

УДК 535.2

## О ПРОХОЖДЕНИИ ИМПУЛЬСНОГО СВЕТОВОГО СИГНАЛА ЧЕРЕЗ ПОГЛОЩАЮЩУЮ СРЕДУ С СИЛЬНО АНИЗОТРОПНЫМ РАССЕЯНИЕМ

Л. С. Долин

Рассмотрена задача о прохождении импульсного волнового пучка через среду с сильно анизотропным рассеянием и достаточно большой поглощательной способностью. Исследована зависимость времени задержки и характерной длительности принимаемого сигнала от длины трассы и начальной ширины пучка.

Воздействие случайных крупномасштабных неоднородностей показателя преломления среды на огибающую прошедшего через нее импульсного сигнала исследовалось с помощью уравнения для двухчастотной функции когерентности поля [1-5]. Аналогичные вопросы рассматривались также в рамках нестационарной теории переноса излучения [6-9]. Современная теория многократного рассеяния волн [5, 10] устанавливает взаимосвязь между двумя различными подходами к этой проблеме и позволяет в теории переноса указать приближение [11], которое приводит к тем же результатам, что и уравнение для двухчастотной функции когерентности. Ниже мы воспользуемся уравнением переноса излучения (УПИ) для обобщения результатов работ [1-4] на случай, когда рассеивающая среда обладает заметной поглощательной способностью, а импульсный сигнал излучается апертурой конечных размеров (задача об импульсном волновом пучке).

### 1. ИСХОДНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Полагаем, что благодаря малости угловой ширины индикатрисы рассеяния среды и ширины частотного спектра импульса волновое поле во всей рассматриваемой области пространства может быть представлено в виде

$$v = \operatorname{Re} V(\mathbf{r}_\perp, z, t) e^{i(\omega t - kz)}, \quad (1)$$

где  $V(\cdot)$  — случайная функция координат  $(\mathbf{r}_\perp, z)$  и времени  $t$ , плавно меняющаяся в масштабе длины  $(\lambda = 2\pi/k)$  и периода  $(T = 2\pi/\omega)$  «несущей» волны. Нас будет интересовать статистически средний сигнал на выходе энергетического приемника, выражающийся через пространственный момент второго порядка лучевой амплитуды поля на апертуре приемника (плоскость  $z = \text{const}$ ):

$$\Gamma(\mathbf{r}_\perp, z, \rho_\perp, t) = \frac{1}{2} \left\langle V\left(\mathbf{r}_\perp + \frac{\rho_\perp}{2}, z, t\right) V^*\left(\mathbf{r}_\perp - \frac{\rho_\perp}{2}, z, t\right) \right\rangle \quad (2)$$

(символом  $\langle \cdot \rangle$  обозначается операция усреднения по ансамблю реализаций среды).

Для расчета этого сигнала воспользуемся тем, что функция

$$I(\mathbf{r}_\perp, z, \mathbf{n}_\perp, t) = \frac{1}{\lambda^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\cdot) e^{ik\mathbf{n}_\perp \cdot \rho_\perp} d^2\rho_\perp \quad (3)$$

в соответствующем приближении удовлетворяет уравнению

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + L\right) I = \left[ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \left(1 - \frac{n_{\perp}^2}{2}\right) \frac{\partial}{\partial z} + n_{\perp} \nabla r_{\perp} + \varepsilon \right] \times \\ \times I(\mathbf{r}_{\perp}, z, \mathbf{n}_{\perp}, t) - \sigma \int_{-\infty}^{\infty} I(\mathbf{r}_{\perp}, z, \mathbf{n}'_{\perp}, t) x(|\mathbf{n}_{\perp} - \mathbf{n}'_{\perp}|) d^2 n'_{\perp} = 0. \quad (4)$$

Здесь  $c = c_0 / \langle n \rangle$ ,  $c_0$  — скорость света,  $\langle n \rangle$  — средний показатель преломления среды,  $\varepsilon = \sigma + \kappa$ ,  $\sigma$  и  $\kappa$  — показатели рассеяния и поглощения,  $x(\gamma)$  — индикатриса рассеяния среды, удовлетворяющая условию нормировки  $2\pi \int_0^{\pi} x(\gamma) \sin \gamma d\gamma = 1$ .

Уравнение (4) представляет собой УПИ, упрощенное с учетом условий сильной анизотропии индикатрисы рассеяния ( $x(\gamma) \ll x(0)$  при  $\gamma > \gamma_0 \ll \pi/2$ ) и углового распределения интенсивности излучения ( $I(\mathbf{n}_{\perp}) \ll I(0)$  при  $|\mathbf{n}_{\perp}| > \theta_0 \ll \pi/2$ )\*. Благодаря наличию члена  $-(n_{\perp}^2/2) \partial/\partial z$  оно описывает эффекты, связанные с разбросом фотонов по пробегам: формирование стационарного углового распределения интенсивности при  $\sigma z \rightarrow \infty$  (в случае  $dI/dt \equiv 0$ ), искажение огибающей модулированного потока излучения и др. Для исследования первого из указанных эффектов это уравнение использовалось в [12]. В работах [13, 14] на его основе была развита теория многократного рассеяния синусоидально-модулированных световых пучков. Задача об импульсном сигнале рассматривалась с его помощью в [11, 15, 16]. При этом было показано в общем виде [11], что уравнение (4) эквивалентно уравнению для двухчастотной функции когерентности, что подтверждается также сопоставлением конкретных результатов, которые из них следуют [2, 15].

