

УДК 621.372.8

ДИФРАКЦИЯ ВОЛНЫ H_{10} НА СИММЕТРИЧНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СТЕРЖНЯХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

Ф. Г. Богданов

Методом проекционного сшивания получено строгое решение для задач дифракции основной волны прямоугольного волновода на диэлектрических стержнях, симметрично расположенных в центре и вдоль боковых стенок волновода. На основе численного анализа установлено существование точек полного прохождения и полного отражения падающей волны.

В работе [1] было показано, что при дифракции волны H_{10} на полубесконечной диэлектрической ступеньке имеют место характерные изломы дифракционных зависимостей в точках возникновения незатухающих высших типов волн. Самостоятельный интерес представляет задача о дифракции волны H_{10} на симметричных диэлектрических стержнях произвольной, но конечной длины, заполняющих всю высоту волновода. В настоящей работе мы покажем, что конечная длина стержней приводит к появлению резонансных эффектов полного прохождения и полного отражения падающей волны. Резонансные свойства, подобные полученным нами, обнаружены рядом авторов и для других структур [[2, 3].

В настоящей работе решение задач дифракции проводится классическим методом частичных областей с привлечением проекционного метода. К настоящему времени различные варианты проекционных методов успешно применяются при решении самых разнообразных волноводных задач [4]. Используемый нами вариант проекционного метода аналогичен развитому в работе [1], поскольку и в данном случае в качестве базисных функций, в отличие от других вариантов метода, используются две группы полных ортогональных систем функций, адекватных рассматриваемой задаче.

Дифракция волны H_{10} на центрально-симметричном стержне. Рассмотрим дифракцию волны H_{10} на диэлектрическом стержне, помещенном симметрично в центре волновода (рис. 1) и поставим задачу о нахождении дифракционного спектра рассеянной волны.

Очевидно, что ввиду симметрии расположения стержня в результате дифракции возникнут лишь нечетные типы волн $H_{2m-1,0}$, так что составляющие рассеянного поля в различных областях волновода (при зависимости от времени $e^{i\omega t}$) запишутся в виде

$$E_{y_1} = \sin t_1(x+a) \exp(-ih_1 z) + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin t_m(x+a) \exp(ih_m z) \quad (z \leq 0); \quad (1)$$

$$E_{y_2} = \sum_{m=1}^{\infty} \{C_m \exp(-ih'_m z) + D_m \exp[ih'_m(z-2l)]\} \Phi_{2m-1}(x) \quad (0 \leq z \leq 2l); \quad (2)$$

$$E_{y_3} = \sum_{m=1}^{\infty} B_m \sin t_m(x+a) \exp[-ih_m(z-2l)] \quad (z \geq 2l)$$

$$(\operatorname{Im} h_m < 0, \operatorname{Im} h'_m < 0), \quad (3)$$

где $h_m = (k_0^2 - t_m^2)^{1/2}$, $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ — волновое число в свободном пространстве, $t_m = \pi(2m-1)/2a$, а h'_m — продольное волновое число в волноводе с диэлектриком, являющееся решением дисперсионного трансцендентного уравнения [5]:

$$\frac{\operatorname{tg} \left[(a-d) \sqrt{k_0^2 - h_m'^2} \right]}{\sqrt{k_0^2 - h_m'^2}} - \operatorname{ctg} \left(\frac{\sqrt{k^2 - h_m'^2} d}{a} \right) = 0; \quad (4)$$

$$\Phi_{2m-1}(x) = \begin{cases} \cos q_m d \frac{\sin p_m(a+x)}{\sin p_m(a-d)} & (-a \leq x \leq -d) \\ \cos q_m x & (-d \leq x \leq d) \\ \cos q_m d \frac{\sin p_m(a-x)}{\sin p_m(a-d)} & (d \leq x \leq a) \end{cases}, \quad (5)$$

$$q_m = (k^2 - h_m'^2)^{1/2}, \quad p_m = (k_0^2 - h_m'^2)^{1/2}, \quad k = \omega \sqrt{\epsilon \mu_0}.$$

Последовательность A_m и B_m комплексных амплитуд волн $H_{2m-1,0}$ подлежит определению.

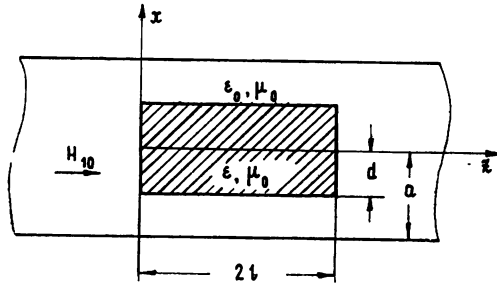


Рис. 1.

