

УДК 537.874.6

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ЧАСТОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ГРЕБЕНКЕ И РЕШЕТКЕ ИЗ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ БРУСЬЕВ

И. В. Боровский, Н. А. Хижняк

При произвольном угле падения E - и H -поляризованных электромагнитных волн на рассматриваемые структуры получены и исследованы дисперсионные уравнения, а также формулы, аналогичные формулам Френеля. Показано, что явление прохождения волной таких структур имеет двойственный характер — резонансный и нерезонансный (эффект Малюжинца).

Получены условия существования этих явлений в зависимости от геометрии структур и поляризации падающей волны. Представлены результаты численного анализа коэффициентов отражения и углов полного нерезонансного прохождения.

В ряде ранее опубликованных работ [1–5] приведен численный метод решения задачи дифракции электромагнитных волн на диэлектрических периодических структурах как рассматриваемой, так и произвольной формы. Полученные численные результаты в работах [1–5] хорошо совпадают с экспериментальными, демонстрируя высокую эффективность метода. В рамках этого метода удалось получить выражения для коэффициентов отражения и прохождения для частых решеток с узкими щелями в случае нормального падения волны на решетку [2–4]. Однако, ввиду большой практической необходимости, остается открытым вопрос об аналитических выражениях для коэффициентов отражения и прохождения рассматриваемых структур (длинноволновое приближение) с произвольной относительной шириной щели θ , ее глубиной h , при произвольном угле падения волны φ . Целью настоящей работы является расчет и исследование аналитических соотношений для этих характеристик с помощью отличного от используемого в работах [1–5] способа решения.

1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ

Пусть на диэлектрическую гребенку, сечение которой в плоскости xOz показано на рис. 1, падает плоская электромагнитная волна, зависящая от времени, как $e^{-i\omega t}$. Обозначим области, для которых: $z \leq 0$ как область 1, $h \geq z \geq 0$ как область 3 (собственно решетка) и $z \geq h$ как область 2. Гребенка периодична вдоль оси Ox с периодом L , а относительная ширина ее $\theta = d/L$. Вдоль оси Oy структура однородна и зависимость от этой переменной отсутствует. Рассмотрим отдельно дифракцию E - и H -поляризованной падающей волны. Таким образом, полное решение задачи дифракции определяется соответственно единственным компонентом E_y или H_y дифракционного поля.

Электрическая поляризация. Единственный электрический компонент падающего поля имеет вид

$$E_{0y}(x, z) = E_{0y} \exp [i(k_{1x}x + k_{1z}z)],$$

где $k_{1x}^2 + k_{1z}^2 = \epsilon_1 k^2$. В области 3, где $\epsilon(x) = \epsilon(x + L)$, и служащей источником рассеянных волн в области 1 и 2 y -компонент поля удовлетворяет уравнению Гельмгольца с периодическими коэффициентами

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \epsilon(x) \right) E_y^{(3)} = 0, \quad (1)$$

а также условиям на границе двух частичных областей области 3 с диэлектрическими проницаемостями соответственно ϵ_1 и ϵ_2 . Кроме того, для выполнения условий на ребре необходимо удовлетворить выражению

$$\int_{V \rightarrow 0} (\epsilon_{1,2} |E|^2 + |H|^2) dV \rightarrow 0 \quad (2)$$

вблизи ребра.

Частное решение уравнения (1), удовлетворяющее требуемым граничным условиям вдоль оси $0x$, при переходе между слоями в решетке (область 3), можно представить в виде

$$\Psi_m(x) = [V_{1m}(x) + (e^{i\psi} - V_{1m}(L)) V_{2m}^{-1}(L) V_{2m}(x)] \exp(\pm ik_{3m}z). \quad (3)$$

$V_{1,2m}(x)$ — фундаментальные решения уравнения (1) на первом периоде $L \geq x \geq 0$, равные при $d \geq x \geq 0$

$$V_{1m}(x) = \cos p_{1m}x,$$

$$V_{2m}(x) = p_{1m}^{-1} \sin p_{1m}x;$$

при $L \geq x \geq d$

$$V_{1m}(x) = \cos p_{1m}d \cos p_{2m}(x - d) - p_{1m} p_{2m}^{-1} \sin p_{1m}d \sin p_{2m}(x - d),$$

$$V_{2m}(x) = p_{1m}^{-1} \sin p_{1m}d \cos p_{2m}(x - d) + p_{2m}^{-1} \cos p_{1m}d \sin p_{2m}(x - d),$$