Комплексную амплитуду поля на выходе излучателя (плоскость  $z=0$ ) зададим в виде

$$V_0 = A(t) \exp(-r_{\perp}^2/r_0^2 - ikr_{\perp}^2/2f_0)$$

(сфокусированный ( $f_0 < 0$ ) или расфокусированный ( $f_0 > 0$ ) когерентный гауссов пучок). Тогда

$$[\Gamma]_{z=0} = \frac{1}{2} V_0 \left( \mathbf{r}_{\perp} + \frac{\rho_{\perp}}{2}, t \right) V_0^* \left( \mathbf{r}_{\perp} - \frac{\rho_{\perp}}{2}, t \right) = \\ = \frac{1}{2} |A(t)|^2 \exp \left( -\frac{2r_{\perp}^2}{r_0^2} - \frac{\rho_{\perp}^2}{2r_0^2} - \frac{ikr_{\perp}\rho_{\perp}}{f_0} \right),$$

и распределение  $I$  при  $z=0$  будет представляться через функцию

$$F(\mathbf{r}_{\perp}, \mathbf{n}_{\perp}, P, \Sigma, R, \Omega, \Phi) = \\ = (P/\pi^2\Phi) \exp [(1/\Phi) (-\Omega r_{\perp}^2 + 2Rr_{\perp}\mathbf{n}_{\perp} - \Sigma n_{\perp}^2)] \quad (5) \\ (\Phi = \Sigma\Omega - R^2)$$

в виде

$$[I]_{z=0} = F(\mathbf{r}_{\perp}, \mathbf{n}_{\perp}, P_0, \Sigma_0, R_0, \Omega_0, \Phi_0), \quad (6)$$

где  $\Sigma_0 = r_0^2/2$  — дисперсия распределения освещенности (плотности потока энергии) в плоскости  $z=0$ ,  $\Omega_0 = 2/(kr_0)^2 + r_0^2/2f_0^2$  — дисперсия

\* Хотя функция  $I$  и не всегда эквивалентна интенсивности излучения (яркости) в фотометрическом смысле, для удобства изложения мы будем пользоваться терминологией, принятой в теории переноса излучения и оптике мутных сред.

углового распределения интенсивности, усредненной по сечению пучка,  $P_0(t) = (1/2)\Sigma_0|A|^2$  — полная мощность пучка,  $R_0 = r_0^2/2f_0$ ,  $\Phi_0 = \Sigma_0\Omega_0$  —  $R_0^2 = k^{-2}$ .

Предположим далее, что регистрация сигнала осуществляется приемником типа яркомера (рис. 1), который состоит из линзы (Л), диафрагмы (Д), расположенной в фокальной плоскости линзы, и фотодетектора (Ф), который измеряет мощность светового сигнала, прошедшего через отверстие диафрагмы. Линзу рассматриваем как плоский амплитудно-фазовый преобразователь поля с комплексным коэффициентом пропускания

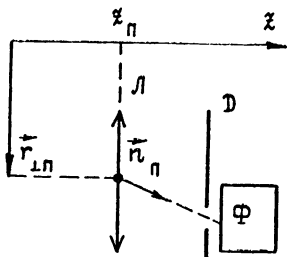


Рис. 1.

$$[K(r_{\perp} - r_{\perp n})]^{1/2} \exp[(ik/2f_n)(r_{\perp} - r_{\perp n})^2], \quad (7)$$

где  $K(\cdot)$  — «коэффициент прозрачности» (по мощности) апертуры приемника,  $f_n$  — фокусное расстояние линзы, вектор  $r_{\perp n}$  характеризует положение оптического центра линзы в плоскости приема  $z = z_n$ .

Мощность регистрируемого сигнала определим соотношением

$$P_n(r_{\perp n}, z_n, n_{\perp n}, t) = \iint_{-\infty}^{\infty} S(r_{\perp n}, z_n, r'_{\perp}, t) \times \\ \times K_n(r'_{\perp} - f_n n_{\perp n}) d^2 r'_{\perp}, \quad (8)$$

где  $K_n(\cdot)$  — «коэффициент прозрачности» диафрагмы,  $r'_{\perp}$  — радиус-вектор точки в плоскости диафрагмы; через  $n_{\perp n}$  обозначена поперечная компонента единичного вектора  $n_n$ , направленного вдоль прямой, соединяющей оптический центр линзы с центром отверстия диафрагмы; величина  $S$  — это средняя плотность падающего на диафрагму потока энергии, которую мы представляем через значения поля ( $v_n$ ) в плоскости диафрагмы следующим образом\*:

$$S = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} \langle v_n^2(t') \rangle dt'. \quad (9)$$

Перейдем в (8) к угловой переменной  $n'_{\perp} = r'_{\perp}/f_n$  и введем вместо  $K_n(\cdot)$  новую функцию  $D^{r.o.}(n'_{\perp} - n_{\perp n}) = K_n[f_n(n'_{\perp} - n_{\perp n})]$ , которая имеет смысл энергетической диаграммы направленности приемника в приближении геометрической оптики (т. е. в пренебрежении эффектом дифракции волны на входном зрачке приемника). Для упрощения окончательных формул положим

$$D^{r.o.}(n_{\perp}) = \exp\left(-\frac{n_{\perp}^2}{\Omega_n^{r.o.}}\right), \quad K(r_{\perp}) = \exp\left(-\frac{r_{\perp}^2}{\Sigma_n}\right). \quad (10)$$