Используя условия сшивания полей в граничных плоскостях $z=0$ и $z=2l$ и соотношения ортогональности для поперечных собственных функций $\sin t_m(x+a)$ и $\Phi_{2m-1}(x)$, нетрудно получить бесконечные системы линейных алгебраических уравнений относительно вспомогательных коэффициентов x_m и y_m :

$$\sum_{m=1}^{\infty} x_m [h_m + ih'_n \operatorname{tg}(h'_n l)] T_{nm} = [h_1 - ih'_n \operatorname{tg}(h'_n l)] T_{n1}; \quad (6)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} y_m [h'_n + ih_m \operatorname{tg}(h'_n l)] T_{nm} = -[h'_n - ih_1 \operatorname{tg}(h'_n l)] T_{n1} \quad (n=1,2,3,\dots), \quad (7)$$

где

$$T_{nm} = \frac{1}{a} \int_{-a}^a \Phi_{2n-1}(x) \sin t_m(x+a) dx. \quad (8)$$

Искомые коэффициенты A_m и B_m находятся по формулам

$$A_m = (x_m + y_m)/2, \quad B_m = (x_m - y_m)/2. \quad (9)$$

Очевидно, что матричные элементы и свободные члены систем уравнений (6) и (7) удовлетворяют условию квадратичной сходимости, так что решение последних может быть получено с любой степенью точности методом редукции [2], причем это решение единственно.

Системы (6) и (7) исследовались на ЭВМ (БЭСМ-6) при различных параметрах волновода $s=d/a$, $q=4a/\lambda$, l/a и $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$. Устойчивость решения и сходимость алгоритма иллюстрирует следующая таблица зависимости модуля коэффициента прохождения от порядка редукции N .

Таблица

Параметры системы				Модуль коэффициента прохождения		
l/a	ϵ_r	s	q	$N=1$	$N=3$	$N=5$
0,5	2,1	0,5	1,25	0,880180	0,878490	0,878473
			1,75	0,988141	0,990094	0,990111
	5,4	0,5	1,25	0,630255	0,644521	0,644690
			1,75	0,938492	0,932307	0,931601
1,0	2,1	0,5	1,25	0,836229	0,837078	0,837085
			1,75	0,959969	0,962759	0,962794
	5,4	0,5	1,25	0,547556	0,545367	0,545294
			1,75	0,820834	0,820588	0,819761

Приведенные данные свидетельствуют о быстрой сходимости алгоритма для симметричной структуры, так что при не очень больших ϵ_r уже при $N=1$ обеспечивается точность порядка 0,5%. Сходимость алгоритма падает лишь вблизи точек полного отражения падающей волны, которые, таким образом, являются критическими для рассматриваемой структуры. Некоторые результаты численного анализа для исследуемой структуры изображены на рис. 2 и 3, на которых пунктирные кривые соответствуют $\epsilon_r=2,1$ (тефлон), а сплошные — $\epsilon_r=5,4$ (слюда).

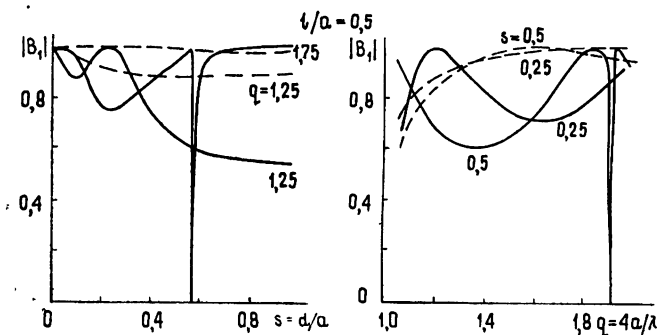


Рис. 2.

Анализ численных результатов для модуля коэффициента прохождения $|B_1|$ показывает, что при определенных параметрах волновода имеют место резонансные явления полного прохождения и полного отражения падающей волны, что сближает исследуемую структуру с решетками из идеально проводящих или диэлектрических элементов [2]. Существенно, что полное отражение наблюдается лишь в многоволновой области (начало этого диапазона отмечено на кривых рис. 2 черточкой).

Характер сходимости результатов указывает на то, что вдали от критических точек, которыми являются точки полного отражения падающей волны, поле в волноводе полностью определяется основным типом волн, а высшие типы волн практически не оказывают влияния на поле в волноводе. Это является результатом симметрии нашей структуры, в силу которой первым высшим распространяющимся типом волн является волна H_{30} , интенсивность возникновения которой для рассматриваемой структуры незначительна. Следует отметить, что в одноволновой области в точках полного прохождения поле в волноводе также, в основном, определяется основным типом волн, тогда как в многоволновой области эти точки располагаются вблизи критических точек и влияние высших типов волн в них существенно.

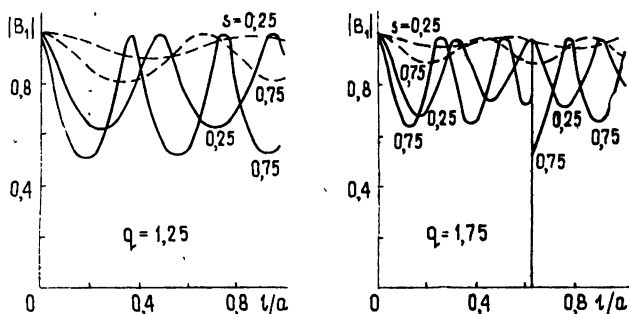


Рис. 3.

