

УДК 534.222.2 : 143

ДВИЖЕНИЕ СОЛИТОНА SINE-GORDON В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНОЙ СИСТЕМЕ

Ф. Х. Абдуллаев, Н. А. Хикматов

Изучается движение солитона sine-Gordon (SG) в системе с флуктуирующими параметрами с помощью моделирования на ЭВМ. Исследована трансформация профиля солитона при сильных случайных изменениях параметров системы вдоль направления распространения солитона. Показано, что происходит торможение солитона, и вычислена зависимость скорости от времени. Изучена зависимость результатов от величины возмущения.

1. В последнее время привлекает внимание проблема динамики солитонов в случайно-неоднородных средах [1–5]. В работе [2] изучалось движение солитона под действием случайных возмущений с помощью моделирования на хаотически неоднородной линии и было найдено затухание солитона. В рамках борновского приближения в работе [3] изучено излучение солитона в случайно-неоднородной системе, описываемой уравнением sine-Gordon, в работе [4] вычислено уширение солитона уравнения Клейн—Гордон с кубической нелинейностью при движении в поле случайного потенциала. Во всех этих работах рассматривалось влияние слабых случайных возмущений. В то же время для целого ряда задач физики конденсированного состояния представляет интерес изучение динамики солитонов под действием сильных случайных возмущений [5]. К ним относятся солитоны в аморфных магнетиках типа спинового стекла, системы фазовых переходов смещения с дефектами, волны зарядовой плотности в системах со случайными примесями и т. д. Во всех этих случаях обычная теория возмущений часто неприменима.

В настоящей работе мы рассмотрим с помощью численного моделирования движение солитона SG в нелинейной среде с сильными случайными неоднородностями. Распространение солитона описывается стохастическим уравнением

$$u_{tt} - u_{xx} + (1 + \varepsilon(x)) \sin u = 0. \quad (1)$$

Уравнение (1) записано в стандартных безразмерных переменных $t = \tau\omega_0$, $x = x'(\omega_0/c_0)$, где ω_0 — характеристическая частота, c_0 — предельная скорость. Здесь $\varepsilon(x)$ — гауссова случайная функция с нулевым средним

$$\langle \varepsilon \rangle = 0, \quad \langle \varepsilon(x)\varepsilon(y) \rangle = \sigma_\varepsilon^2 B_\varepsilon(x - y, l_\varepsilon). \quad (2)$$

При $l_\varepsilon \rightarrow 0$ $B_\varepsilon(x - y) \rightarrow \delta(x - y)$, l_ε — корреляционная длина.

Уравнение (1) описывает, например, магнитные солитоны в неупорядоченных квазиодномерных магнетиках. Так, оно появляется в системе, описываемой гамильтонианом

$$H = -J \sum_i \bar{S}_i \bar{S}_{i+1} + A \sum_i (S_i^z)^2 - g \mu_B H^x \sum_i S_i^x - \sum_i h_i^x S_i^x,$$

где J — обменная константа и A — константа анизотропии, $A, J > 0$, H^x — внешнее магнитное поле, h_i^x — гауссово случайное магнитное поле на узлах, S — классический вектор спина [6]. Тогда $c_0^2 = 2AJS^2a^2$, $\omega_0^2 = 2Ag_{\mu B}H^xS$. Уравнение типа (1) возникает также при описании движения джозефсоновского вихря в случайно-неоднородном длинном переходе.

2. Приведем далее результаты численного моделирования. Начальное условие выбираем в виде одиночного солитона

$$u_0 = 4 \operatorname{arctg} \exp [(x - vt) (\sqrt{1 - v^2})^{-1}]. \quad (3)$$