Тогда, прибегая к стандартной процедуре расчета поля в фокальной плоскости линзы и используя формулы (1)–(3), (7)–(10), получим

$$P_n = \iint_{-\infty}^{\infty} K(r_{\perp} - r_{\perp n}) d^2 r_{\perp} \iint_{-\infty}^{\infty} D(n_{\perp} - n_{\perp n}) \times \\ \times I(r_{\perp}, z_n, n_{\perp}, t) d^2 n_{\perp}; \quad (11)$$

\* Такое представление  $S$  возможно при условии параксильности пучка за линзой и при соответствующем выборе размерности поля  $v$ .

$$D(\mathbf{n}_\perp) = (\Omega_n^{r,0}/\Omega_n) \exp(-n_\perp^2/\Omega_n); \quad (12)$$

$$\Omega_n = \Omega_n^{r,0} + (k^2 \Sigma_n)^{-1}. \quad (13)$$

Как видно из (11), величина  $P_n$  находится путем свертки функции  $I$  с коэффициентом прозрачности апертуры ( $K$ ) и диаграммой направленности ( $D$ ) приемника. Дисперсия ( $\Omega_n$ ) этой диаграммы представляется в виде суммы ее геометрикооптического значения ( $\Omega_n^{r,0}$ ) и дисперсии Фраунгоферовой диаграммы направленности линзы  $(k^2 \Sigma_n)^{-1}$ .

Обозначим через  $\Delta r_\perp$  и  $\Delta n_\perp$  характерные масштабы неоднородности  $I$  по переменным  $\mathbf{r}_\perp$ ,  $\mathbf{n}_\perp$  и заметим, что при  $\Delta r_\perp \gg \sqrt{\Sigma_n}$ ,  $\Delta n_\perp \gg \sqrt{\Omega_n}$  из (11) следует соотношение

$$P_n = I(\mathbf{r}_{\perp n}, z_n, \mathbf{n}_{\perp n}, t) (\pi \Sigma_n) (\pi \Omega_n^{r,0}). \quad (14)$$

В соответствии с (14) величину  $I$  можно рассматривать как мощность принимаемого сигнала, отнесенную к площади поверхности ( $\pi \Sigma_n$ ) и телесному углу ( $\pi \Omega_n^{r,0}$ ), из которых излучение поступает на фотодетектор\*. Поскольку  $\Omega_n \geq (k^2 \Sigma_n)^{-1}$ , указанные неравенства можно переписать в виде  $\Delta r_\perp \gg \sqrt{\Sigma_n} \gg (k \Delta n_\perp)^{-1} \sim \Delta \rho_\perp$ , где  $\Delta \rho_\perp$  — характерный поперечный масштаб корреляции поля волнового пучка. Следовательно, при  $\Delta r_\perp \gg \Delta \rho_\perp$  величина  $I$  является непосредственно измеряемой характеристикой поля, которая имеет тот же энергетический смысл, что и интенсивность (яркость) излучения (поток энергии через единичную площадку в единичном телесном угле). При  $\Delta r_\perp \sim \Delta \rho_\perp$  непосредственное измерение  $I$  приемником типа яркомера становится невозможным и, как отмечалось в [17], величина  $I$  теряет простой фотометрический смысл. Однако характер связи между  $I$  и  $P_n$  при этом не меняется: мощность по-прежнему выражается интегралом от  $I$  (с определенными весовыми множителями) по пространственным и угловым переменным. Следует подчеркнуть, что благодаря соответствующему заданию  $I(z=0)$  и  $D(\cdot)$  уравнение переноса (4) и фотометрическое соотношение (11) позволяют решить рассматриваемую задачу с учетом эффектов дифракционного расплывания пучка (в среде и приемной оптической системе).

## 2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ В ОБЩЕМ ВИДЕ

Используя разложение

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{I} e^{i\omega t} d\omega, \quad (15)$$

мы можем свести (4) к стационарному уравнению переноса  $L\tilde{I}=0$ , где вместо  $\kappa$  фигурирует комплексный параметр  $\kappa_\omega = \kappa + i\omega/c$ . Поэтому  $I$  представляется следующим образом:

$$\tilde{I} = \tilde{P}_0(\omega) [I_1(\mathbf{r}_\perp, z, \mathbf{n}_\perp)]_{z \rightarrow z_\omega}; \quad (16)$$

$$\tilde{P}_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P_0(t) e^{-i\omega t} dt, \quad (17)$$

\* Точнее говоря, фотодетектор реагирует на сумму плоских волн, приходящих из телесного угла  $\pi \Omega_n$ , но перехватывает только часть энергии этих волн, достигающей диафрагмы. Доля перехватываемой энергии равна  $\Omega_n^{r,0}/\Omega_n$ , так что эффективный телесный угол приема оказывается равным  $\pi \Omega_n (\Omega_n^{r,0}/\Omega_n) = \pi \Omega_n^{r,0}$ .

$[I_1]_{\kappa \rightarrow \kappa_0}$  — выражение для  $I$  при  $P_0(t) \equiv 1$ , в котором произведена замена  $\kappa \rightarrow \kappa_0$ . Тем самым задача сводится к отысканию функции  $I_1(\cdot)$ , описывающей структуру стационарного пучка излучения с исходным распределением яркости  $I_1(z=0)$  вида (6) и начальной мощностью  $P_0=1$ .