Таким образом, резонансные явления в волноводе с диэлектриком вызваны интерференцией гармоник внутри волновода с диэлектриком, причем определяющую роль играют распространяющиеся гармоники. Заметим, что в явлении полного прохождения основную роль играет возникновение стоячего поля основной волны, а высшие гармоники играют лишь возмущающую роль. Полное отражение же наблюдается лишь при наличии многоволновости процесса.

Из рис. 2 и 3 следует, что число резонансов возрастает с ростом параметров s , q , l и ϵ_r . Это связано с характерной поперечной структурой полей падающей и возбужденной волн, с увеличением эффективных размеров резонаторной части волновода и возбуждением новых распространяющихся типов волн.

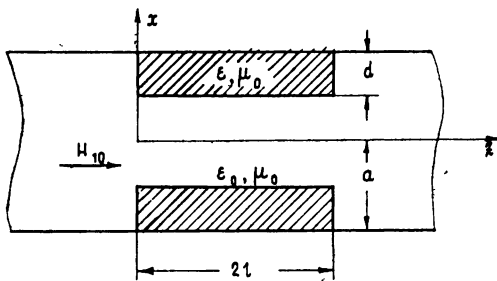


Рис. 4.

При больших ϵ_r начинает сказываться влияние высших типов волн на поле в волноводе, что выражается, в частности, в ухудшении сходимости результатов. Это является следствием увеличения эффективных размеров системы, приводящего к интенсивному возбуждению высших типов волн.

Дифракция волны H_{10} на боковых диэлектрических стержнях. Задача дифракции волны H_{10} на диэлектрических стержнях, симметрично расположенных вдоль боковых стенок волновода (рис. 4), является взаимной по отношению к рассмотренной. Поэтому все вышеприведенные формулы будут справедливы, если осуществить замену $d \rightleftharpoons (a - d)$, $\rho_m \rightleftharpoons q_m$, $\epsilon \rightleftharpoons \epsilon_0$. Численные результаты для этого случая представле-

ны на рис. 5 и 6. Сходимость алгоритма для этой структуры наблюдается при порядке редукции $N = 3-4$, что указывает на сильное влияние высших типов волн на поле в волноводе и на значительное перераспределение энергии между гармониками в результате дифракции. В то же время качественно эти результаты не отличаются от уже рассмотренных.

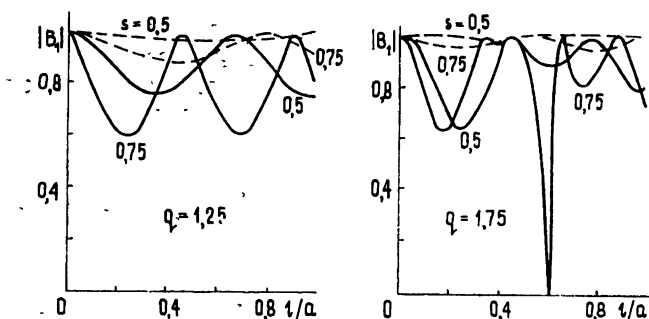


Рис. 5.

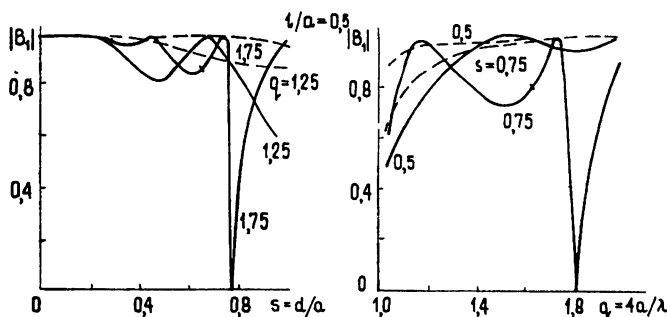


Рис. 6.

Автор считает приятной обязанностью выразить глубокую благодарность Г. Ш. Кеванишвили за постановку задачи и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Богданов Ф. К., Кеванишвили Г. Ш. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 2, с. 213.
2. Шестопапов В. П., Литвиненко Л. Н., Масалов С. М., Сологуб В. Г. Дифракция волн на решетках. — Харьков: Гос. ун-т, 1973.
3. Хроменко Т. Г., Репа Ю. Г. — Сб.: Радиотехника. — Харьков: Гос. ун-т, 1969, вып. 10.
4. Никольский В. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1977, 20, № 1, с. 5.
5. Бергер М. Н., Капилевич Б. Ю. Прямоугольные волноводы с диэлектриками. — М.: Сов. радио, 1973.

Тбилисский государственный университет

Поступила в редакцию
8 декабря 1981 г.,
после доработки
10 июня 1982 г.

H_{10} WAVE DIFFRACTION BY SYMMETRICAL DIELECTRIC RODS OF FINITE LENGTH

F. G. Bogdanov

By the method of projection matching a strict solution has been obtained for problems of the rectangular waveguide basic wave diffraction by dielectric rods symmetrically located at the centre and along side walls of the waveguide. Based on the numerical analysis the existence of points of the absolute passage and complete reflection of an incident wave is stated.