ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVI, № 3 *РАДИОФИЗИКА* *1983*

УДК 550.388.2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК МОНОХРОМАТИЧЕСКИХ ОНЧ ВОЛН И ПАРАМЕТРОВ ОКРУЖАЮЩЕЙ ПЛАЗМЫ ПО АМПЛИТУДНЫМ ВОЛНОВЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ НА СПУТНИКАХ

А. Е. Резников, Д. Р. Шкляр

Получены аналитические формулы, позволяющие по амплитудным волновым измерениям восстановить магнитное и электрическое (с точностью до знака) поля волны и (также с точностью до знака) векторы волновой нормали и групповой скорости С привлечением дополнительной информации о моде распространения волны могут быть восстановлены такие параметры окружающей плазмы, как циклотронная и ленгмюровская частоты. Анализ ограничен двумя предположениями: о монохроматическом характере волны и круговой поляризации магнитного поля ОНЧ волны. Последнее справедливо для широкого диапазона углов и параметров ионосферной и магнитосферной плазмы.

Одной из основных задач, которая решается с помощью волновых измерений на ИСЗ, является определение характеристик волн и параметров магнитосферной плазмы [1–4]. Данные волновых измерений на ИСЗ служат источником информации о местоположении и физических свойствах источника волны, характере распространения волны, а также основой для анализа взаимодействия волн и частиц в магнитосферной плазме (см., например, [3] и цитируемую там литературу).

Полные волновые измерения предполагают определение трех компонент электрического и трех компонент магнитного поля, включая измерение фаз. Однако измерение относительных фаз между отдельными компонентами и сохранение этой информации без искажений до проведения анализа — весьма сложная задача. Это побуждает исследователей искать пути определения характеристик волны на основе более достоверных амплитудных измерений. Такая задача сформулирована в [5]. Полученная в [5] нелинейная система уравнений предполагает шестикомпонентные измерения и может быть решена численными методами.

В настоящей работе предложен иной (по сравнению с [5]) подход к решению данной задачи, при котором используется предположение о круговой поляризации магнитного поля свистовой волны. Последнее имеет место в холодной плазме при $\sin^2\theta\omega\omega_c/\cos\theta(\omega_p^2-\omega^2)\ll 1$ [6]. В этом случае удается получить точное аналитическое решение задачи, причем достаточно ограничиться пятикомпонентными измерениями, как это имеет место на спутнике «Ореол-3».

Как известно, электромагнитное поле в ОНЧ диапазоне в ряде случаев можно представить в виде одной плоской квазимонохроматической волны [7]. Использование этого предположения делает развитый ниже подход перспективным прежде всего для анализа излучений дискретного характера, в частности сигналов ОНЧ передатчиков, установленных на Земле и на спутнике.

1. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ВОЛНЫ

Прежде чем выбрать величины, задающие монохроматическую волну частоты ω, приведем кратко основные необходимые сведения о ее структуре, которые следуют из уравнений Максвелла и выражений для поляризационных коэффициентов ОНЧ волны в магнитоактивной плазме без поглощения [6].

Магнитное и электрическое поля волны в общем случае имеют эллиптическую поляризацию. Плоскость поляризации магнитного поля перпендикулярна волновому вектору $\boldsymbol{k}$, причем малая полуось эллипса $\boldsymbol{a}$ лежит в плоскости $(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{B}_0)$, образуемой волновым вектором и внешним магнитным полем, а большая полуось эллипса $\boldsymbol{A}$ перпендикулярна этой плоскости. Для электрического поля, наоборот, малая полуось коллинеарна вектору $\boldsymbol{A}$, а большая полуось лежит в плоскости $(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{B}_0)$, причем имеет как проекцию вдоль волнового вектора $\boldsymbol{k}$, так и перпендикулярную к нему. Эта последняя, так же как и малая полуось эллипса, связана с магнитным полем уравнением Максвелла

$$[\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{\mathcal{E}}] = (\omega/c)\boldsymbol{H}.$$

Кроме того, ОНЧ волна является правополяризованной, т. е. направления вращения электрического и магнитного векторов совпадают с направлением вращения электронов во внешнем магнитном поле.