Будем искать  $I_1$  в виде суммы интенсивностей нерассеянного и рассеянного света:  $I_1 = I_1^0 + I_1^s$ . Последние удовлетворяют уравнениям

$$\left[ \left( 1 - \frac{n_{\perp}^2}{2} \right) \frac{\partial}{\partial z} + n_{\perp} \nabla r_{\perp} + \varepsilon \right] I_1^0 = 0; \quad (18)$$

$$L I_1^s = Q^s = \sigma \int \int_{-\infty}^{\infty} I_1^0(\mathbf{r}_{\perp}, z, \mathbf{n}_{\perp}) \chi(|\mathbf{n}_{\perp} - \mathbf{n}'_{\perp}|) d^2 \mathbf{n}'_{\perp}. \quad (19)$$

Решая уравнение (18) при граничном условии  $I_1^0(z=0) = I_1(z=0)$  и отбрасывая в его решении члены  $\sim n_{\perp}^{m>2}$ , находим

$$I_1^0 = F(\mathbf{r}_{\perp}, \mathbf{n}_{\perp}, P^0, \Sigma^0, R^0, \Omega^0, \Phi^0); \quad (20)$$

$$P^0 = \beta e^{-\tau}, \quad \Sigma^0 = \beta(\Sigma_0 + 2R_0 z + \Omega_0 z^2 + (\tau/2)\Phi_0); \quad (21)$$

$$R^0 = \beta(R_0 + \Omega_0 z), \quad \Omega^0 = \beta\Omega_0; \quad (22)$$

$$\Phi^0 = \beta\Phi_0, \quad \beta = (1 + \tau\Omega_0/2)^{-1}, \quad \tau = \varepsilon z. \quad (23)$$

Поле излучения распределенных источников  $Q^s$  представляется в виде

$$I_1^s = \int_0^z I^s(\mathbf{r}_{\perp}, z, z_0, \mathbf{n}_{\perp}) dz_0 \quad (24)$$

через решение УПИ с плоским источником

$$L I^s = Q^s(\mathbf{r}_{\perp}, z_0, \mathbf{n}_{\perp}) \delta(z - z_0).$$

В свою очередь, задача с плоским источником сводится к краевой задаче:

$$L I^s(\mathbf{r}_{\perp}, z_1, z_0, \mathbf{n}_{\perp}) = 0, \quad z_1 = z - z_0; \quad (25)$$

$$[I^s]_{z_1=0} = Q^s(\mathbf{r}_{\perp}, z_0, \mathbf{n}_{\perp}) (1 - n_{\perp}^2/2)^{-1}. \quad (26)$$

При расчете  $Q^s$  положим в (19)

$$\chi(\gamma) = (1/\pi \langle \gamma^2 \rangle) \exp(-\gamma^2/\langle \gamma^2 \rangle). \quad (27)$$

Тогда, используя (20)–(23), получим

$$Q^s = F(\mathbf{r}_{\perp}, \mathbf{n}_{\perp}, P^s, \Sigma^s, R^s, \Omega^s, \Phi^s); \quad (28)$$

$$P^s = \beta_0 \sigma e^{-\tau_0}, \quad \Sigma^s = \beta_0(\Sigma_0 + 2R_0 z_0 + \Omega_0 z_0^2 + \tau_0 \Phi_0/2); \quad (29)$$

$$R^s = \beta_0(R_0 + \Omega_0 z_0), \quad \Omega^s = \beta_0 \Omega_0 + \langle \gamma^2 \rangle; \quad (30)$$

$$\Phi^s = \beta_0 \Phi_0 + \langle \gamma^2 \rangle \Sigma^s, \quad \beta_0 = (1 + \tau_0 \Omega_0/2)^{-1}, \quad \tau_0 = \varepsilon z_0. \quad (31)$$

Множитель  $(1 - n_{\perp}^2/2)^{-1}$  в правой части (26) заменим на 1, пользуясь условием  $\Omega^s \ll 1$ , которое выполняется при  $\Omega_0 \ll 1$ ,  $\langle \gamma^2 \rangle \ll 1$ . В результате мы пришли к задаче о пучке с гауссовым исходным распределением яркости, дисперсия которого  $\Omega^s > \langle \gamma^2 \rangle$  (см. (30)). Последнее усло-

вие позволяет упростить уравнение (25) путем замены интегрального оператора дифференциальным (малоугловое диффузионное приближение) [18]:

$$[(1 - n_{\perp}^2/2) \partial/\partial z_1 + n_{\perp} \nabla_{r_{\perp}} + \kappa - (\sigma/4) \langle \gamma^2 \rangle \Delta_{n_{\perp}}] I^{\delta} = 0. \quad (32)$$

Уравнение (32) при граничном условии  $[I^{\delta}]_{z_1=0} = Q^s$  имеет решение автомодельного типа в виде гауссовой функции  $r_{\perp}$  и  $n_{\perp}$  с зависящими от  $z_1$  параметрами. Его частные формы приведены в [19-21] (для случаев  $\Sigma^s = \infty, R^s = 0, \Omega^s \neq 0$  [19];  $\Sigma^s = R^s = \Omega^s = 0$  [20],  $\Sigma^s \neq 0, R^s = 0, \Omega^s \neq 0$  [21]). Решение, необходимое в данном случае ( $\Sigma^s \neq 0, R^s \neq 0, \Omega^s \neq 0$ ), находится путем элементарного обобщения результатов работы [21]. Оно определяется формулами

$$I^{\delta} = F(r_{\perp}, n_{\perp}, P^{\delta}, \Sigma^{\delta}, R^{\delta}, \Omega^{\delta}, \Phi^{\delta}); \quad (33)$$