где $p_{1m} = \sqrt{\epsilon_1 k^2 - k_{3m}^2}$, $p_{2m} = \sqrt{\epsilon_2 k^2 - k_{3m}^2}$. Таким образом, $\Psi_m(x) e^{i\psi} = \Psi_m(x + L)$. Величина ψ характеризует фазовый сдвиг поля на периоде структуры и определяется выражением

$$\cos \psi = (1/2) [V_{1m}(x) + (d/dx) V_{2m}(x)]_{x=L} = \quad (4)$$

$$= \cos p_{1m}d \cos p_{2m}(L - d) - \frac{1}{2} \left(\frac{p_{1m}}{p_{2m}} + \frac{p_{2m}}{p_{1m}} \right) \sin p_{1m}d \sin p_{2m}(L - d).$$

При заданном $\psi = k_{1x}L$ выражение (4) является дисперсионным уравнением для электрической поляризации, которое при $k_{1x} = 0$ эквивалентно соответствующему уравнению, полученному в работе [4].

Можно показать, что уравнение (4) имеет конечное число действительных и бесконечное число комплексных корней. Пронумеруем их последовательностью чисел $m = 0, 1, 2, \dots$ и будем каждому значению

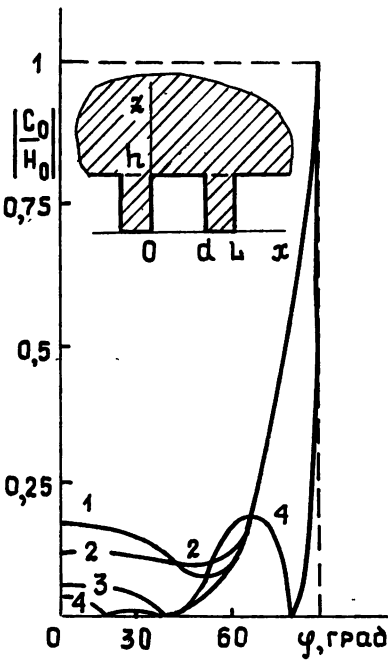


Рис. 1.

k_{3m} сопоставлять частное решение $\Psi_m(x)$ в виде (3). Тогда полное решение уравнения (1) запишется:

$$E_y^3 = \sum_{n,m} C_{nm} A_m [\exp(ik_{3m}z) + \eta_m \exp(-ik_{3m}z)] \exp[i(k_{1x} + 2\pi L^{-1}n)x], \quad (4a)$$

где C_{nm} — определяемые из (3) коэффициенты ряда Фурье, которым может быть представлена периодическая функция $\Psi_m(x)$.

Выражения для E_y -компонент в областях 1 и 2 и соответствующие материальные уравнения имеют вид

$$E_y^{(2)} = \sum_n B_n \exp [ik_{nz}^{(2)}(z-h) + i(k_{1x} + 2\pi L^{-1}n)x],$$

$$k_{nz}^{(2)2} + (k_{1x} + 2\pi L^{-1}n)^2 = \epsilon_2 k^2, \quad (4b)$$

$$E_y^{(1)} = \sum_n C_n \exp [-ik_{nz}^{(1)}(z-h) + i(k_{1x} + 2\pi L^{-1}n)x],$$

$$k_{nz}^{(1)2} + (k_{1x} + 2\pi L^{-1}n)^2 = \epsilon_1 k^2.$$

Удовлетворяя граничным условиям при $z=h$, $z=0$, получим систему линейных уравнений относительно A_m , $A_m \eta_m$, B_n , C_n :

$$E_{0y} \delta_{n0} + C_n = \sum_m A_m C_{mn} (1 + \eta_m),$$

$$k_{1z} E_{0y} \delta_{n0} - k_{nz}^{(1)} C_n = \sum_m A_m C_{mn} k_{3m} (1 - \eta_m), \quad (5)$$

$$B_n = \sum_m A_m C_{mn} [\exp(ik_{3m}h) + \eta_m \exp(-ik_{3m}h)],$$

$$k_{1z}^{(2)} B_n = \sum_m k_{3m} A_m C_{mn} [\exp(ik_{3m}h) - \eta_m \exp(-ik_{3m}h)].$$