Для определения характеристик волны по амплитудным измерениям необходимо знать ориентацию внешнего магнитного поля $\boldsymbol{B}_0$. Предполагая последнюю величину известной, обозначим через b_x, b_y, b_z компоненты единичного вектора $\boldsymbol{b}$ в направлении $\boldsymbol{B}_0$ в системе координат x, y, z, связанной со спутником:

$$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{B}_0/B_0.$$

Не ограничивая общности, можно считать все величины b_i положительными. Будем также, для определенности, считать, что проекция вектора $\boldsymbol{a}$ на $\boldsymbol{B}_0$ отрицательна $(\boldsymbol{ab} \equiv a_{\parallel} < 0)$, а векторы $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{b}$ образуют правую тройку, т. е. $[\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{A}]\,\boldsymbol{b} > 0$. При этом магнитное и электрическое поля ОНЧ волны определяются следующими выражениями:

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{A}\cos\Psi + \boldsymbol{a}\sin\Psi; \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\mathcal{E}} = \pm\left[\left(\frac{\boldsymbol{a}A}{aN} + \frac{\boldsymbol{\varkappa}E_{\parallel}}{N}\right)\cos\Psi - \frac{\boldsymbol{A}a}{AN}\sin\Psi\right]. \tag{2}$$

Здесь $\boldsymbol{a}$ — малая полуось эллипса поляризации магнитного поля с $a_{\parallel} < 0$, $\boldsymbol{A}$ — большая полуось эллипса поляризации магнитного поля, причем $[\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{A}]\,\boldsymbol{b} > 0$, $\Psi = \Psi_0 - \omega t$ — фаза волны, где Ψ_0 — начальная фаза, $N = kc/\omega$ — показатель преломления волны, $E_{\parallel}$ — умноженная на N амплитуда электрического поля волны вдоль $\boldsymbol{k}$ и

$$\boldsymbol{\varkappa} = [\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{A}]/aA. \tag{3}$$

Из условий ортогональности $\boldsymbol{k}$ плоскости поляризации магнитного поля волны следует, что векторы $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{\varkappa}$ коллинеарны. При этом знак «+» или «—» в уравнении (2) выбирается в зависимости от того, параллельны либо антипараллельны векторы $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{\varkappa}$. Существенно, что при выборе поля в виде (2) и сделанных ограничениях на векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{A}$ входящая в (2) величина $E_{\parallel}$ всегда положительна. Таким образом, для задания волны введено 8 величин: a_i, A_i, N, $E_{\parallel}$. Два уравнения для их определения получим из условий ортогональности вектора $\boldsymbol{A}$ к векторам $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$:

$$\sum_l A_l b_l = 0; \quad (4)$$

$$\sum_l A_l a_l = 0. \quad (5)$$

И еще 6 уравнений получим, выражая измеренные амплитуды электрического и магнитного полей волны ε_i и h_i через введенные величины a_i, A_i, N и $E_{\parallel}$:

$$A_l^2 + a_l^2 = h_l^2; \quad (6)$$

$$\left(\frac{a_l}{a}\frac{A}{N} + \frac{\varkappa_l E_{\parallel}}{N}\right)^2 + \frac{A_l^2}{A^2}\frac{a^2}{N^2} = \varepsilon_l^2. \quad (7)$$

