ние ионов о молекулы растворителя. Таким образом, подобный акустический излучатель не может дать акустической волны заметной мощности, особенно на низких частотах. Однако в лабораторных условиях такой излучатель может быть полезен из-за простоты его реализации и возможности без особого труда изменять его диаграмму направленности (путем изменения конфигурации электродов, создающих электрическое поле).

Авторы благодарны А. Л. Вировлянскому за обсуждение результатов и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Debye P.— J. Chem. Phys., 1933, 1, p. 13.
2. Вировлянский А. Л., Малахов А. Н., Черепенников В. В.— Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 6, с. 775.
3. Вировлянский А. Л, Малахов А. Н.— Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 7, с. 851.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию 9 июля 1982 г.

УДК 539.124.17

ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ, ДВИЖУЩИХСЯ В «КОРОТКОМ» МАГНИТЕ

В. Г. Багров, М. М. Никитин, И. М. Тернов, Н. И. Федосов

Рассмотрим электромагнитное излучение, генерируемое электроном, проходящим через систему типа «короткого» магнита. Под системой типа «короткого» магнита будем понимать следующее: до момента попадания в «короткий» магнит электрон двигался равномерно и прямолинейно со скоростью $v = c\beta$ (c — скорость света), в «коротком» магните внешние электромагнитные поля изменяют направление движения электрона без заметного изменения его полной энергии $\mathscr{E}$, после вылета из «короткого» магнита электрон движется вновь равномерно и прямолинейно практически с той же скоростью, причем угол отклонения α (угол между начальным и конечным импульсом электрона) мал и удовлетворяет условию

$$\alpha \ll mc^2/\mathscr{E} < 1, \qquad \mathscr{E} = mc^2(1-\beta)^{-1/2}, \tag{1}$$

где mc^2 — энергия покоя электрона. Таким образом, движение в «коротком» магните фактически является упругим рассеянием электрона на внешнем электромагнитном поле на малый угол.

Некоторые простейшие свойства излучения электрона в «коротком» магните рассматривались в учебниках по классической электродинамике (например, в [1] во второй части § 77 фактически рассматриваются некоторые свойства этого излучения) и в последнее время в работах [2–4].

Здесь мы покажем, что основные характеристики излучения в «коротком» магните могут быть получены методами классической электродинамики в замкнутой аналитической форме и являются физически интересными.

Для анализа свойств излучения удобно систему координат выбрать следующим образом. С высокой степенью точности движение можно считать плоским, и пусть траектория лежит в плоскости $z=0$, ось x ориентируем по направлению средней скорости электрона; ось y выбираем так, чтобы система координат была правой. Будем использовать также обычные сферические координаты r, θ, φ.

В нашей системе координат компоненты скорости электрона до и после вылета из «короткого» магнита есть $v_x = c\beta\cos(\alpha/2)$, $v_y = \pm c\beta\sin(\alpha/2)$, и в силу условия (1)

$$v_x \approx c\beta, \qquad v_y \approx \pm c\beta\alpha/2, \qquad |v_y| \ll v_x. \tag{2}$$

Из уравнения Лоренца в этом случае получим $|\dot\beta_x| \ll |\dot\beta_y|$, а для $\dot\beta_y$ имеет место выражение

$$\dot\beta_y = -ce\beta\mathscr{E}^{-1}(H_z - \beta^{-1}E_y). \tag{3}$$

Здесь точкой обозначена производная по времени, H_z, E_y — соответствующие компоненты электромагнитных полей. Таким образом, в области, где формируется излучение, для «короткого» магнита можно считать $v_y=0$, $v_x=c\beta$, $\dot\beta_x=0$, $\dot\beta_y$ определено выражением (3).

