характеристика большого ансамбля носителей (или броуновских траекторий). Приписывание отдельному носителю коэффициента диффузии как исчерпывающей характеристики его текущего случайного «диффузионного» перемещения не более обосновано, чем, например, утверждение, что отдельный носитель имеет в данный момент определенную температуру.

Более того, в отличие от энергии, являющейся динамическим прообразом температуры, у коэффициента диффузии D такой динамический прообраз вообще отсутствует, так же как и у подвижности (иначе говоря, в статистической механике нет ни «оператора коэффициента диффузии», ни «оператора подвижности»). Дело в том, что D (как и подвижность) — кинетическая величина, и для своего определения она требует, помимо усреднения по ансамблю, также усреднения по большому (и, строго говоря, бесконечно большому) времени. Это ясно видно как из частного определения $D=\lim\limits_{t\to\infty}\frac{1}{2t}\left\langle\left(\int\limits_0^t v(t')\,dt'\right)^2\right\rangle$, так и из общих известных строгих формул Грина—Кубо. Что касается «мгновенного», текущего, коэффициента диффузии конкретной броуновской частицы (носителя), то он не может быть точно определен, он принципиально неопределен, а точнее, не существует.

Это, в свою очередь, означает, что «темп» броуновского движения не обязан быть строго постоянным, т. е. что случайное сложение «элементарных» процессов (приводящих к диффузионному перемещению), постоянное накапливание случайностей во времени (с точки зрения перемещения $r(t)=\int\limits_0^t v(t')\,dt'$) приводит к отклонениям «темпа» броуновского движения от среднего режима.

Данное естественное явление не находит отражения в квадратично-корреляционных характеристиках скорости $v(t)$ или перемещения $r(t)$, которые дают лишь информацию о среднем режиме диффузии. Это явление можно описать только высшими статистическими характеристиками — высшими кумулянтами — величин $v(t)$, $r(t)$.

Важнейшую информацию содержит четвертый кумулянт $\langle v(t_1), v(t_2), v(t_3), v(t_4)\rangle$ или $\langle r^{(4)}(t)\rangle=\langle r^4(t)\rangle-3\langle r^2(t)\rangle^2$, который и дает адекватное описание «флуктуаций темпа» диффузии. Эмпирически эти флуктуации должны восприниматься как низкочастотные флуктуации коэффициента диффузии и мощности равновесного белого шума. Поэтому удобно представить четвертый кумулянт $\langle r^{(4)}(t)\rangle$ (когда он уже найден) как результат воображаемых флуктуаций коэффициента диффузии $D(t)$ с некоторой корреляционной функцией $K_D(t)$. Разумеется, $K_D(t)$ — также характеристика ансамбля и к конкретному носителю имеет отношение не более прямое, чем D (см. выше). Результат любого эксперимента по измерению низкочастотных флуктуаций текущей мощности (спектральной плотности) широкополосного (белого) шума будет описываться $K_D(t)$, хотя фактически при этом всегда измеряется четвертый кумулянт тока (или ЭДС).

Подчеркнем, что подобный, широко известный эксперимент уже ставился Воссом и Кларком [1, 4], которые обнаружили, что флуктуации мощности равновесного белого шума имеют спектр $1/f$-типа. Позднее было осознано, что фактически Восс и Кларк измерили не что иное, как четвертый кумулянт тока (или ЭДС) (см., например, [6]).

3. Важно подчеркнуть, что «темп» броуновского движения ни в коей мере нельзя отождествить со скоростью или кинетической энергией частицы. Он характеризует статистику перемещения частицы $r(t)$ за время, которое много больше максимального из времен релаксации и корреляции, характеризующих взаимодействие частицы со средой, и в течение которого частица многократно совершит цикл обмена со средой импульсом и энергией. Уже отсюда следует, что спонтанные термодинамические флуктуации «темпа» диффузии не имеют своего характерного временного масштаба, т. е. их спектр должен обладать «фликкерным» поведением на низких частотах. При этом статистика перемещения $r(t)$ подчиняется «диффузионному» закону $r^2(t)\sim t$. Ни-