При произвольном соотношении L/λ система уравнений (5) приводится к системе уравнений второго рода, которая решается методом усечения [7]. Чтобы удовлетворить условию на ребре (2), необходимо решение такой системы искать в классе последовательностей $\{x_n\}$, для которых

$$\sum_n |x_n|^2 (1 + |n|)^{-1} < \infty. \quad (5a)$$

Не ставя целью получение численных результатов и рассматривая лишь частную диэлектрическую гребенку ($L/\lambda \ll 1$), получим искомые аналитические результаты.

Так как $\rho_{1,2m} L \ll 1$, $\psi \ll 1$, и удерживая при разложении в ряд по этим малым параметрам в уравнении (4) члены не выше второго порядка малости, получим дисперсионное уравнение для частой диэлектрической гребенки в случае E -поляризации:

$$k_{1x}^2 L^2 = p_{1m}^2 d^2 + p_{2m}^2 (L-d)^2 + (p_{1m} p_{2m}^{-1} + p_{2m} p_{1m}^{-1}) p_{1m} p_{2m} d (L-d). \quad (6)$$

Решая его относительно k_{30}^2 , получим лишь одно значение корня ($m=0$):

$$k_{30}^2 = \epsilon_x k^2 - k_{1x}^2, \quad (7)$$

где $\epsilon_x = [d\epsilon_1 + (L-d)\epsilon_2]L^{-1}$ — среднее значение диэлектрической проницаемости вдоль оси Ox .

При разложении по малым параметрам kL , $\rho_{1,2m}L$ уравнения (4) можно учесть слагаемые не только второго, но и более высоких по-

рядков малости. Так, если наивысшая степень разложения по $k^2 L^2$ и $p_{1,2m}^2 L^2$ равна M , то дисперсионное уравнение как алгебраическое уравнение степени M относительно k_{3m}^2 будет иметь M разных корней. Количество разных функций $\Psi_m(x)$ также будет равно M , а значит, и ранг матрицы C_{mn} будет равен M . Это значит, что для частой гребенки в соотношениях (4а) и (4б) нетривиальными слагаемыми будут лишь первые M из них. В рассматриваемом приближении (6), когда имеется единственное значение корня (7), суммирование в системе (5) вообще отсутствует, и решением ее являются выражения

$$\begin{aligned} C_0 &= E_{0y} (k_{1z} - k_{30} F^{\circ}) (k_{1z} + k_{30} F^{\circ})^{-1}, \\ B_0 &= 2k_{1z} E_{0y} (k_{1z} + k_{30} F^{\circ})^{-1} (\cos \Phi + i F^{\circ} \sin \Phi), \\ A_0 &= E_{0y} k_{1z} (1 + F^{\circ}) (k_{1z} + k_{30} F^{\circ})^{-1}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $F^{\circ} = (k_{0z}^{(2)} \cos \Phi - i k_{30} \sin \Phi) (k_{30} \cos \Phi - k_{0z}^{(2)} \sin \Phi)^{-1}$, $\Phi = k_{30} h$ — фазовый набег волны на глубине решетки.

Очевидно, что соотношения (8), принадлежащие к классу решений (5а), представляют собой формулы Френеля для E -поляризованной волны, обобщенные на случай раздела двух сред анизотропным переходным слоем. Для последующих исследований представим выражение для B_0 и C_0 в виде

$$\begin{aligned} B_0 &= \frac{2E_{0y} k_{1z} k_{30}}{\cos \Phi k_{30} (k_{1z} + k_{0z}^{(2)}) - i \sin \Phi (k_{1z} k_{0z}^{(2)} + k_{30}^2)}, \\ C_0 &= E_{0y} \frac{\cos \Phi k_{30} (k_{1z} - k_{0z}^{(2)}) + i \sin \Phi (k_{30}^2 - k_{1z}^2)}{\cos \Phi k_{30} (k_{1z} + k_{0z}^{(2)}) - i \sin \Phi (k_{1z} k_{0z}^{(2)} + k_{30}^2)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Для узких щелей ($\theta \ll 1$) и нормального падения волны выражения (9) совпадают с соответствующими выражениями, полученными в работе [2, 4].