Введем эффективное поле на траектории

$$H_{эфф} = H_z - \beta^{-1}E_y = Hf(s/l), \tag{4}$$

где H — постоянная, $f(s/l)$ — функция распределения поля вдоль дуги траектории s l — характерная длина «короткого» магнита, которую определим ниже. Будем считать $f \geqslant 0$, что, во-первых, соответствует реальности, например, при движении электронных пучков в устройствах типа поворотных магнитов, а, во-вторых, если f знакопеременна, то тогда имеем систему типа ондулятора, основные закономерности излучения в которой хорошо известны (см., например, работы [5, 6] и имеющиеся там ссылки). Если выберем начало отсчета s так, чтобы максимум эффективного поля находился в окрестности $s=0$, а функцию f подчиним условию

$$l^{-1}\int_{-\infty}^{\infty} f^2(s/l)\,ds = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x)\,dx = 1, \tag{5}$$

тогда H — среднеквадратичная амплитуда поля. Введем средний радиус траектории $R=\beta\mathscr{E}/eH$ и эффективное время движения электрона $T=l/c\beta$ в «коротком» магните и зададим связь характерной длины с радиусом $l=\alpha R$.

С учетом сделанных допущений и введенных обозначений простыми расчетами найдем выражение электрического вектора поля излучения в волновой зоне в точке $\boldsymbol{r}$ в момент времени t:

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = e\alpha\beta\boldsymbol{j}\,(2\pi crp^2)^{-1}\int_{-\infty}^{\infty}\psi(q)\exp\,[i\omega(t-r/c)\,]\,d\omega. \tag{6}$$

Здесь вектор $\boldsymbol{j}$ не зависит от частоты ω и в разложении по ортам сферической системы координат $\boldsymbol{e}_\theta$, $\boldsymbol{e}_\varphi$ имеет вид

$$\boldsymbol{j} = A_\sigma\boldsymbol{e}_\varphi + A_\pi\boldsymbol{e}_\theta, \qquad A_\sigma = \cos\varphi - \beta\sin\theta, \qquad A_\pi = \cos\theta\sin\varphi. \tag{7}$$

Функция $\psi(q)$ есть фурье-компонента эффективного поля

$$\psi(q) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\exp(-iqx)\,dx, \qquad q = T\omega p, \qquad p = 1-\beta\sin\theta\cos\varphi, \tag{8}$$

удовлетворяющая, в силу (5), условию

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(q)|^2\,dq = \pi. \tag{9}$$

Из (6) следует, что излучение электрона в «коротком» магните в заданном направлении θ, φ полностью линейно поляризовано и электрический вектор поля излучения параллелен вектору $\boldsymbol{j}$. Для различных направлений θ, φ вектор поляризации различен. Разбиение вектора $\boldsymbol{j}$ по ортам сферической системы координат (7) соответствует разложению поля излучения на σ- и π-компоненты линейной поляризации, известные в теории синхротронного излучения [7, 8].

Из (6) получаем спектрально-угловое распределение излученной энергии W, которое удобно представить в следующем виде:

$$dW = W_0T\Phi(\theta, \varphi;\, q)\,Td\omega d\Omega, \qquad d\Omega = \sin\theta\,d\theta d\varphi, \qquad \omega > 0,$$

$$W_0 = (2ce^2/3R^2)\,\beta^4(\mathscr{E}/mc^2)^4, \qquad \Phi(\theta, \varphi;\, q) = F(\theta, \varphi)\,pg(q), \tag{10}$$

$$F(\theta, \varphi) = 3(1-\beta^2)^2(A_\sigma^2 + A_\pi^2)(8\pi p^5)^{-1}, \qquad g(q) = |\psi(q)|^2\pi^{-1}.$$

Отметим, что из (9) следует очевидное свойство

$$\int_0^{\infty} g(q)\,dq = 1, \tag{11}$$

используя которое легко получить интегрированием в (10) по частоте ω угловое распределение излученной энергии:

$$dW = W_0TF(\theta, \varphi)\,d\Omega. \tag{12}$$

Интегрируя в (12) по углам, найдем полную излученную энергию, а также полную излученную энергию σ- и π-компонент линейной поляризации:

$$W = W_0 T, \qquad W_\sigma = W(6+\beta^2)/8, \qquad W_\pi = W(2-\beta^2)/8. \tag{13}$$

Величина W_0 есть полная мощность синхротронного излучения электрона, движущегося по круговой орбите радиуса R. Тем самым результат (13) совершенно нагляден—полная излученная энергия есть произведение мощности синхротронного излучения на эффективное время движения электрона в «коротком» магните. Степень линейной поляризации излучения в разложении на σ- и π-компоненты совпадает с соответствующими выражениями для синхротронного излучения.