же показано, что результатом являются флуктуации «темпа» именно со спектром $1/f$-типа. Статистически строго этот вывод формулируется в терминах равновесного четвертого кумулянта:

$$\langle r^{(4)}(t)\rangle = \int \cdots \int_0^t \langle v(t_1),\ v(t_2),\ v(t_3),\ v(t_4)\rangle\, dt_1 \dots dt_4.$$

4. Рассмотрим броуновскую частицу (носитель заряда) в конечном кольцевом (электрически «закороченном») образце («бублике») проводящей среды, считая среду статистически однородной и термодинамически равновесной. Введем характеристическую функцию (ХФ) перемещения частицы $r(t) = \int_0^t v(t')\,dt'$ за время t вдоль цепи (по окружности «бублика»):

$$\Delta_t(ik) = \frac{1}{t}\ln\langle e^{ikr(t)}\rangle = -Dk^2 + \frac{k^4}{4!}\frac{\langle r^{(4)}(t)\rangle}{t} - \dots, \tag{1}$$

где D — коэффициент диффузии, время t много больше времен корреляции скорости и энергии частицы. Статистика реального броуновского движения (диффузии) всегда в какой-то мере отличается от идеально гауссовой статистики. Учитывая это обстоятельство, которое полностью игнорируется традиционной гауссовой стохастической моделью диффузии, ХФ (1) равновесного (т. е. симметричного) блуждания частицы можно записать в общем случае в форме следующего интеграла Фурье:

$$\Delta_t(ik) = \int_{-\infty}^{\infty} (\cos kr - 1)\frac{2D}{r^2}\, G(r,\ t)\, dr, \tag{2}$$

где $G(r,\ t) = G(-r,\ t)$, и, как видно из сравнения (1) с (2),

$$\int_{-\infty}^{\infty} G(r,\ t)\, dr = 1; \tag{3}$$

$$\langle r^{(4)}(t)\rangle = 2Dt\int_{-\infty}^{\infty} r^2 G(r,\ t)\, dr. \tag{4}$$

Поскольку мы не налагаем априори никаких ограничений на функцию $G(r,\ t)$ (она может быть и обобщенной), представление (2) всегда возможно. В частности, в гауссовой модели $G(r,\ t) = \delta(r)$.

Отметим, что геометрический размер рассматриваемого образца не имеет принципиального значения для дальнейшего анализа (если, конечно, размеры больше средней длины свободного пробега). Статистика равновесных флуктуаций скорости $v(t)$, а тем самым, и интеграла $r(t) = \int_0^t v(t')\,dt'$ не зависит от того, в бо́льшем или меньшем образце блуждает частица (ничего не изменится по существу, если убрать «дырку от бублика» и рассматривать просто одну из компонент вектора скорости в сплошном конечном куске среды; при этом $r(t)$ — проекция на выбранное направление полного пути, проделанного частицей за время t). Однако весьма удобно (и достаточно) вместо многовременных корреляторов скорости $v(t)$ рассматривать моменты и кумулянты одной случайной величины $r(t)$.

Будем считать, что в рассматриваемой системе отсутствуют (влияющие на диффузию) медленные процессы с макроскопически большими временами корреляции. Это означает, что броуновское движение в макроскопической шкале времени (т. е. статистика пути $r(t)$ за большое время t) обладает некоторой масштабной инвариантностью. Характер этой инвариантности ($r^2 \sim t$) вполне определяется размерностью единственного макропараметра броуновского движения—D, т. е. характерным диффузионным законом $\langle r^2(t) \rangle = 2Dt$. Следовательно, статистическая картина диффузии будет выглядеть по-прежнему, если согласованно изменить масштаб длины в λ раз и масштаб времени в λ^2 раз. Требование подобной инвариантности при любых λ записывается, как легко убедиться, в форме

$$\begin{aligned} \lambda^2 \Delta_{\lambda^2 t}(ik/\lambda) &= \Delta_t(ik), \\ \lambda G(\lambda r, \lambda^2 t) &= G(r, t). \end{aligned} \tag{5}$$