Магнитная поляризация. Единственный магнитный компонент падающей волны имеет вид

$$H_{0y}(x, z) = H_{0y} \exp [i(k_{1x}x + k_{1z}z)].$$

Для определения поля в области \mathcal{Z} имеем уравнение с периодическими коэффициентами

$$\varepsilon(x) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\varepsilon(x)} \frac{\partial}{\partial x} H_y^{(3)} \right) + \frac{\partial^2 H_y^{(3)}}{\partial z^2} + k^2 \varepsilon(x) H_y^{(3)} = 0. \quad (10)$$

Решение уравнения (10) строится так же, как и в случае E -поляризации, и имеет вид

$$H_y^{(3)} = \sum_{m,n} A_m C_{mn} [\exp(ik_{3m}z) + \eta_m \exp(-ik_{3m}z)] \exp[i(k_{1x} + 2\pi L^{-1}n)x],$$

а электрический компонент $E_x^{(3)}$ равен

$$E_x^{(3)} = \sum_{m,n} A_m C'_{mn} k_{3m} k^{-1} [\exp(ik_{3m}z) - \eta_m \exp(-ik_{3m}z)] \exp[i(k_{1x} + 2\pi L^{-1}n)x],$$

где C_{mn} и C'_{mn} — коэффициенты Фурье соответственно функций $\Psi_m(x)$ и $\Psi_m(x)/\varepsilon(x)$, построенных для магнитной поляризации. Магнит-

ные компоненты H_y дифракционных полей в областях 1 и 2 представим в виде

$$H_y^{(1)} = \sum_n C_n \exp [-ik_n^{(1)}z + i(k_{1x} + 2\pi L^{-1}n)x],$$

$$H_y^{(2)} = \sum_n B_n \exp [ik_n^{(2)}(z - h) + i(k_{1x} + 2\pi L^{-1}n)x].$$

Удовлетворяя граничным условиям при $z=0$ и $z=h$, получим систему линейных уравнений относительно A_m , $A_m\eta_m$, C_n , B_n :

$$\delta_{n0}H_0 + C_n = \sum_m C_{mn}A_m(1 + \eta_m),$$

$$B_n = \sum_m A_m C'_{mn} [\exp(ik_{3m}h) + \eta_m \exp(-ik_{3m}h)], \quad (11)$$

$$\frac{k_{1z}}{\varepsilon_1} H_0 \delta_{n0} - \frac{k_{nz}^{(1)}}{\varepsilon_1} C_n = \sum_m k_{3m} C'_{mn} A_m (1 - \eta_m),$$

$$k_{nz}^{(2)} B_n = \sum_m k_{3m} A_m C'_{mn} [\exp(ik_{3m}h) - \eta_m \exp(-ik_{3m}h)].$$

k_{3m} является корнем дисперсионного уравнения

$$\cos \psi = \cos p_{1m} d \cos p_{2m}(L-d) + \quad (11a)$$

$$+ (1/2) [(p_{1m}\varepsilon_2)(p_{2m}\varepsilon_1)^{-1} + (p_{2m}\varepsilon_1)(p_{1m}\varepsilon_2)^{-1}] \sin p_{1m}d \sin p_{2m}(L-d),$$

которое эквивалентно соответствующему уравнению, полученному при $k_{1x}=0$ в работе [4] для диэлектрической решетки. Очевидно, что дисперсионные уравнения для гребенки и решетки совпадают.

Для частой диэлектрической гребенки в случае H -поляризованной волны в том же приближении, что и в уравнении (6), получаем дисперсионное уравнение

$$k_{1x}^2 L^2 = p_{1m}^2 d^2 + p_{2m}^2 (L-d)^2 + \quad (11b)$$

$$+ [(p_{1m}\varepsilon_2)(p_{2m}\varepsilon_1)^{-1} + (p_{2m}\varepsilon_1)(p_{1m}\varepsilon_2)^{-1}] p_{1m} p_{2m} d (L-d),$$

которое имеет, как и в случае E -поляризации, один корень $k_{3m}^2 = k_{30}^2$:

$$k_{30}^2 = (\varepsilon_z / \varepsilon_x) (\varepsilon_x k^2 - k_{1x}^2), \quad (11b)$$

где $\varepsilon_z = L\varepsilon_1\varepsilon_2[\varepsilon_1(L-d) + \varepsilon_2d]^{-1}$, $\varepsilon_x = [\varepsilon_2(L-d) + \varepsilon_1d]L^{-1}$ — поперечная и продольная по отношению к области 3 диэлектрические проницаемости.