Уравнение (1) интегрировалось с помощью явной разностной схемы на ЭВМ при следующих условиях: шаг по координате Δx и шаг по времени Δt выбирались равными $k = \Delta x = \Delta t = 0,1$. Время счета t менялось от 0 до 75, расстояние от 0 до 60. С помощью генератора случайных чисел было разыграно 15 различных реализаций случайных функций $\varepsilon(x)$ по 1000 точек в каждой реализации. Реализации соответствуют модели дискретного сильного белого шума с $\sigma^2 = 3$. Кроме этого были выполнены расчеты с $\sigma^2 = 0,6$ и $0,3$. При вычислениях мы применяли явную разностную схему в форме, предложенной в [7]:

$$u_m^{n+1} = -u_m^{n-1} + u_{m+1}^n + u_{m-1}^n - (1 + \varepsilon(x_m)) k^2 \sin [(1/2) (u_{m+1}^n + u_{m-1}^n)]. \quad (4)$$

Расчет среднего поля $\langle u \rangle$ по всем реализациям $\varepsilon(x)$ выполнен для значений скорости $v_0 = 0,2; 0,7; 0,9$.

В случае когда начальная скорость равна $v_0 = 0,2$ (см. рис. 1), из данных расчета следует, что ширина солитона увеличивается на $\Delta d_s = 2,0$. Интенсивность излученного шума мала, что подтверждают результаты анализа, основанного на борновском приближении [3]. Расчет показал также, что солитон зацепляется на случайных неоднородностях, начиная со времен $t \geq 7,5$, и осциллирует как классическая частица около положения $x = 1,0$.

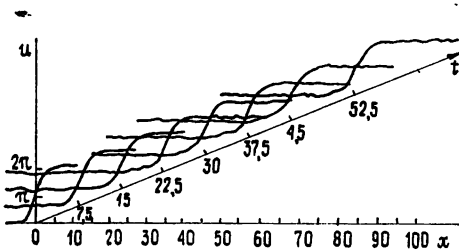


Рис. 1.

Опишем далее случай, когда $v_0 = 0,7$ (рис. 2). На рис. 2 приведены результаты для эволюции среднего поля. Расчет показывает, что солитон уширяется, $\Delta d_s = 3,5$ при временах пробега $t \simeq 45$. Наблюдается торможение солитона (см. рис. 6), и скорость его уменьшается до $v_f = 0,43$. Отметим, что при $t \geq 60$ нет стационарного решения — солитон отра-

щивает заметный хвост, который растет со временем. Профиль солитона сильно деформируется и нельзя пользоваться адиабатическим приближением. Эволюция среднего поля при $v_0 = 0,9$ показана на рис. 3—5. На рис. 3, 4 приведены результаты для наиболее характерных реализаций, на рис. 5 — эволюция среднего поля. Видно, что солитон уширяется на $\Delta d_s = 1,5$ за время $t = 60$. Скорость уменьшается до величины $v_f = 0,75$ (рис. 6). Эффект излучения шума меньше по сравнению со случаем $v_0 = 0,7$ и порядка наблюдаемого при $v_0 = 0,2$. Найдено, что солитоноподобное решение доминирует при $t \leq 65$.

Торможение солитона за счет случайных неоднородностей означает появление эффективного затухания τ в системе, т. е. скорость солитона затухает по закону $v_0 \exp(-t/\tau)$.

Отсюда вытекают интересные следствия для реальных систем, описываемых уравнением SG. В частности, как показывает анализ работы [8], существование торможения солитонов за счет случайных неоднородностей в системе приводит к увеличению эффектов дальнего порядка. Последнее обстоятельство может быть проведено в экспериментах по рассеянию нейтронов путем искусственного варьирования концентрации случайных примесей в системе.

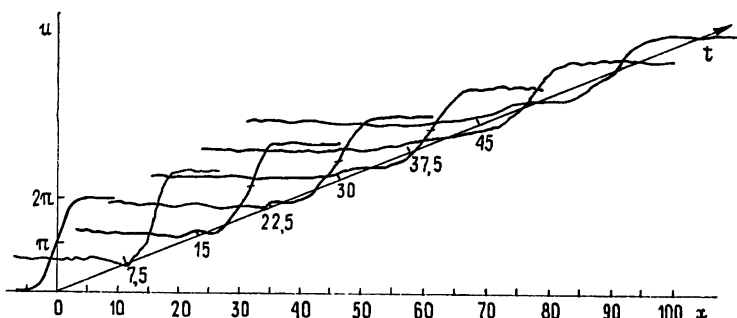


Рис 2 Трансформация профиля солитона при $v_0=0,7$.