Система уравнений (4)—(7) является исходной для определения введенных 8 величин, характеризующих волну. Как мы видим, знак «±» выпал из системы уравнений, что очевидным образом связано с совпадением плоскостей поляризации электрического и магнитного полей для волн с волновыми векторами $\boldsymbol{k}$ и $-\boldsymbol{k}$. Это делает принципиально невозможным восстановить по амплитудным измерениям знак $\boldsymbol{k}$ и знак векторного произведения $[\boldsymbol{\mathcal{E}} \times \boldsymbol{H}]$, т. е. вектора Пойнтинга.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Дальнейшее рассмотрение удобно провести в цилиндрической системе координат, ось симметрии которой направлена вдоль $\boldsymbol{b}$. Обозначим через $\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{m}$ два единичных репера в плоскости, перпендикулярной $\boldsymbol{b}$, так что $\boldsymbol{m} = [\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{n}]$, а вектор $\boldsymbol{n}$ лежит в плоскости xy и имеет положительную x-компоненту. Указанных условий достаточно для того, чтобы выразить векторы $\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{m}$ через $\boldsymbol{b}$. Элементарные вычисления дают

$$\begin{aligned} n_x &= b_y/r, \quad m_x = b_x b_z/r, \\ n_y &= -b_x/r, \quad m_y = b_y b_z/r, \quad (8) \\ n_z &= 0, \quad m_z = -r, \end{aligned}$$

где $r = \sqrt{b_x^2 + b_y^2}$.

В выбранной цилиндрической системе координат произвольный вектор $\boldsymbol{R}$ характеризуется своей составляющей вдоль магнитного поля ($R_{\parallel}$), модулем составляющей в плоскости, перпендикулярной $\boldsymbol{B}_0$ ($R_{\perp}$), и углом φ_R с репером $\boldsymbol{n}$. Из уравнений (4), (5) и наложенных на векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{b}$ условий (см. разъяснения после (2)) следует:

$$A_{\parallel} = 0; \quad (9)$$

$$\varphi_A - \varphi_a = \pi/2. \quad (10)$$

При этом векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{A}$ представляются в виде

$$\boldsymbol{a} = a_{\parallel}\boldsymbol{b} + a_{\perp}\cos\varphi_a\boldsymbol{n} + a_{\perp}\sin\varphi_a\boldsymbol{m}; \quad (11)$$

$$\boldsymbol{A} = -A_{\perp}\sin\varphi_a\boldsymbol{n} + A_{\perp}\cos\varphi_a\boldsymbol{m}, \quad (12)$$

где учтены соотношения (9), (10). Индекс «a» у φ_a в дальнейшем опускаем.

Прежде чем переходить к решению системы (6), (7), отметим два полезных соотношения, которые получаются сложением трех уравнений (6) и (7):

$$A_{\perp}^2 + a_{\perp}^2 + a_{\parallel}^2 = h^2 \equiv h_x^2 + h_y^2 + h_z^2,$$

$$\frac{A_\perp^2 + a_\perp^2 + a_\parallel^2}{N^2} + \frac{E_\parallel^2}{N^2} = \varepsilon \equiv \varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2. \qquad (13)$$

В цилиндрических переменных система (6) принимает вид (с учетом (9), (10), $i=x,\ y,\ z$)

$$A_\perp^2 (\cos\varphi m_i - \sin\varphi n_i)^2 + [a_\parallel b_i + a_\perp (\cos\varphi n_i + \sin\varphi m_i)]^2 = h_i^2. \qquad (14)$$

Система (14) содержит 4 неизвестные величины, и для ее решения, вообще говоря, необходимо использовать уравнения (7). Однако эти системы могут быть «расцеплены», если уравнения (14) дополнить еще одним соотношением, связывающим величины $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{a}$. В качестве такого условия используем равенство абсолютных величин полуосей A и a, которое имеет место по крайней мере в свистовом диапазоне в плотной холодной плазме [6]: $A_\perp^2 = a_\parallel^2 + a_\perp^2$. Тогда из (13) следует:

$$A_\perp^2 = a_\parallel^2 + a_\perp^2 = h^2/2. \qquad (15)$$

Вводя углы α_i, так что

$$\sin\alpha_i = \frac{n_i}{\sqrt{n_i^2 + m_i^2}}, \quad \cos\alpha_i = \frac{m_i}{\sqrt{n_i^2 + m_i^2}}, \qquad (16)$$