Принимая во внимание соображения относительно соответствия числа корней k_{3m}^2 числу функций $\Psi_m(x)$, а также о ранге матрицы C_{mn} , приведенные при рассмотрении E -поляризации, получим в приближении (11b) решение системы уравнений (11):

$$C_0 = H_{0y} (k_{1z} - k_{30}\varepsilon_1 F^M) (k_{1z} + k_{30}\varepsilon_1 F^M)^{-1},$$

$$B_0 = 2k_{1z} H_{0y} (k_{1z} + k_{30}\varepsilon_1 F^M)^{-1} [\cos \Phi + i(C_{00}/C'_{00}) F^M \sin \Phi], \quad (12)$$

$$A_0 = k_{1z} H_{0y} C_{00}^{-1} [1 + (C_{00}/C'_{00}) F^M] (k_{1z} + k_{30}\varepsilon_1 F^M)^{-1},$$

где

$$F^M = \frac{C'_{00}}{C_{00}} \frac{x \cos \Phi - i \sin \Phi}{\cos \Phi - ix \sin \Phi}, \quad x = \frac{C_{00}}{C'_{00}} \frac{k_{0z}^{(2)}}{\varepsilon_2 k_{30}}.$$

Выражения (12) представляют собой формулы Френеля для H -поляризации, обобщенные на случай раздела двух сред анизотропным переходным слоем. Таким образом, и в случае H -поляризации падающей волны в рассмотренном приближении имеем одноволновый дифракционный режим.

2. АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ ВЫРАЖЕНИЙ

Частая диэлектрическая гребенка. Магнитная поляризация. В общем случае коэффициенты Фурье являются комплексными величинами. При $kL \ll 1$ их можно представить в виде

$$C_{00} \simeq 1 + O(k^2 L^2) + iO(\sin \varphi kd),$$

$$C'_{00} \simeq \varepsilon_z^{-1} + O(k^2 L^2) + iO(\sin \varphi kd).$$

В последующем анализе предполагаем, что «частота» гребенки такая, что

$$C_{00} \simeq 1, \quad C'_{00} \simeq \varepsilon_z^{-1}. \quad (12a)$$

Тогда из выражений (12) имеем

$$\frac{B_0}{H_0} = \frac{2\varepsilon_z \varepsilon_2 k_{30} k_{1z}}{\cos \Phi k_{30} \varepsilon_z (\varepsilon_2 k_{1z} + \varepsilon_1 k_{0z}^{(2)}) - i \sin \Phi (\varepsilon_1 \varepsilon_2 k_{30}^2 + \varepsilon_2^2 k_{1z} k_{0z}^{(2)})}, \quad (12b)$$

$$\frac{C_0}{H_0} = \frac{\cos \Phi k_{30} \varepsilon_z (\varepsilon_2 k_{1z} - \varepsilon_1 k_{0z}^{(2)}) + i \sin \Phi (\varepsilon_1 \varepsilon_2 k_{30}^2 - \varepsilon_z k_{1z} k_{0z}^{(2)})}{\cos \Phi k_{30} \varepsilon_z (\varepsilon_2 k_{1z} + \varepsilon_1 k_{0z}^{(2)}) - i \sin \Phi (\varepsilon_1 \varepsilon_2 k_{30}^2 + \varepsilon_z k_{1z} k_{0z}^{(2)})}.$$

