КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 534.2—16

ВОЗБУЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ЭЛЕКТРОЛИТЕ ЗА СЧЕТ РАЗДЕЛЕНИЯ ЗАРЯДОВ

А. Н. Малахов, В. В. Черепенников

1. Известно, что в растворе электролита наблюдается эффект Дебая [1-3] — акустическая волна возбуждает в растворе переменное электрическое поле. Причиной этого эффекта является разделение зарядов из-за различия коэффициентов трения катионов и анионов, вследствие чего ионы разных знаков по-разному увлекаются движущимися частицами растворителя.

В настоящей статье показывается, что возможен и обратный эффект: в заданном электрическом поле внутри раствора электролита появляется нескомпенсированное движение растворителя из-за различного увлечения его частиц движущимися в электрическом поле ионами разного знака. Вследствие этого переменное электрическое поле может возбуждать в растворе электролита акустическую волну. Проводится расчет этого эффекта.

2. Рассмотрим слабый (сильно разбавленный) раствор сильного электролита (полная диссоциация). В таком растворе концентрация нейтральных молекул растворителя много больше концентрации положительных n_i и отрицательных n_e ионов. Пусть для простоты имеется по одному сорту положительных и отрицательных ионов с зарядом $\pm e$, (бинарный электролит) Запишем условие электронейтральности раствора

$$\overline{n}_i=\overline{n}_e=\overline{n}.$$

Здесь $n_i = \overline{n}_i + \delta n_i, \qquad n_e = \overline{n}_e + \delta n_e, \qquad \delta n_i,\ \delta n_e \ll \overline{n}.$

В слабом растворе какие-либо взаимодействия между ионами малы, и основными силами, действующими на ионы, являются: сила, действующая со стороны электрического поля, и сила трения ионов о нейтральные молекулы растворителя. По этой причине можно не принимать во внимание электрофоретические, диффузионные и другие явления, связанные с взаимодействием ионов. Вследствие этого уравнения движения ионов и растворителя в заданном электрическом поле $E = E(r, t)$ для единицы объема запишутся в виде

$$\begin{gathered}\rho_e (dv_e/dt) = -\overline{n}eE - \rho_e\nu_e (v_e - v),\\ \rho_i (dv_i/dt) = \overline{n}eE - \rho_i\nu_i (v_i - v),\\ \tilde{\rho}\,(dv/dt) = -\rho_e\nu_e (v - v_e) - \rho_i\nu_i (v - v_i).\end{gathered} \tag{1}$$

Здесь $\rho_e=m_e\overline{n}$, $\rho_i=m_i\overline{n}$, $\tilde{\rho}$ — плотности ионов и растворителя, m_e, m_i — массы ионов, ν_e, ν_i — эффективные частоты соударений ионов с молекулами растворителя, характеризующие их коэффициенты трения, v_e, v_i, v — скорости ионов и растворителя. В правой части последнего уравнения (1) пока опущены силы гидродинамического происхождения, действующие на частицу растворителя.

3. Исключая из (1) скорости ионов и ограничиваясь частотами (d/dt), много меньшими ν_e, ν_i (по порядку величины ν_e, $\nu_i \sim 10^{13}$ *Гц*), получим основное уравнение

$$\rho\frac{dv}{dt} = \alpha\frac{dE}{dt}, \tag{2}$$

описывающее эффект нескомпенсированного движения растворителя в электрическом поле. Здесь $\rho=\tilde{\rho} + \rho_i + \rho_e$ — плотность раствора, $\alpha \equiv (\nu_i - \nu_e)(\nu_i\nu_e)^{-1}\overline{n}e$. Итак, переменное электрическое поле в электролите приводит к дополнительной силе, действующей на частицы растворителя и обязанной различию коэффициентов трения ионов о растворитель.

Полагая $\rho=1$ *г/см*^{3}, $\overline{n}=10^{19}$ $1/$*см*^{3} ($\approx$ 0,01-мольный раствор), $\nu_e=10^{13}$ *Гц* $\ll \nu_i$, можно найти, что переменное электрическое поле с амплитудой 100 *В/см* приводит к амплитуде скорости движения частиц растворителя, равной $1{,}6\cdot10^{-4}$ *см/с*.