Однако идеальная инвариантность (при любых λ), т. е. инвариантность на всех масштабах, невозможна, она должна нарушаться на характерных микромасштабах r_0 и τ_0 (где, например, r_0 — средняя длина свободного пробега или средний шаг при прыжковой проводимости). Действительно, на малых масштабах $\sim r_0$, τ_0 броуновского движения как такового просто нет. Следовательно, соотношения (5) должны выполняться только асимптотически (при $|r| \gg r_0$, $|kr_0| \ll 1$, $t \gg \tau_0$ и $\lambda |r| \gg r_0$ и т. д.).

Решение функционального уравнения (5), непрерывное по r, имеет следующую форму:

$$G(r, t) = \frac{A}{|r|} F\left(\frac{r^2}{4D't}\right), \tag{6}$$

где D' — константа с размерностью коэффициента диффузии, $F(z)$ — формально пока произвольная функция. В действительности (6) представляет собой асимптотический вид ядра $G(r, t)$ при $|r| \gg r_0$. Заметим, что при $t/\tau_0 \to \infty$ как ХФ (1), (2), так и ядро $G(r, t)$ должны, во-первых, терять зависимость от t и, во-вторых, стремиться к «идеально инвариантному» виду. Второе утверждение очевидно, первое же означает, что при $t/\tau_0 \to \infty$ $r(t)$ ведет себя асимптотически как случайный процесс с независимыми приращениями. Это требование совершенно необходимо с физической точки зрения, так как оно эквивалентно условию затухания корреляций скорости $v(t)$. Это требование удовлетворяется, только если $F(0) \neq 0$. Тогда благодаря явному выделению параметров A, D' в (6) можно положить

$$F(0) = 1, \qquad \int_0^\infty F(z)\, dz = 1 \tag{7}$$

(более того, поскольку все моменты $\langle r^{2n}(t) \rangle$ конечны, то $\int_0^\infty z^n F(z) dz < \infty$ при $n = 1, 2, 3 \ldots$).

При $r \to 0$ масштабно-инвариантный вид (6) ядра $G(r, t)$ должен нарушаться, поскольку на малых масштабах ($\lesssim r_0$) движение частицы носит недиффузионный, динамический характер. На это же указывает расходимость интегралов в (2), (3) при подстановке туда выражения (6). Чтобы учесть это обстоятельство, необходимо обрезать область интегрирования снизу при $|r| = r_0$, т. е. умножить (6) на $\eta(|r| - r_0)$, где $\eta(z)$ — единичная функция. Разумеется, возможны и другие способы обрезания (например умножение на $|r|(r_0 + |r|)^{-1}$, или т. п.), но выбор того или иного способа не повлияет существенно на конечный результат.

Далее, отметим, что условие (3) (условие нормировки) непременно должно соблюдаться, так как оно утверждает, что независимо от времени наблюдения t выполняется диффузионный закон $\langle r^2(t)\rangle=2Dt$. Вследствие этого при обрезании области интегрирования константа A в (6) становится функцией от t. Из (3), (6) находим, что независимо от явного вида $F(z)$ при больших t

$$A = A(t) = \left[2\int_{r_0}^{\infty} F\left(\frac{r^2}{4D't}\right)\frac{dr}{r}\right]^{-1} \simeq \left(\ln\frac{t}{\tau_0}\right)^{-1}. \tag{8}$$

Здесь введен микромасштаб времени $\tau_0= r_0^2/D'$. Окончательно получаем, что ядро $G(r, t)$ имеет следующую характерную структуру:

$$G(r, t) = \frac{A(t)}{|r|} F\left(\frac{r^2}{4D't}\right)\eta(|r| - r_0). \tag{9}$$

Соответствующая ХФ (1), (2) случайного блуждания при $t\gg\tau_0$, $k^2 r_0^2 \ll 1$, приближенно определенная, имеет следующий универсальный вид:

$$\Delta_t(ik) \simeq \frac{Dk^2}{\ln(t/\tau_0)} \ln\left[r_0^2k^2 + \frac{\tau_0}{t}\right].$$

Она весьма слабо отличается от ХФ $\Delta_t(ik)=-Dk^2$, получающейся в гауссовой модели. Поэтому и вероятностное распределение пути очень слабо отличается от идеально гауссова «колокола» $(4\pi Dt)^{-1/2}\times$ $\times\exp(-r^2/4Dt)$.