$$P^{\delta} = \frac{P^s}{Q} e^{-\kappa z_1}, \quad \Sigma^{\delta} = \Sigma^s + \frac{4}{\kappa^2 \Omega_{\infty}^s} \left( \zeta_1 - \frac{a^2 \text{sh} \zeta_1}{Q} \right); \quad (34)$$

$$R^{\delta} = \frac{2}{\kappa} \left( 1 + \frac{a}{Q} \right), \quad \Omega^{\delta} = \Omega_{\infty}^s \frac{u^s + \text{th} \zeta_1}{1 + u^s \text{th} \zeta_1}; \quad (35)$$

$$\Phi^{\delta} = \Sigma^{\delta} \Omega^{\delta} - (R^{\delta})^2, \quad Q = \text{ch} \zeta_1 + u^s \text{sh} \zeta_1; \quad (36)$$

$$\Omega_{\infty}^s = [(2\sigma/\kappa) \langle \gamma^2 \rangle]^{1/2}, \quad a = \kappa R^s/2 - 1; \quad (37)$$

$$u^s = \Omega^s/\Omega_{\infty}^s, \quad \zeta_1 = (\Omega_{\infty}^s/2) \kappa z_1 = (\langle \gamma^2 \rangle / \Omega_{\infty}^s) \sigma z_1. \quad (38)$$

Подстановка (33)–(38) в (24) дает искомое аналитическое представление для  $I_1^{\delta}$ .

Выражение для мощности сигнала, регистрируемого оптическим приемником, находится с помощью (11)–(13), (15), (16), (20) и (24), (33). Оно имеет вид

$$P_n = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{P}_n e^{i\omega t} d\omega, \quad \tilde{P}_n = \tilde{P}_0 [\eta]_{z \rightarrow z_n}; \quad (39)$$

$$\eta = \pi^2 \Sigma_n \Omega_n^{\Gamma,0} \left[ F(r_{\perp n}, n_{\perp n}, P^0, \Sigma_n^0, R^0, \Omega_n^0, \Phi_n^0) + \right. \quad (40)$$

$$\left. + \int_0^z F(r_{\perp n}, n_{\perp n}, P^{\delta}, \Sigma_n^{\delta}, R^{\delta}, \Omega_n^{\delta}, \Phi_n^{\delta}) dz_0 \right];$$

$$\Sigma_n^0 = \Sigma^0 + \Sigma_n, \quad \Omega_n^0 = \Omega^0 + \Omega_n, \quad \Phi_n^0 = \Sigma_n^0 \Omega_n^0 - (R^0)^2; \quad (41)$$

$$\Sigma_n^{\delta} = \Sigma^{\delta} + \Sigma_n, \quad \Omega_n^{\delta} = \Omega^{\delta} + \Omega_n, \quad \Phi_n^{\delta} = \Sigma_n^{\delta} \Omega_n^{\delta} - (R^{\delta})^2. \quad (42)$$

Функции  $P^{0,\delta}, \Sigma^{0,\delta}, R^{0,\delta}, \Omega^{0,\delta}, \Phi^{0,\delta}$  (см. (21)–(23), (34)–(38)) входят в (40) при значении  $z = z_n$ . Однако в дальнейшем индекс «п» мы будем опускать, подразумевая, что  $z$  — расстояние между излучателем и приемником.

С помощью (39) мощность импульсного сигнала как функция времени выражается через величину  $\eta$  — коэффициент передачи мощности стационарного во времени сигнала (совпадающий с коэффициентом передачи энергии импульсного сигнала). Выражение (40) применимо при условии малости углового разброса лучей, которое выполняется всюду, если  $\Omega_0 \ll 1$  и асимптотическое ( $\sigma z \rightarrow \infty$ ) значение дисперсии углового рас-

предела яркости ( $\Omega_\infty$ ) тоже мало. В соответствии с (37) неравенство  $\Omega_\infty \ll 1$  реализуется при достаточно большой поглощательной способности среды:  $\kappa \gg 2\sigma\langle\gamma^2\rangle$ . В отсутствие поглощения формулой (40) можно пользоваться (устремив  $\kappa$  к нулю) в ограниченном интервале дальностей  $z < z_{\max} \sim 1/\sigma\langle\gamma^2\rangle$ .

### 3. КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Приведенное выше общее решение задачи содержит большое число независимых переменных и параметров. Поэтому его всесторонний анализ не может быть выполнен в рамках данной работы. Ниже мы ограничимся исследованием некоторых интегральных характеристик принимаемого сигнала при ряде предположений, упрощающих численные расчеты. В качестве этих характеристик рассмотрим энергию  $W_\Pi = \int_{-\infty}^{\infty} P_\Pi dt$ , а также время прихода «центра тяжести» и дисперсию сигнала:

$$\bar{t} = \frac{1}{W_\Pi} \int_{-\infty}^{\infty} t P_\Pi dt, \quad (\overline{\Delta t})^2 = \frac{1}{W_\Pi} \int_{-\infty}^{\infty} (t - \bar{t})^2 P_\Pi dt.$$

Указанные характеристики с помощью (39) представляются в виде

$$W_\Pi = 2\pi [\tilde{P}_\Pi]_{\omega=0} = W_0 \eta; \quad (43)$$

$$\bar{t} = i \left[ \frac{d}{d\omega} \ln \tilde{P}_\Pi \right]_{\omega=0} = [\bar{t}]_{z=0} - \frac{1}{c} \frac{d}{dx} \ln \eta; \quad (44)$$

$$(\overline{\Delta t})^2 = - \left[ \frac{d^2}{d\omega^2} \ln \tilde{P}_\Pi \right]_{\omega=0} = [(\overline{\Delta t})^2]_{z=0} + \frac{1}{c^2} \frac{d^2}{dx^2} \ln \eta, \quad (45)$$

где  $W_0 = \int_{-\infty}^{\infty} P_0 dt$  — энергия излучаемого импульса.