4. Обратимся теперь к возбуждению акустических волн в электролите электрическим полем. Ограничиваясь линейным приближением и пренебрегая затуханием акустической волны, можно записать уравнения движения в следующем виде (c — скорость звука, ρ — равновесная плотность раствора, ρ', P — отклонения плотности и давления от равновесных значений), учитывающем эффект нескомпенсированного движения растворителя:

$$\rho_0\frac{\partial v}{\partial t}=\alpha\frac{\partial E}{\partial t}-\nabla P,\qquad \frac{\partial\rho'}{\partial t}+\rho_0\operatorname{div}v=0,\qquad P=c^2\rho'. \tag{3}$$

Отсюда для давления получим волновое уравнение

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2}-\Delta P=-\alpha\operatorname{div}\frac{\partial E}{\partial t}, \tag{4}$$

правая часть которого и является источником акустической волны в растворе электролита.

Ограничиваясь для простоты одномерной волной вдоль направления электрического поля (ось x), полагая $E_x=E(x)e^{-j\omega t}$, где

$$E(x)=\begin{cases}E_0, & x\in[-L/2,\ +L/2]\\ 0, & x \text{ вне } [-L/2,\ +L/2]\end{cases},$$

можно из (4) найти для $x>L/2$ волну давления $P(x,t)=P\exp[-j(\omega t-kx)]$ с $k=\omega/c$ и

$$P=-j\alpha c E_0\sin(kL/2). \tag{5}$$

Максимальная амплитуда волны давления получается при $\sin(kL/2)=1$, например, при $L=\lambda/2$, т. е. когда расстояние между электродами (акустически прозрачными), создающими электрическое поле, равно половине длины волны. В этом случае модуль амплитуды не зависит от частоты и равен

$$P_0=\alpha c E_0. \tag{6}$$

Для напряженности электрического поля $E_0=100$ *В/см*, $c=1500$ *м/с* и при тех же значениях $\overline{n}$ и ν_e, что и ранее, найдем, что $P_0=2{,}4$ *Па*.

Для малых межэлектродных расстояний, когда $L\ll\pi\lambda$, амплитуда волны давления зависит от частоты и ее модуль

$$P_0=\alpha\omega E_0L/2.$$

Для разности потенциалов $E_0L=100$ *В* и тех же значений $\overline{n}$ и ν_e на частоте $f=\omega/2\pi=1$ *кГц* получим $P=5\cdot10^{-2}$ *Па*.

5. Оценим теперь коэффициент полезного действия такого излучателя. Плотность потока мощности плоской гармонической акустической волны равна, как известно, $W_{\text{ак}}=P_0^2/2\rho_0c$. Мощность, расходуемая источником переменного электрического поля в электролите на единицу поперечного сечения, равна $W_{\text{эл}}=L\sigma E_0/2$, где проводимость электролита

$$\sigma=\overline{n}e^2\left[(\nu_em_e)^{-1}+(\nu_im_i)^{-1}\right].$$

Тем самым коэффициент полезного действия рассматриваемого излучателя

$$\eta=\frac{W_{\text{ак}}}{W_{\text{эл}}}=\frac{\alpha^2c\sin^2(kL/2)}{\rho_0\sigma L}=\pi\frac{\rho_e}{\rho_0}\frac{f}{\nu_e}F\left(\pi\frac{L}{\lambda}\right)\frac{[1-(\nu_e/\nu_i)]^2}{[1+(\nu_em_e/\nu_im_i)]}. \tag{7}$$