и используя (15), из (14) получим

$$[b_i a_\perp - a_\parallel (m_i^2 + n_i^2)^{1/2} \sin(\varphi + \alpha_i)]^2 = h^2/2 - h_i^2.$$

Извлекая квадратный корень, имеем

$$\begin{aligned} b_x a_\perp - a_\parallel (m_x^2 + n_x^2)^{1/2} \sin(\varphi + \alpha_x) &= \pm f_x, \\ b_y a_\perp - a_\parallel (m_y^2 + n_y^2)^{1/2} \sin(\varphi + \alpha_y) &= \pm f_y, \\ b_z a_\perp - a_\parallel m_z \sin\varphi &= \pm f_z, \end{aligned} \qquad (17)$$

где введено обозначение $f_i = \sqrt{h^2/2 - h_i^2}$. Деля первое уравнение в (17) на b_x, а второе — на b_y и вычитая второе из первого, получим

$$\frac{a_\parallel \cos\varphi r}{b_x b_y} = \mp \frac{f_x}{b_x} \pm \frac{f_y}{b_y}. \qquad (18)$$

Далее, складывая полученные после деления на b_x и b_y соответственно первое и второе уравнения (17) и используя (18), получим

$$a_\perp - \frac{a_\parallel \sin\varphi\, b_z}{r} = \pm \frac{b_x f_x}{r^2} \pm \frac{b_y f_y}{r^2}. \qquad (19)$$

При выводе (18), (19) использованы определения углов α_x, α_y (16) и соотношения (8). Исключая из (19) величину $a_\parallel \sin\varphi$ с помощью последнего из уравнений (17), для $a_\perp$ получим окончательно

$$a_\perp = \pm b_x f_x \pm b_y f_y \pm b_z f_z. \qquad (20)$$

Условие положительности $a_\perp$ и требование симметрии выражения относительно координат $x,\ y,\ z$ дают возможность однозначного выбора знаков (верхнего) во всех выражениях. Тогда соотношения (15), (18)—(20) и условие $a_\parallel < 0$ однозначно определяют величины $a_\parallel$, $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$, а следовательно, и векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{A}$ (см. (11), (12)). При этом соотношение (3) определяет (с точностью до знака) направление волнового вектора на основе амплитудных измерений магнитного поля волны. Если же интересоваться лишь углом θ между волновым вектором и внешним магнитным полем, то из условий перпендикулярности $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{k}$ и компланарности векторов $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{k}$ имеем

$$|\cos\theta| = \frac{a_\perp}{a} = \frac{b_x f_x + b_y f_y + b_z f_z}{(f_x^2 + f_y^2 + f_z^2)^{1/2}}.$$

3. ГРУППОВАЯ СКОРОСТЬ ВОЛНЫ И ПАРАМЕТРЫ ОКРУЖАЮЩЕЙ ПЛАЗМЫ

Обратимся теперь к уравнениям (7). В случае трех электрических измерений система (7) является переопределенной, так как содержит три уравнения для определения двух неизвестных величин $E_\parallel$ и N. Формально, однако, уравнения (7) можно рассматривать как систему трех линейных неоднородных уравнений для величин $E_\parallel^2/N^2$, $E_\parallel/N^2$ и $1/N^2$ и представить ее решение в виде

$$E_\parallel^2/N^2 = \Delta_1/\Delta, \quad E_\parallel/N^2 = \Delta_2/\Delta, \quad 1/N^2 = \Delta_3/\Delta,$$

где Δ — определитель системы, а $\Delta_{1,2,3}$ — соответствующие определители для неизвестных. Поскольку эти неизвестные не являются независимыми, то определители $\Delta_{1,2,3}$ должны удовлетворять очевидному соотношению

$$\Delta_2^2 = \Delta_1 \Delta_3,$$

которое является условием совместимости системы (7). Фактически это соотношение отражает связь между измерениями амплитуд электрического поля волны, налагаемую условием круговой поляризации электрического поля в плоскости, перпендикулярной волновому вектору $\boldsymbol{k}$.