Угловое распределение излучения полностью характеризуется функцией $F(\theta, \varphi)$ и совпадает с мгновенным угловым распределением синхротронного излучения, которое хорошо изучено [7, 8]. В частности, для релятивистского ($\beta \sim 1$) электрона излучение сосредоточено в узком конусе раствором $\Delta\Omega \sim mc^2/\mathscr{E}$ с осью, совпадающей с осью x (максимум в излучении достигается при $\theta=\pi/2$, $\varphi=0$). Все эти совпадения не случайны и являются следствием общих свойств излучения, доказанных в [9].

Спектральные свойства излучения определяются функцией $g(q)$. Если $f(x)$ заметно отличается от нуля только для $|x| \lesssim 1$, то функция $g(q)$ также заметно отлична от нуля при $q \lesssim 1$, а при $q > 1$ убывает с ростом q. Как следует из общих свойств интегралов Фурье, если $f(x)$ непрерывна, то спектральное распределение с ростом ω убывает не медленнее, чем ω^{-4}; если же $f(x)$ имеет разрывы (скачки) (очевидно, этот случай физически нереален), то $g(q)$ убывает не медленнее, чем ω^{-2}. При $\omega=0$ имеем

$$g(0) = |\psi(0)|^2 \pi^{-1}, \qquad \psi(0) = f_0 = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx > 0. \tag{14}$$

Более того, из (8) легко найти при $\omega \to 0$ следующее разложение:

$$|\psi(q)|^2 = f_0^2 [1 - q^2(\overline{x^2} - \bar{x}^2) + \dots], \qquad \overline{x^n} = f_0^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} x^n f(x)\,dx. \tag{15}$$

При $f(x) \geqslant 0$ имеем $\overline{x^2} > \bar{x}^2$ и точка $\omega=0$ является максимумом функции $g(q)$, причем $g'(q=0)=0$. Из вышесказанного следует, что спектр излучения электрона в «коротком» магните представляет собой практически «белый шум», простирающийся* от нуля вплоть до частот $\omega \sim \omega_{\text{кр}}$, где критическая частота $\omega_{\text{кр}} = (c\beta l^{-1})(\mathscr{E}/mc^2)^2$.

Приведем простейшие примеры функции $\psi(q)$ для различного распределения эффективного поля вдоль траектории электрона, наглядно иллюстрирующие наши выводы:

1) $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1/2 \\ 0, & |x| > 1/2 \end{cases}, \qquad \psi(q) = 2q^{-1}\sin(q/2);$

2) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2}\cos \pi x, & |x| < 1/2 \\ 0, & |x| > 1/2 \end{cases}, \qquad \psi(q) = \dfrac{2\sqrt{2}\,\pi \cos(q/2)}{\pi^2 - q^2};$

3) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{8/3}\cos^2 \pi x, & |x| < 1/2 \\ 0, & |x| > 1/2 \end{cases}, \qquad \psi(q) = \sqrt{\dfrac{2}{3}}\,\dfrac{8\pi^2 \sin(q/2)}{q(4\pi^2 - q^2)};$

4) $f(x) = (2\pi)^{-1/4}\exp(-x^2/4), \qquad \psi(q) = (8\pi)^{1/4}\exp(-q^2).$

Для критической частоты $\omega_{\text{кр}}$ имеем при $l \sim 10 \div 100$ *см*, $\mathscr{E} \sim 1$ *ГэВ* оценку $\omega_{\text{кр}} \sim 10^{16} \div 10^{15}$ c^{-1}. Это частоты видимой области спектра. Тем самым излучение электронного пучка в «коротком» магните с такими параметрами представляет собой «белый шум», покрывающий радио-, СВЧ диапазон и простирающийся вплоть до видимого света. Как видим, спектральные свойства рассмотренного здесь излучения существенно отличаются от синхротронного.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля.— М.: Наука, 1973.
2. Багров В. Г., Моисеев М. Б., Никитин М. М., Федосов Н. И. Статья депонирована в ВИНИТИ, рег. № 1380-80. Деп. от 9 апреля 1980 г.

* В [1] сделан вывод, что основная часть излучения сосредоточена в области частот $\omega \sim \omega_{\text{кр}}$. Наш результат существенно уточняет этот вывод, качественно не противореча ему.