Будем предполагать, что оптические оси излучателя и приемника совмещены ( $r_{\perp\Pi} = 0$ ,  $n_{\perp\Pi} = 0$ ), а ширина приемной диаграммы велика по сравнению с шириной углового распределения яркости на любых расстояниях от источника ( $\Omega_\Pi \gg \Omega_0, \infty$ ). Кроме того, примем  $R_0 = 0$  ( $f_0 = \infty$ ),  $\Omega_\Pi - \Omega_{\Pi,0} \ll \Omega_\Pi$  и откажемся от учета эффекта дифракционного расширения пучка, формально полагая  $\Omega_0 = 0$ . Как следует из (20)–(23), (28)–(31), это допустимо при  $k^2 \Sigma_0 (\Sigma_0 + \Sigma_\Pi) > (z'')^2$ , где  $z''$  — расстояние, начиная с которого вклад нерассеянного света в величину  $P_\Pi$  перестает быть существенным (оценка величины  $z''$  будет дана ниже). В итоге выражение для коэффициента передачи энергии ( $\eta$ ) упрощается:

$$\eta = \eta^0 + \eta^s, \quad \eta^0 = \Sigma_\Pi \exp(-\varepsilon z) / (\Sigma_0 + \Sigma_\Pi); \quad (46)$$

$$\eta^s = \eta^0 \int_0^{z'} e^x \left[ \left( 1 + \frac{ux}{M} \right) (\operatorname{ch} ux + u \operatorname{sh} ux) - \frac{\operatorname{sh} ux}{M} \right]^{-1} dx, \quad (47)$$

где  $u = \langle\gamma^2\rangle/\Omega_\infty$ ,  $M = (1/4)\Omega_\infty \kappa^2 (\Sigma_0 + \Sigma_\Pi)$ .

Для нахождения временных моментов сигнала величину  $\eta$  нужно продифференцировать по параметру  $\kappa$ , следуя формулам (44), (45). При этом оказывается, что если (44), (45) переписать в виде

$$\bar{t} = [\bar{t}]_{z=0} + \frac{z}{c} + \Delta_1, \quad \overline{(\Delta t)^2} = [\overline{(\Delta t)^2}]_{z=0} + \Delta_2^2, \quad (48)$$

то величины  $\delta_{1,2} = 2\kappa c \Delta_{1,2}$  являются функциями безразмерных параметров  $M$ ,  $u$  и «эффективной» длины трассы  $\xi = (1/2)\Omega_\infty \kappa z = u\sigma z = z\sqrt{\sigma\kappa\langle\gamma^2\rangle}/2$ . То же самое можно сказать о величине  $\eta_1 = [(1 + \Sigma_0/\Sigma_\pi) \times \exp(\kappa z)]\eta$ , которая после домножения на  $e^{-\kappa z}$  дает значение коэффициента ослабления средней (по апертуре приемника) плотности потока энергии (освещенности) в стационарном пучке ( $P_0 = \text{const}$ ).

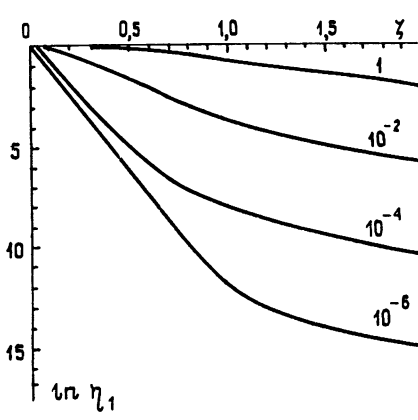


Рис. 2.

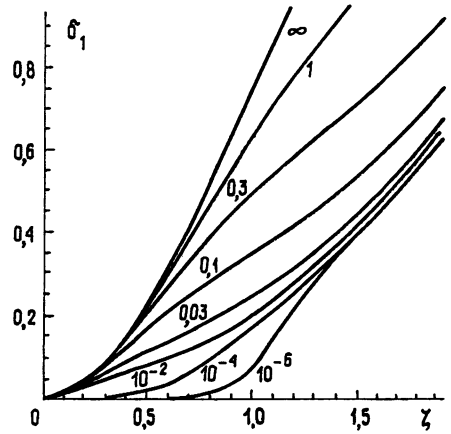


Рис. 3.

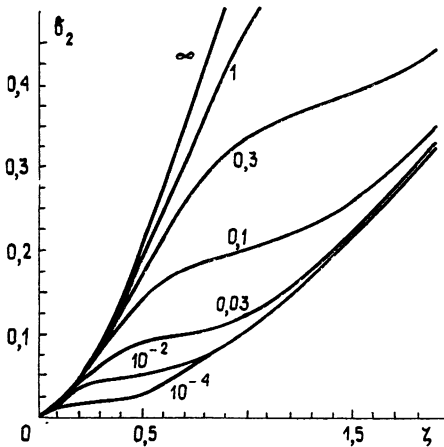


Рис. 4.