Перейдем теперь к случаю двух электрических измерений, считая, для определенности, известными амплитуды ε_x и ε_y. Перепишем первые два уравнения (7) с учетом равенства абсолютных величин эллипса поляризации магнитного поля a и A:

$$\begin{aligned}(\varkappa_x E_\parallel + a_x)^2 + A_x^2 &= \varepsilon_x^2 N^2,\\ (\varkappa_y E_\parallel + a_y)^2 + A_y^2 &= \varepsilon_y^2 N^2.\end{aligned} \tag{21}$$

Напомним, что в системе (21) неизвестными являются величины $E_\parallel$ и N. Умножая первое уравнение на ε_y^2, а второе — на ε_x^2 и вычитая одно из другого, получим, с учетом (6), для $E_\parallel$ квадратное уравнение вида

$$\alpha E_\parallel^2 + 2\beta E_\parallel + \gamma = 0, \tag{22}$$

где

$$\begin{aligned}\alpha = \varkappa_x^2 \varepsilon_y^2 - \varkappa_y^2 \varepsilon_x^2, \quad \beta = \varkappa_x a_x \varepsilon_y^2 - \varkappa_y a_y \varepsilon_x^2,\\ \gamma = h_x^2 \varepsilon_y^2 - h_y^2 \varepsilon_x^2.\end{aligned} \tag{23}$$

Два решения для $E_\parallel$ есть

$$E_{\parallel\,1,2} = (-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \alpha\gamma})/\alpha. \tag{24}$$

Поскольку величина $E_\parallel$, по определению, положительна, то вопрос о выборе решения возникает только в случае, когда оба корня положительны. Очевидно, что последнее может иметь место только при

$$0 \leqslant \alpha\gamma \leqslant \beta^2. \tag{25}$$

В силу условия (25) ясно, что правильный выбор знака корня должен обеспечить предельный переход $\alpha\gamma \to 0$. В случае $\alpha \to 0$ выбор знака очевиден, так как уравнение (22) при этом имеет единственное решение $E_\| = -\gamma/2\beta$, которое соответствует меньшему по абсолютной величине корню (24).

Что касается $\gamma \to 0$, то из определения (23) ясно, что это имеет место по крайней мере в случае совпадения плоскостей и круговой поляризации электрического и магнитного полей. Для ОНЧ волн, как известно [6], последнее реализуется при распространении волны вдоль внешнего магнитного поля, когда отсутствует продольная составляющая электрического поля волны. Поэтому при $\gamma \to 0$ мы должны получить $E_\| \to 0$, что соответствует тому же выбору корня, что и для случая $\alpha \to 0$. Таким образом, в случае, когда оба корня (24) положительны, необходимое решение системы (21) описывается меньшим по абсолютной величине корнем:

$$E_\| = (-\beta + \operatorname{sign}\beta \sqrt{\beta^2 - \alpha\gamma})/\alpha.$$

Величина N^2 определяется теперь любым из уравнений (21), например

$$N^2 = \varepsilon_x^{-2}[(\varkappa_x E_\| + a_x)^2 + A_x^2].$$

В конце разд. 2 было определено направление (с точностью до знака) вектора волновой нормали. Используя дополнительную информацию, содержащуюся в системе (21), можно определить другие важные характеристики волны и параметры плазмы. В частности, выражение для вектора Пойнтинга, усредненного по периоду волны, имеет вид

$$\boldsymbol{S} = \pm \frac{c}{4\pi}\left(\frac{a^2}{N}\boldsymbol{\varkappa} - \frac{E_\|}{2N}\boldsymbol{a}\right).$$