Для установления связи параметров гребенки и дифракционного поля решаем экстремальную задачу

$$(\partial/\partial h)|C_0/H_0| = 0.$$

В результате имеем

$$2(h/\lambda) \sqrt{\varepsilon_z/\varepsilon_x} \sqrt{\varepsilon_x - \varepsilon_1 \sin^2 \varphi} = n/2, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

$$\varepsilon_2^2 k_{30}^2 - \varepsilon_z^2 k_{0z}^{(2)2} = 0; \quad (14)$$

$$\varepsilon_1^2 k_{30}^2 - \varepsilon_z^2 k_{1z}^2 = 0. \quad (15)$$

Выражение (13) при четных n является условием минимума $|C_0(h)/H_0|$, при нечетных n — максимума $|C_0(h)/H_0|$. Выражения (14) и (15) не зависят от глубины решетки h . Рассматривая их как уравнения относительно угла падения φ , получим

$$\varphi_1 = \arccos \sqrt{\varepsilon_1 (1 - \theta) (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^{-1} + \varepsilon_2 \theta (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^{-1}}; \quad (16)$$

$$\varphi_2 = \arccos \sqrt{\varepsilon_2 (1 - \theta) (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^{-1} + \theta \varepsilon_2^2 [\varepsilon_1 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)]^{-1} - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \varepsilon_1^{-1}}. \quad (17)$$

Угол φ_2 существует лишь для гребенки, относительная ширина щели которой удовлетворяет условию

$$1 > \theta \geq 1 - \varepsilon_1^2 [\varepsilon_2 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)]^{-1}. \quad (18)$$

В этом случае коэффициенты отражения

$$\frac{C_0(\varphi_1)}{H_0} = \frac{\varepsilon_2 k_{1z} - \varepsilon_1 k_{0z}^{(2)}}{\varepsilon_2 k_{1z} + \varepsilon_1 k_{0z}^{(2)}} \exp(2i\Phi), \quad \frac{C_0(\varphi_2)}{H_0} = \frac{\varepsilon_2 k_{1z} - \varepsilon_1 k_{0z}^{(2)}}{\varepsilon_2 k_{1z} + \varepsilon_1 k_{0z}^{(2)}}$$

как видно, такие же, как и при отражении от плоской границы раздела двух сред с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 . Таким образом, при угле падения $\varphi = \varphi_1$ главной отражающей поверхностью является плоскость $z = h$, а при угле $\varphi = \varphi_2$ отражение происходит от плоскости $z = 0$.

На рис. 1 показана зависимость модуля коэффициента отражения $|C_0/H_0|$ от угла падения при $\epsilon_1 = 1$, $\epsilon_2 = 2$, $\theta = 3/4$ (удовлетворяется условие (18)). В этом случае $\varphi_1 = 40^\circ, 2$, $\varphi_2 = 65^\circ, 9$. Линия 1 построена при $h/\lambda = 1$ (условие (13) удовлетворяется), линия 2 — для $h/\lambda = 0,16$ (условие (13) не удовлетворяется). Как видно из рисунка, значения модуля коэффициента отражения при углах падения $\varphi_1 = 40^\circ, 2$ и $\varphi_2 = 65^\circ, 9$ одинаковы и не зависят от h/λ .

В случае E -поляризованной волны для частой диэлектрической гребенки из выражений (9) получаем, что не существует углов падения φ_1 и φ_2 , при которых отраженное и прошедшее поле не зависит от глубины гребенки. Решением экстремальной задачи

$$(\partial/\partial h) |C_0/H_0| = 0$$

является равенство

$$2(h/\lambda)\sqrt{\epsilon_x - \epsilon_1 \sin^2 \varphi} = n/2. \quad (19)$$

При четных n выражение (19) является условием минимума $|C_0(h)/H_0|$, при нечетных n — условием максимума.

Частая решетка из диэлектрических прямоугольных брусьев. Если диэлектрические проницаемости областей 1 и 2 равны ϵ , то получаем периодическую решетку из диэлектрических прямоугольных брусьев в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ . Практический интерес представляет случай, когда $\epsilon = 1$. Рассмотрим этот случай.