Нас, однако, интересует больше всего четвертый кумулянт перемещения. Из (1), (2), (4) и (9) находим с учетом (7), что

$$\langle r^{(4)}(t)\rangle = 8DD't^2A(t) \simeq 8DD't^2\left(\ln\frac{t}{\tau_0}\right)^{-1} \tag{10}$$

при $t\gg\tau_0$. Этот четвертый кумулянт содержит важнейшую информацию о величине и спектре равновесного $1/f$-шума.

5. Практически четвертый кумулянт скорости $v(t)$ или перемещения можно измерить, измеряя четвертый кумулянт «белошумового» тока (или ЭДС), обусловленного броуновским движением N идентичных заряженных частиц в равновесной электрической цепи. Поскольку эксперимент такого рода уже был реализован [1], а в [6] был проведен его статистический анализ в терминах четвертых кумулянтов тока, мы не будем рассматривать конкретную схему измерения. Ввиду огромной разницы (на много порядков) между обратным временем корреляции белого шума и частотами, на которых исследуются фликкерные флуктуации, при любой схеме фактически будет измеряться флуктуирующая (текущая, усредненная по конечному времени) мощность, т. е. спектральная плотность белого шума. Поэтому вполне достаточно интерпретировать полученный результат (10) непосредственно в феноменологических терминах флуктуаций коэффициента диффузии $D(t)$, а тем самым — флуктуаций мощности равновесного белого шума. Последняя возможность формально не зависит от того, что именно является причиной «фликкерных» равновесных флуктуаций мощности. В любом случае они не находят отражения в равновесной корреляционной функции тока (или ЭДС), но фиксируются в его четвертом и высших многовременных кумулянтах.

Феноменологическая интерпретация полученного результата (10) в терминах флуктуаций коэффициента диффузии $D(t)$ заключается в том, что скорость $v(t)$ рассматривается в макроскопической шкале времени как δ-коррелированный случайный процесс с корреляционной функцией $\langle v(t)v(t')\rangle = 2D(t)\delta(t-t')$, причем величина $D(t)$ также случайно изменяется. Флуктуации $D(t)$ отражаются высшими кумулянтами $v(t)$. Следовательно, проводя усреднение сначала по «быстрым» флуктуациям $v(t)$, а затем по флуктуациям $D(t)$, можно написать:

$$\Delta_t(ik) = \frac{1}{t}\ln\left\langle\!\!\left\langle \exp\left\{ik\int_0^t v(t')\,dt'\right\}\right\rangle\!\!\right\rangle =$$

$$= \frac{1}{t}\ln\left\langle \exp\left\{-\int_0^t k^2 D(t')\,dt'\right\}\right\rangle = -Dk^2 + \tag{11}$$

$$+\frac{k^4}{2}\iint_0^t K_D(t'-t'')\,dt'dt'' - \ldots,$$

где $D = \langle D(t)\rangle$, $K_D(t) = \langle D(t)D(0)\rangle - D^2$.

Сравнивая члены $\sim (ik)^4$ в (1) и (11), находим

$$K_D(t) = \frac{1}{24}\frac{d^2}{dt^2}\langle r^{(4)}(t)\rangle = \frac{1}{2}\iint_0^t \langle v(t),\ v(t'),\ v(t''),\ v(0)\rangle\,dt'dt''. \tag{12}$$

Подставляя (10) в (12), получаем

$$K_D(t) = \frac{DD'}{3}\frac{d^2}{dt^2}t^2 A(t) \simeq \frac{2}{3}DD'\left(\ln\frac{t}{\tau_0}\right)^{-1} \tag{13}$$

при $t \gg \tau_0$. Отметим, что формулу (12) можно трактовать как строгое статистическое определение «корреляционной функции коэффициента диффузии» $K_D(t)$, так как правая часть (12) может быть, в принципе, проанализирована точными методами статистической механики.