3. Бессонов Е. Г — ЖЭТФ, 1981, 80, с. 852.
4. Багров В. Г., Моисеев М. Б, Никитин М. М, Федосов Н. И — Изв вузов — Физика, 1981, № 3, с. 26.
5. Багров В. Г., Гитман Д. М., Соколов А. А., Тернов И. М., Федосов Н. И, Халилов В Р.— ЖТФ, 1975, 45, с. 1948.
6. Тернов И. М., Халилов В. Р., Багров В. Г., Никитин М. М —Изв. вузов— Физика, 1980, № 2, с. 5.
7. Синхротронное излучение. Сб. статей.— М.: Наука, 1966
8. Соколов А. А, Тернов И. М. Релятивистский электрон.— М.: Наука, 1974.
9. Тернов И. М., Багров В. Г., Бордовицын В. А.— Вестник МГУ, 1972, сер. III, № 2, с. 248.

Институт сильноточной электроники
СО АН СССР

Поступила в редакцию
2 марта 1982 г

УДК 621.372

К ТЕОРИИ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ВОЛНОВОДНОГО УСИЛИТЕЛЯ

В. В. Зайцев, П. В Тяпухин

В последние годы значительно возрос интерес к распределенным усилителям СВЧ колебаний миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов, в которых происходит длительное взаимодействие электромагнитной волны с активной нелинейной средой [1–4], например, плазмой полупроводников с отрицательной дифференциальной проводимостью. Распространение электромагнитных волн в безграничных плазменных средах исследовано к настоящему времени достаточно полно (см., например, [5]). Менее изучен данный вопрос при наличии в среде направляющих поверхностей, хотя именно такая ситуация характерна для большинства устройств функциональной СВЧ электроники [1], к которым относится, в частности, и усилитель волноводного типа.

Анализ волноводного усилителя проводится обычно с помощью метода эквивалентных схем [2], применение которого корректно лишь при известной поперечной структуре электромагнитного поля в волноводе При этом чаще всего используется совершенно необоснованное предположение о том, что усилитель осуществляет линейное преобразование поперечного профиля электромагнитной волны, так как это позволяет достаточно просто определить параметры эквивалентной одномерной линии передачи.

В данном сообщении предложен свободный от этого недостатка электродинамический подход к анализу распределенного волноводного усилителя.

Рассмотрим прямоугольный волновод в декартовой системе координат, у которой ось z направлена вдоль волновода, а оси x и y лежат в плоскости широкой и узкой стенки соответственно При $z \gg 0$ волновод заполнен нелинейным полупроводником типа n - GaAs.

Предположим, что на плоскость $z=0$ падает сторонняя электромагнитная волна H_{10}-типа, возбуждающая на границе полупроводника СВЧ колебания вида

$$E_{\text{ст}}(x, t) = E_0 \sin(\pi x/a) \cos \omega t. \tag{1}$$

Здесь E_0 — амплитуда в пучности, ω — частота колебаний, a — размер широкой стенки волновода Учитывая, что стороннее поле (1) при полном по сечению заполнении волновода может вызвать появление в волноводе лишь H_{m0}-мод [6], запишем волновое уравнение для y-компоненты электрического поля в волноводе ($E \equiv E_y$):

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \varepsilon_s \mu_s \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_s \frac{\partial J_e}{\partial t}, \tag{2}$$

где ε_s, μ_s — диэлектрическая и магнитная проницаемости полупроводника, J_e — плотность тока проводимости, являющаяся нелинейной функцией напряженности электрического поля.

Известно [7], что дрейфовая скорость электронов зависит от напряженности электрического поля следующим образом:

$$v(E) = \frac{\mu_0 E + v_s (E/E_c)^4}{1 + (E/E_c)^4}, \tag{3}$$

где μ_0 — подвижность электронов в слабом поле, v_s — насыщенное значение скорости, E_c — константа аппроксимации. Если к полупроводнику приложено постоянное электрическое поле смещения $E_{\text{в}}$ (коллинеарное оси y), которое соответствует точке перегиба характеристики (3) на участке отрицательной дифференциальной подвижности,