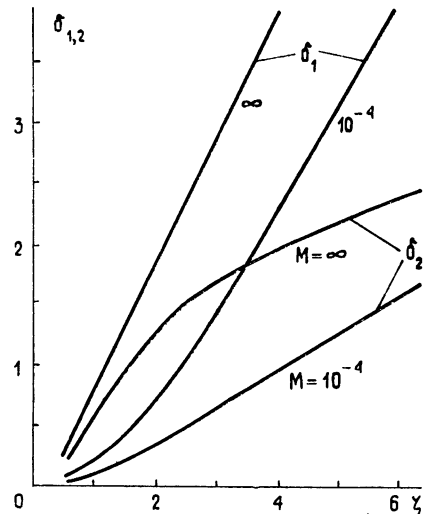


Рис. 5.

Зависимость  $\eta_1$  и  $\delta_{1,2}$  от  $\xi$  представлена на рис. 2–4. Приведенные на них кривые соответствуют различным значениям параметра  $M$  (значения  $M$  указаны на рисунках) и фиксированному значению  $u = 0,08$ , которое характерно для морской воды в максимуме ее прозрачности ( $\lambda \approx 0,5$  мкм). Рис. 2 не дает существенно новой информации по сравнению с той, которая была получена в [12]. Он приводится для удобства интерпретации зависимостей  $\delta_{1,2}(\xi)$ , которые раньше не исследовались. Из рис. 2 видно, что при достаточно малых размерах апертур из-



лучателя и приемника ( $M < 10^{-4}$ ) на кривых  $\eta_1(\xi)$  имеется участок, где ослабление освещенности в стационарном пучке (а следовательно, и ослабление энергии сигнала, принимаемого от импульсного источника) хорошо описывается законом Бугера:  $\eta \approx \eta^0 \sim \exp(-\varepsilon z)$ . Нижняя граница зоны Бугера удалена от источника на расстояние  $l$  [12].

$$z' \sim l = \sqrt{(\Sigma_0 + \Sigma_n) / \langle \gamma^2 \rangle} \quad (\zeta' = u \sigma z' \sim u \sigma l = \sqrt{M/u}),$$

а условие существования этой зоны можно записать в виде  $\sigma l \ll 1^*$  или  $M \ll u^3$ . Положение верхней границы ( $z''$ ) определяется условием  $\eta^0 \approx \eta^s$ . При  $\sigma z \gg 1$ ,  $u \ll 1$  в соответствии с (47) имеем

$$\eta^s \approx \eta^0 e^{\sigma z} [(1 + \zeta/M) \operatorname{ch} \zeta - \operatorname{sh} \zeta / M]^{-1}. \quad (49)$$

Поэтому расчет величины  $z''$  с учетом условия  $\sigma z'' > 1$  сводится к решению уравнения  $M \exp(\sigma z'') = \zeta'' \operatorname{ch} \zeta'' - \operatorname{sh} \zeta''$ , где  $\zeta'' = u \sigma z''$ . В предположении  $\zeta'' < 1$  это уравнение эквивалентно известному ранее [12]:  $\sigma z'' = 3 \ln \sigma z'' - \ln C$ ,  $C = 3\sigma^2(\Sigma_0 + \Sigma_n) / \langle \gamma^2 \rangle$ . Заметим, что условие  $\sigma z'' \gg 1$  автоматически следует из последнего уравнения и условия  $M/u^3 \ll 1$  ( $\sigma l \ll 1$ ), поскольку  $C = 3M/4u^3$ .

Бугеровская зона (где  $\eta^s \ll \eta^0$ ) очевидным образом проявляется и на кривых  $\delta_{1,2}(\xi)$ : в соответствующих интервалах дальности величины  $\delta_{1,2}$  относительно малы и очень медленно растут по мере увеличения  $\xi$ . Быстрый рост  $\delta_{1,2}$  начинается при  $\xi > \zeta''$ , когда многократно рассеянный свет из периферийной области пучка начинает давать существенный вклад в принимаемый сигнал.

Ограниченность начальной ширины пучка сказывается на характере зависимости  $\delta_{1,2}(\xi)$  и в случае  $M > u^3$  ( $C > 1$ ), когда зона Бугера отсутствует. При большой (но конечной) ширине пучка ( $\sigma^2 \Sigma_0 > \langle \gamma^2 \rangle / 3$ ) величины  $\delta_{1,2}$  вначале растут, как в бесконечно широком пучке. Это происходит до тех пор, пока поперечное размытие пучка не станет соизмеримым с его начальной шириной. В дальнейшем рост  $\delta_{1,2}$  замедляется, поскольку фотоны, пересекающие слой среды  $(0, z)$  по наиболее длинным путям, перестают попадать в приемник. В автомоделном приближении (см. (34)) дисперсия распределения освещенности в поперечном сечении пучка определяется формулой [21]  $\Sigma = \Sigma_0 + 4\kappa^{-2} \Omega_\infty^{-1} (\xi - \operatorname{th} \xi)$ , из которой при  $\xi < 1$  следует известное выражение [12, 22]  $\Sigma \approx \Sigma_0 + 4\xi^3 / 3\kappa^2 \Omega_\infty = \Sigma_0 + \sigma \langle \gamma^2 \rangle z^3 / 3$ . Путем его подстановки в уравнение  $\Sigma(\xi') - \Sigma_0 = \Sigma_0$  находим, что существенное замедление роста  $\delta_{1,2}$  должно происходить при  $\xi \sim \xi' = (3M)^{1/3}$ . Результаты расчетов, представленные на рис. 3, 4, согласуются с этой оценкой.