Рассмотрим спектр относительных флуктуаций $D(t)$:

$$S(\omega) = 4D^{-2}\int_0^\infty \cos\omega t\,K_D(t)\,dt.$$

Громоздкое вычисление интеграла Фурье опускаем. Результат при $\omega\tau_0 \ll 1$ имеет вид

$$S(\omega) = \frac{2\pi}{\omega}a(\omega); \tag{14}$$

$$a(\omega) = \frac{2}{3}\frac{D'}{D}(\ln\omega\tau_0)^{-2} = \frac{2}{3}\frac{r_0^2}{D\tau_0}(\ln\omega\tau_0)^{-2}. \tag{15}$$

Если рассматриваемый образец среды содержит N носителей, движущихся статистически независимо друг от друга, то, как известно, они дадут аддитивные вклады во всякий кумулянт (с любым номером) флуктуаций тока, в том числе в четвертый кумулянт тока и в его спектральную плотность (кумулянты независимых случайных процессов складываются). Отсюда следует, что спектр относительных флуктуаций мощности (спектральной плотности) суммарного белого шума N частиц отличается от (14) фактором N^{-1} и равен

$$S(\omega) = \frac{2\pi}{\omega N}a(\omega), \tag{16}$$

где величина $a(\omega)$ равна (15).

При включении электрического поля флуктуации $D(t)$ трансформируются во флуктуации подвижности носителей (которые, по всей видимости, действительно наблюдаются [2–4]). С помощью нелинейных (кубичных) флуктуационно-диссипационных соотношений можно показать, что в слабом поле спектр относительных флуктуаций подвижности совпадает с (14), а спектр относительных флуктуаций проводимости или тока — с (16). Такое доказательство — предмет специальной рабоботы. Здесь же мы ограничимся равновесной ситуацией.

6. Спектр (14), (15) довольно слабо отличается от «чистого» закона $1/\omega$, но интегрируем на низких частотах. Множитель $a(\omega)$ дает значение эмпирической «константы Хоухе» [3–5].

Величины r_0 и τ_0 представляют собой те микроскопические масштабы, при превышении которых броуновское движение приобретаст масштабно-инвариантный характер. Следовательно, r_0 по порядку величины — средняя длина свободного пробега (либо больше ее), а параметр τ_0 определяется максимальной длительностью корреляций флуктуаций скорости $v(t)$ и энергии частицы. Физически очевидно, что в однородной среде $D\tau_0 \gtrsim r_0^2$, $D' \lesssim D$ (время τ_0 больше среднего времени свободного пробега).

Если временная инвариантность формируется уже с минимального возможного масштаба $\sim r_0^2/D$, то $D\tau_0 \simeq r_0^2$, $D' \simeq D$ (заметим, что при этом «ширина» D' функции $F(r^2/4D't)$, как функции r, совпадает с шириной D гауссова «колокола»). Такая ситуация должна реализоваться, например, когда преобладает неупругое рассеяние, и после одного или нескольких «свободных пробегов» все корреляции скорости $v(t)$ и энергии частицы затухают. Ограничимся здесь этим простым случаем, полагая $r_0^2 = D\tau_0$, $D'=D$. Тогда $a(\omega) = (2/3)(\ln\omega\tau_0)^{-2}$. Взяв типичное для полупроводников значение времени свободного пробега $\tau_0 \sim 10^{-12}$ *с*, на частоте $\omega/2\pi=1$ *Гц* находим $a \simeq 0{,}001$, а на частоте 10^4 *Гц* — $a \simeq$ $\simeq 0{,}0024$, что согласуется с типичным экспериментальным значением $\sim 0{,}002$ для чистых полупроводников и, при высоких температурах, металлов [4].