Отсюда следует, что групповая скорость волны $\boldsymbol{V}_g$, совпадающая по направлению с $\boldsymbol{S}$, лежит в плоскости $(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{B}_0)$, а отношение продольной и поперечной (по отношению к волновому вектору $\boldsymbol{k}$) составляющих V_g есть

$$|V_{\| k}/V_{\perp k}| = 2a/E_\|.$$

Полученные выражения для $E_\|$ и N^2 позволяют найти плазменную и циклотронные частоты окружающей плазмы. Согласно [6], показатель преломления N^2 и величина $E_\|/a$ в случае холодной плазмы без поглощения определяются соотношениями

$$N^2 = \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega_c|\cos\theta| - \omega)}, \quad \frac{E_\|}{a} = N^2\frac{\omega_c\omega}{\omega_p^2}|\sin\theta|, \tag{26}$$

которые позволяют выразить величины ω_c, ω_p через рассчитанные значения $E_\|$, a, N^2, θ.

Очевидно, что относительная ошибка в определении характеристик волны и параметров плазмы, в частности в определении ориентации волнового вектора $\boldsymbol{k}$, имеет тот же порядок величины, что и относительная ошибка амплитудных измерений.

В заключение выведем условие применимости приближения круговой поляризации магнитного поля. В работе [6] в приближении холодной бесстолкновительной плазмы получено следующее квадратное уравнение для величины $\xi = A/a$:

$$\xi^2 - \delta\xi - 1 = 0, \quad \delta = |\sin^2\theta/\cos\theta|\,\omega\omega_c/(\omega_p^2 - \omega^2), \tag{27}$$

откуда следует, что при малых δ отношение полуосей эллипса поляризации магнитного поля есть

$$A/a=1+\delta/2.$$

Таким образом, при $\delta \ll 1$ магнитное поле волны имеет круговую поляризацию. Это условие, которое соответствует «квазипродольному» распространению волны в плотной плазме, хорошо выполняется для широкого диапазона углов θ и параметров ионосферной и магнитосферной плазмы.

Авторы благодарят В. И. Карпмана, Я. И. Лихтера и О. А. Молчанова за полезные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Поправки к волновым характеристикам при малой эллиптичности магнитного поля волны

При малом, но конечном параметре δ,

$$\delta/2=A/a-1, \tag{П.1}$$

полученное выше решение следует рассматривать как нулевое приближение. Соответствующие величины будем отмечать индексом «0». Отметим, что при круговой поляризации магнитного поля подкоренные выражения $h^2/2-h_i^2$, входящие в f_i, всегда положительны. При эллиптической поляризации это, вообще говоря, неверно: одно из подкоренных выражений может стать отрицательным и иметь абсолютную величину $\sim\delta h^2$. Тогда в нулевом приближении соответствующую величину f_i следует заменить нулем.

Соотношение (27) определяет параметр δ в первом приближении. Из (13), (П.1) при этом следует:

$$A^2=\frac{h^2}{2}\left(1+\frac{\delta}{2}\right),\quad a^2=\frac{h^2}{2}\left(1-\frac{\delta}{2}\right). \tag{П.2}$$

Преобразуем теперь систему (14), вводя величину δ $(i=x,\ y,\ z)$:

$$\begin{gathered} b_i a_\perp - a_\parallel (m_i^2+n_i^2)^{1/2}\sin(\varphi+\alpha_i)=\tilde{f}_i, \\ \tilde{f}_i=\left\{\frac{h^2}{2}\left(1-\frac{\delta}{2}\right)-h_i^2+\delta\,\frac{h^2}{2}(m_i^2+n_i^2)\cos^2(\varphi^0+\alpha_i)\right\}^{1/2}. \end{gathered} \tag{П.3}$$

Система (П.3) в точности совпадает с (17), если заменить f_i на $\tilde{f}_i$. С этой заменой сохраняются и все последующие соотношения для магнитного поля волны:

$$a_\perp=\sum_i b_i\tilde{f}_i,\quad a_\parallel r\sin\varphi=\tilde{f}_z-a_\perp b_z,\quad a_\parallel r\cos\varphi=b_x\tilde{f}_y-b_y\tilde{f}_x, \tag{П.4}$$

где

$$a_\parallel=-\left[(h^2/2)(1-\delta/2)-a_\perp\right]^{1/2}. \tag{П.5}$$

Соотношения (П.2), (П.4), (П.5) определяют эллипс поляризации магнитного поля волны и, следовательно, вектор $\varkappa$ (3) — в первом приближении по параметру δ.