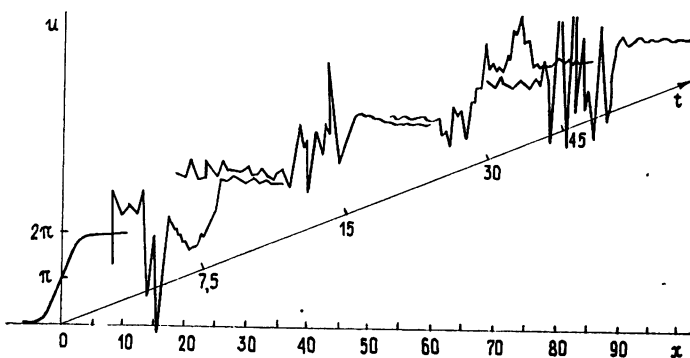


Рис. 3.

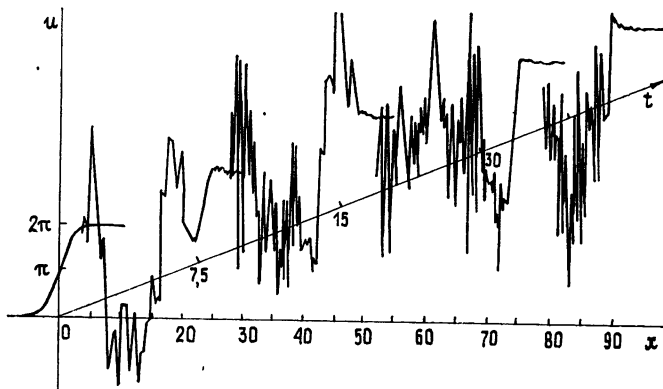


Рис. 4.

На рис. 7 представлены результаты численного моделирования среднего поля для $\sigma^2=0,6$ при $v_0=0,7$. Видно, что профиль солитона модифицируется слабо, имеются лишь слабые осцилляции в области хвоста.

Как показывает численный анализ, при малых и больших скоростях ($v \rightarrow 1$) солитона излучение мало. Это обстоятельство можно понять из следующих качественных соображений. Представим полное решение уравнения (1) в виде

$$u = u_s + u_{\text{изл}}, \quad u_{\text{изл}} \sim \varepsilon^2. \quad (5)$$

Уравнение для поля излучения есть

$$(u_{\text{изл}})_{tt} - (u_{\text{изл}})_{xx} + (\cos(u_{\text{сол}}) u_{\text{изл}} = \varepsilon R(u_{\text{сол}}). \quad (6)$$

При $v \rightarrow 0$ член $(u_{\text{изл}})_{tt} \sim v^2 u_{\text{изл}}$ мал и в основном происходит деформация профиля солитона.

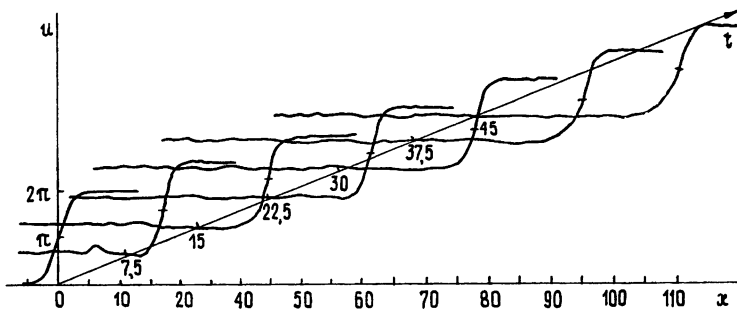


Рис. 5. Зависимость скорости солитона от времени при $v_0=0,7; 0,9$.