Важно подчеркнуть то принципиальное обстоятельство, что рассмотренная теория сводит происхождение и уровень $1/f$-шума к микроскопическим процессам и величинам, характеризующим «быстрое» взаимодействие носителей со средой, и показывает необходимость более детального и глубокого изучения статистических свойств этого взаимодействия.

7. Разумеется, чрезвычайно медленное (логарифмическое) затухание корреляционной функции (13) вовсе не говорит о столь долгоживущих корреляциях в движении частицы. Наоборот, это результат отсутствия долгой памяти частицы о своем прошлом — результат безразличия системы по отношению к случайным вариациям «темпа» диффузии частицы. Такая вариация не подавляется какими-либо «возвращающими термодинамическими силами», поскольку она приводит всего лишь к пространственному перемещению частицы (бо́льшему или меньшему, чем «полагается» в среднем), т. е. к переходу системы в состояние, которое термодинамически тождественно исходному.

В данном смысле фликкерные корреляции являются мнимыми. Это проявляется также в том, что статистические характеристики флуктуаций тока не изменяются, если время от времени заменять один из носителей на новый. Поскольку новый обладает такой же неопределенностью текущего коэффициента диффузии, как и старый, то замена одного на другой не отразится на флуктуациях тока. Поэтому, например, процессы генерации — рекомбинации носителей не разрушают «фликкерные корреляции» и не приводят к исчезновению $1/f$-шума. Еще раз подчеркнем, что речь идет о принципиальной неопределенности, которая связана с тем, что текущий коэффициент диффузии отдельной частицы не существует, а не с тем, что он существует, но случаен по причине каких-то сторонних возмущений (здесь имеется обширная, хотя и формальная, аналогия с квантовой неопределенностью).

Сказанное можно сформулировать в виде следующего «принципа неопределенности». Вообразим, что возможно, не возмущая термодинамически равновесное движение частицы, проследить за ее траекторией и измерить цепочку последовательных перемещений $r(t_{j+1}) - r(t_j)$, где $t_{j+1} > t_j$, $t > t_j > 0$. С какой точностью по этим данным можно определить коэффициент диффузии D? Ограничивающим фактором является четвертый кумулянт (10), свойственный, как показано выше, реальному «негауссову» броуновскому движению. Несложный математический анализ приводит к выводу, что при наблюдении за частицей в течение времени t среднеквадратичная относительная ошибка измерения D не может быть сделана меньше $\left(\frac{D\tau_0}{r_0^2}\ln\frac{t}{\tau_0}\right)^{-1/2}$. Таким образом, наблюдая за одной-единственной частицей в течение конечного времени, нельзя найти коэффициент диффузии (характеристику ансамбля) с произвольно большой точностью (одновременное же наблюдение за N независимыми частицами может повысить точность в $\sqrt{N}$ раз). Именно с этим физическим обстоятельством предложенная теория связывает происхождение $1/f$-шума.

В заключение мы хотели бы выразить благодарность С. А. Ахманову за интерес к работе и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Voss R., Clarke J.— Phys. Rev., **B13**, 556 (1976).
2. Kleinpenning T. G. M.— Physica, **B103**, 340 (1981).
3. Bell D. A.— J. Phys., **C13**, 4425 (1980).
4. Hooge F. N., Kleinpenning T. G. M., Vandamme L. K. J.— Repts. Progr. Phys., **44**, 479 (1981).
5. Hooge F. N — Physica, **60**, 130 (1972).
6. Nelkin M., Tremblay A. M. S.— J. Statist. Phys., **25**, 253 (1981).

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию 5 апреля 1982 г.

ON THE ORIGIN AND STATISTICAL CHARACTERISTICS OF 1/f-NOISE

Yu. E. Kuzovlev, G. N. Bochkov

It is shown that thermodynamic equilibrium Brownian motion of charge carriers is always accompanied by random motion «rate» fluctuations and thereby power fluctuations of equilibrium white noise, the spectrum of which has the form $1/\omega$. The Brownian motion model suggested leads to the correct estimation of $1/f$-noise value and explains the origin of empirical «Hooge's constant» (which characterises the contribution of the individual carrier in $1/f$-noise in different systems).