Функция $F(x)=\sin^2x/x$ имеет основной максимум при $x=1{,}17$ ($L=0{,}37\,\lambda$), равный 0,73. Полагая $\nu_e\ll\nu_i$, $\nu_em_e\ll\nu_im_i$, $L=0{,}37\,\lambda$, из (7) находим оптимальное значение КПД:

$$\eta_{\text{opt}}=2{,}3\,(\rho_ef/\rho_0\nu_e).$$

Если $\rho_e/\rho_0=10^{-2}$, $f=10^3$ *Гц*, $\nu_e=10^{13}$ *Гц*, то $\eta_{\text{opt}}=2{,}3\cdot10^{-12}$. Такой ничтожный КПД излучателя обязан, разумеется, тому, что данный механизм излучения акустической волны является диссипативным — перенос импульса осуществляется через трение ионов о молекулы растворителя. Таким образом, подобный акустический излучатель не может дать акустической волны заметной мощности, особенно на низких частотах. Однако в лабораторных условиях такой излучатель может быть полезен из-за простоты его реализации и возможности без особого труда изменять его диаграмму направленности (путем изменения конфигурации электродов, создающих электрическое поле).

Авторы благодарны А. Л. Вировлянскому за обсуждение результатов и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Debye P.— J. Chem. Phys., 1933, 1, p. 13.
2. Вировлянский А. Л., Малахов А. Н., Черепенников В. В.— Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 6, с. 775.
3. Вировлянский А. Л, Малахов А. Н.— Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 7, с. 851.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию 9 июля 1982 г.

УДК 539.124.17

ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ, ДВИЖУЩИХСЯ В «КОРОТКОМ» МАГНИТЕ

В. Г. Багров, М. М. Никитин, И. М. Тернов, Н. И. Федосов

Рассмотрим электромагнитное излучение, генерируемое электроном, проходящим через систему типа «короткого» магнита. Под системой типа «короткого» магнита будем понимать следующее: до момента попадания в «короткий» магнит электрон двигался равномерно и прямолинейно со скоростью $v = c\beta$ (c — скорость света), в «коротком» магните внешние электромагнитные поля изменяют направление движения электрона без заметного изменения его полной энергии $\mathscr{E}$, после вылета из «короткого» магнита электрон движется вновь равномерно и прямолинейно практически с той же скоростью, причем угол отклонения α (угол между начальным и конечным импульсом электрона) мал и удовлетворяет условию

$$\alpha \ll mc^2/\mathscr{E} < 1, \qquad \mathscr{E} = mc^2(1-\beta)^{-1/2}, \tag{1}$$

где mc^2 — энергия покоя электрона. Таким образом, движение в «коротком» магните фактически является упругим рассеянием электрона на внешнем электромагнитном поле на малый угол.

Некоторые простейшие свойства излучения электрона в «коротком» магните рассматривались в учебниках по классической электродинамике (например, в [1] во второй части § 77 фактически рассматриваются некоторые свойства этого излучения) и в последнее время в работах [2-4].

Здесь мы покажем, что основные характеристики излучения в «коротком» магните могут быть получены методами классической электродинамики в замкнутой аналитической форме и являются физически интересными.

Для анализа свойств излучения удобно систему координат выбрать следующим образом. С высокой степенью точности движение можно считать плоским, и пусть траектория лежит в плоскости $z=0$, ось x ориентируем по направлению средней скорости электрона, ось y выбираем так, чтобы система координат была правой. Будем использовать также обычные сферические координаты r, θ, φ.

В нашей системе координат компоненты скорости электрона до и после вылета из «короткого» магнита есть $v_x = c\beta\cos(\alpha/2)$, $v_y = \pm c\beta\sin(\alpha/2)$, и в силу условия (1)

$$v_x \approx c\beta, \qquad v_y \approx \pm c\beta\alpha/2, \qquad |v_y| \ll v_x. \tag{2}$$

Из уравнения Лоренца в этом случае получим $|\dot\beta_x| \ll |\dot\beta_y|$, а для $\dot\beta_y$ имеет место выражение

$$\dot\beta_y = -ce\beta\mathscr{E}^{-1}(H_z - \beta^{-1}E_y). \tag{3}$$

Здесь точкой обозначена производная по времени, H_z, E_y — соответствующие компоненты электромагнитных полей. Таким образом, в области, где формируется излучение, для «короткого» магнита можно считать $v_y=0$, $v_x=c\beta$, $\dot\beta_x=0$, $\dot\beta_y$ определено выражением (3).