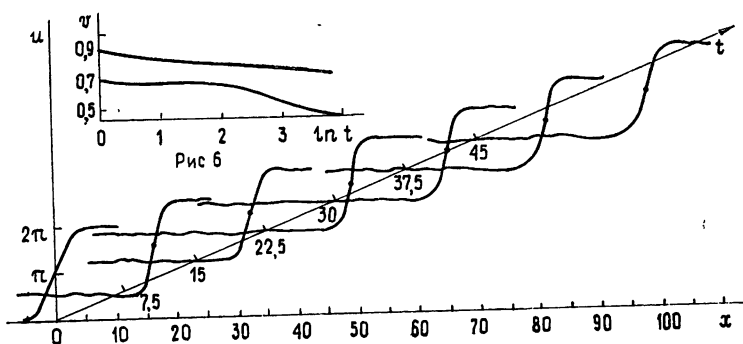


Рис. 7.

При $v \rightarrow 1$ ширина солитона $d_s \rightarrow 0$ и становится меньше корреляционной длины. Поэтому можно ожидать, что движение солитона в этом случае будет иметь адиабатический характер и возбуждение непрерывного спектра мало [9].

Представляет также интерес изучить движение солитона SG в случайно-неоднородной системе, когда корреляционная длина l_e становится порядка ширины солитона d_s . Этот вопрос требует отдельного рассмотрения.

Авторы признательны Ю. А. Кравцову и В. Г. Маханькову за полезные обсуждения, Е. Н. Пелиновскому за ценные советы и замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абдуллаев Ф. Х. и др.—Изв. вузов — Физика, 1981, № 12, с. 21.
2. Богатырев Ю. К., Файнштейн С. М.—Изв. вузов — Радиофизика, 1978, 18, № 6, с. 888.
3. Минеев М. Б. и др.—ЖЭТФ, 1981, 81, № 7, с. 280.
4. Пелиновский Е. Н.—В сб. Нелинейные волны.—М.: Наука, 1979, с. 331.
5. Bayeiriswyl D., Bishop A. R.—J. Phys., 1980, C13, p. 1403.

6. Mikeska H. J.— J. Phys. 1978, C11, p. L 29.
7. Ablowitz M. J.— SIAM, 1981, 58, p. 17.
8. Kazumi Maki— Phys. Rev., 1981, B24, p. 335.
9. Karpmann V. I., Solov'ev V. V.— Phys. Lett., 1981, 82A, p. 205.

Институт кибернетики с Вычислительным центром
Узбекского научно-производственного объединения
«Кибернетика» АН УзССР

Поступила в редакцию
13 января 1982 г.,
после доработки
15 сентября 1982 г.

THE MOTION OF A SINE-GORDON SOLITON IN A RANDOM MEDIA

F. Kh. Abdullaev, N. A. Khikmatov

The motion of a sine-Gordon soliton in the system with the fluctuated parameters is studied. The transformation of the soliton profile under action of the strong random fluctuations of the parameters along the direction of the soliton propagation is investigated. The soliton velocity is shown to damp and this damping is calculated. The influence of the perturbation intensity is studied.

Аннотации депонированных статей

УДК 538.566

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ТЕ-ТИПА В ПЛОСКОМ ИМПЕДАНСНОМ ИЗОТРОПНОМ ВОЛНОВОДЕ

В. В. Новиков, А. А. Лейзерович

Рассматривается электромагнитное поле, создаваемое вертикальным магнитным диполем в плоском импедансном волноводе. Решение задачи строится в виде разложения поля по собственным функциям поперечного оператора. Построена динамика собственных значений поперечного оператора, в зависимости от параметра волновода. Обсуждаются вопросы вырождения собственных значений.

*Статья депонирована в ВИНТИ,
рег. № 583-83. Деп. от 2 февраля 1983 г.*

УДК 538.565.3

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ И УГЛОВЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАГНИТОИОННЫХ КОМПОНЕНТ ВОЛНЫ, ОТРАЖЕННОЙ ОТ СЛОЯ F₂

Ю. В. Березин, Н. В. Поганова

Изложены результаты экспериментальных исследований пространственных и угловых свойств характеристических волн, отраженных от ионосферы. Приводятся сведения о комплексных коэффициентах пространственной корреляции, измеренных в плоскости волнового фронта, а также о флуктуациях и средних значениях углов прихода обеих магнитоионных компонент волны, отраженной от слоя F₂ при вертикальном зондировании.

*Статья депонирована в ВИНТИ,
рег. № 582-83. Деп. от 2 февраля 1983 г.*