Для определения величин $E_\parallel$ и N^2 обратимся к системе (7). Считая, как и выше, известными амплитуды ε_x и ε_y и исключая величину N^2, получим для $E_\parallel$ квадратное уравнение, аналогичное (22):

$$\tilde{\alpha} E_{\parallel}^2 + 2\tilde{\beta} E_{\parallel} + \tilde{\gamma} = 0, \quad (\text{П.6})$$

где

$$\tilde{\alpha} = \alpha, \quad \tilde{\beta} = \beta(1 + \delta/2), \quad \tilde{\gamma} = \gamma + \delta\,[\varepsilon_y^2 (a_x^2 - A_x^2) - \varepsilon_x^2 (a_y^2 - A_y^2)],$$

а величины α, β и γ определены в (23). Тогда решение для $E_{\parallel}$ определяется формулой (24) с соответствующим переобозначением величин, после чего N^2 задается одним из уравнений (7).

При наличии шестикомпонентных амплитудных измерений параметр δ и соответствующие поправки к волновым характеристикам могут быть оценены на основе экспериментальных данных, без привлечения аналитического выражения (27) для параметра эллиптичности δ. Для этого определенные выше величины $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{a}$, $E_{\parallel}$, N^2 следует рассматривать как функции параметра δ. Подставляя эти выражения в третье уравнение (7) для амплитуды электрического поля ε_z, мы получим одно алгебраическое уравнение для определения параметра δ, решение которого должно лежать в интервале $0 < \delta \ll 1$. Таким образом, экспериментальная оценка поправок к волновым характеристикам при малой, но конечной эллиптичности магнитного поля волны, требует шестикомпонентных амплитудных измерений и сводится к численному решению одного трансцендентного уравнения для δ в узком ($\ll 1$) интервале неизвестного.

ЛИТЕРАТУРА

1. Shawhan S. D.— Space Sci. Rev, 1970, **10**, p. 689.
2. Lefeuvre F., Neubert T, Parrot M. Wave normal directions and wave distribution functions for ground based transmitter signals observed on Geos-1, Note technique CRPE/199, 1981.
3. Storey L. R. O., Lefeuvre F.— Geophys. J. R. Astron Soc, 1979, **56**, p. 255
4. Lefeuvre F., Delannoy C.— Ann Telecomm., 1979, **34**, p 204.
5. Лихтер Я. И Препринт № 9, М, ИЗМИРАН, 1980.
6 Шафранов В. Д — В сб: Вопросы теории плазмы /Под ред. М. А. Леонтовича.— М.: Атомиздат, 1963, вып. 3, § 1—3.
7. Helliwell R A.— Whistlers and Related Ionospheric Phenomena, Stanford University Press, Stanford, Calif, 1965.

Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн АН СССР

Поступила в редакцию 27 июля 1982 г.

DETERMINATION OF MONOCHROMATIC VLF WAVE CHARACTERISTICS AND PARAMETERS OF SURROUNDING PLASMA ACCORDING TO SATELLITE AMPLITUDE WAVE MEASUREMENTS

A. E. Reznikov, D. R. Shklyar

Analytical formulas are obtained for magnetic and electrical wave field restoration as well as the wave normal vector and group velocity (up to the sign accuracy) over amplitude wave measurements. Such parameters of surrounding plasma as cyclotion and Lengmuir frequencies may be restored using additional information on propagation modes. The analysis is limited by two assumptions: on monochromatic character of a wave and circular polarization of its magnetic field. The latter is valid for a wide range of angles and parameters of ionosphere and magnetosphere plasma.