При  $\xi > \xi''$  коэффициент передачи энергии можно рассчитывать по формуле (49), полагая  $\eta \approx \eta^s$ . В указанной области значений  $\xi$  величины  $\eta_1$  и  $\delta_{1,2}$  представляются в универсальной форме через  $M$  и  $\xi$ . Результаты расчета  $\delta_{1,2}$  в приближении  $\eta \approx \eta^s$  (с использованием (49), (44), (45)) иллюстрируются кривыми рис. 5, которые хорошо «сшиваются» с соответствующими кривыми рис. 3, 4 при  $\xi \sim 1$ . На предельно больших дистанциях ( $\xi \gg \max\{M, 1\}$ ) коэффициент передачи  $\eta$  изменяется в зависимости от  $z$  подобно плотности энергии поля точечного изотропного источника [19] ( $\eta \sim \exp(-\alpha z) / z$ ,  $\alpha = \kappa + \sqrt{\sigma \kappa \langle \gamma^2 \rangle / 2}$ ), а временные характеристики сигнала — по закону  $\delta_1 = \xi - 2$ ,  $\delta_2^2 = \xi - 4$ . При  $M = \infty$ ,  $\xi > 2$  имеем  $\delta_1 = \delta_2^2 - \xi$  (это справедливо для той области пространства, где в случае  $P_0 = \text{const}$  устанавливается стационарное угловое распределение яркости с дисперсией  $\Omega_\infty$ ).

\* Условие  $\sigma l \ll 1$  обеспечивает уход основной части рассеянного света из аксиальной области пучка (с поперечным размером  $\sim \sqrt{\Sigma_0 + \Sigma_n}$ ) при  $z > z'$ .

Для сравнения напомним, что время задержки «центра тяжести» импульса, распространяющегося в свободном пространстве после прохождения через слой среды с узкой индикатрисой рассеяния, тоже линейно растет с дистанцией ( $\bar{t} = z/c + \Delta_1$ ,  $\Delta_1 \sim z$ ), а уширение импульса происходит быстрее, чем в рассеивающей и поглощающей среде на больших дистанциях:  $\Delta_2 \sim z$  (вместо  $\Delta_2 \sim \sqrt{z}$ ). Указанное совпадение зависимостей  $\Delta_1(z)$  объясняется тем, что дисперсия углового распределения средней по времени яркости (определяющая локальную скорость перемещения «центра тяжести» импульса) в обоих рассматриваемых случаях остается неизменной по мере увеличения  $z$ . Замедление роста длительности импульса в поглощающей среде представляется естественным, если учесть, что увеличение времени запаздывания фотона (по отношению к моменту прихода переднего фронта сигнала) сопровождается повышением вероятности его поглощения (среда «съедает» сильно отстающие фотоны).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ерухимов Л. М., Зарницына И. Г., Кирш П. И.—Изв. вузов — Радиофизика, 1973, 16, № 4, с. 573.
2. Ishimaru A., Hong S. F.—Radio Sci., 1975, 10, p. 637.
3. Ishimaru A.—JOSA, 1978, 68, № 8, p. 1045.
4. Ishimaru A.—Radio Sci., 1979, 14, № 2, p. 269.
5. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах.— М.: Мир, 1981.
6. Минин И. М.—Сб.: Теоретические и прикладные проблемы рассеяния света.— Минск: Наука и техника, 1971.
7. Романова Л. М. Нестационарное световое поле в мутных средах.— Минск: Наука и техника, 1971.
8. Романова Л. М.—Изв. АН СССР — Физика атмосферы и океана, 6, № 5, 489 (1970); 5, № 5, 463 (1969).
9. Зеге Э. П., Кацев И. Л., Шербаф И. Д.—Изв. АН СССР — Физика атмосферы и океана, 1973, 9, № 9, с. 937.
10. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II.— М.: Наука, 1978.
11. Furutsu K.—J. Math. Phys., 1979, 20, № 4, p. 617.
12. Долин Л. С.—Изв. вузов — Радиофизика, 1966, 9, № 1, с. 61.
13. Лучинин А. Г., Савельев В. А.—Изв. вузов — Радиофизика, 1969, 12, № 2, с. 256.
14. Лучинин А. Г.—Изв. АН СССР — Физика атмосферы и океана, 1974, 10, № 12, с. 1312.
15. Долин Л. С.—Изв. АН СССР — Физика атмосферы и океана, 1980, 16, № 1, с. 55.
16. Ito S.—Radio Sci., 1980, 15, № 5, p. 893.
17. Долин Л. С.—Изв. вузов — Радиофизика, 1968, 11, № 6, с. 840.
18. Вреггер Н.—Radio Sci., 1964, 68D, № 9, p. 967.
19. Долин Л. С.—ДАН СССР, 1981, 260, № 6, с. 1344.
20. Ремизович В. С., Рогозкин Д. Б., Рязанов М. И. VI Всесоюзный симпозиум по распространению лазерного излучения в атмосфере. Тезисы докладов (Ч. I).— Томск: 1981, с. 155.
21. Долин Л. С.—Изв. АН СССР — Физика атмосферы и океана, 1983, 19, № 4.
22. Фейзулин З. И., Кравцов Ю. А.—Изв. вузов — Радиофизика, 1967, 10, № 1, с. 68.

Институт прикладной физики  
АН СССР

Поступила в редакцию  
6 июля 1982 г.

#### ON THE PASSAGE OF A PULSE LIGHT SIGNAL THROUGH AN ABSORBING MEDIUM WITH STRONG ANISOTROPIC SCATTERING

L. S. Dolin

A problem is considered on the passage of a pulse wave beam through the medium with strongly anisotropic scattering and sufficiently large absorption. A dependence is studied of time delay and characteristic duration of the signal received on the trace length and the initial beam width.