В выражениях (9), (12а), (12б) все параметры решетки (область 3) содержатся в формулах для k_{30} , Φ , C_{00} , C'_{00} , ϵ_x , ϵ_z . Поэтому, положив в выражениях (9), (12а), (12б) $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$, $k_{1z} = k_{2z} = k_z$, при $C_{00} = 1$, $C'_{00} = \epsilon_z^{-1}$ в случае H -поляризации получим модули коэффициентов отражения и прохождения для рассматриваемой решетки:

$$|C_0/H_0| = \frac{\sin \Phi |\epsilon_x - \sin^2 \varphi - \epsilon_x \epsilon_z \cos^2 \varphi|}{\sqrt{4\epsilon_x \epsilon_z (\epsilon_x - \sin^2 \varphi) \cos^2 \varphi \cos^2 \Phi + (\epsilon_x - \sin^2 \varphi + \epsilon_x \epsilon_z \cos^2 \varphi) \sin^2 \Phi}}; \quad (20)$$

$$|B_0/H_0| = \frac{2 [\epsilon_x \epsilon_z (\epsilon_x - \sin^2 \varphi) \cos \varphi]^2 \sin \Phi}{\sqrt{4\epsilon_x \epsilon_z (\epsilon_x - \sin^2 \varphi) \cos^2 \varphi \cos^2 \Phi + (\epsilon_x - \sin^2 \varphi + \epsilon_x \epsilon_z \cos^2 \varphi) \sin^2 \Phi}}. \quad (21)$$

Из выражений (20) и (21) устанавливаем, что полное прохождение (без отражения) наступает при выполнении следующих условий:

$$2(h/\lambda)\sqrt{\epsilon_z/\epsilon_x}\sqrt{\epsilon_x - \sin^2 \varphi} = n, \quad n = 1, 2, 3, \dots; \quad (20a)$$

$$\cos^2 \varphi = (\epsilon_x - 1)(\epsilon_x \epsilon_z - 1)^{-1}. \quad (20б)$$

Равенство (20а) является условием геометрического резонанса и при $\theta \ll 1$, $\varphi = 0^\circ$ совпадает с аналогичным выражением, полученным в [2, 4] для решетки с узкими щелями при нормальном падении. Можно показать, что резонансное прохождение волной рассматриваемой решетки возможно, если длина волны и параметры решетки удовлетворяют условию

$$\frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 (1 - \theta) + \epsilon_2 \theta} \geq \left(\frac{\lambda n}{2h}\right) \geq \frac{\epsilon_1 \theta + \epsilon_2 (1 - \theta) - 1}{\epsilon_1 \theta + \epsilon_2 (1 - \theta)} \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 (1 - \theta) + \epsilon_2 \theta}.$$

Выражение (20б) является условием нерезонансного прохождения [8] (эффект Малюжинца). Угол полного прохождения при этом равен

$$\varphi_1 = \arccos \sqrt{(1 - \theta) \varepsilon_1 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^{-1} + \theta \varepsilon_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^{-1}} \quad (22)$$

и не зависит от глубины решетки h . Тождественность выражений (22) и (16) показывает, что при угле падения $\varphi = \varphi_1$ в случае диэлектрической гребенки H -поляризованное поле полностью проходит решетку, отражаясь только от границы областей 3 и 2, в то время как при угле падения $\varphi = \varphi_2$ поле уже не проникает в гребенку.

На рис. 1 линия 3 построена для $h/\lambda = 0,16$ (условие (20а) не выполняется). Угол, при котором эффект Малюжинца имеет место, равен $40^\circ,2$. Линия 4 построена для $h/\lambda = 1$. Это резонансный случай, так как условие (20а) выполняется. Углы резонансного прохождения равны $23^\circ,1$ и 81° . И при $\varepsilon_1 = 1$ эффект Малюжинца имеет место при $\varphi_1 = 40^\circ,2$. В обоих случаях $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 2$.

На рис. 2 построен график функции $\varphi_1(\theta, \varepsilon_1, \varepsilon_2)$ в зависимости от θ . Линия 1 построена при $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 2$. Линия 2 — для $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 10$. Из характера поведения рассматриваемых кривых можно сделать вывод о том, что с уменьшением относительной ширины щели θ угол падения φ , при котором имеет место эффект Малюжинца, увеличивается и, как легко видеть из выражения (22), при беспредельном возрастании ε_2 стремится к 90° . В работе [8] показано, что этим свойством обладают и «ножевые» решетки. При возрастании θ и ε_2 угол нерезонансной полной прозрачности уменьшается тем быстрее, чем больше ε_2 , и в предельном случае стремится к нулю.

При E -поляризации падающей волны для частой решетки из диэлектрических брусьев из выражений (9) можно получить, что полное прохождение волны возможно только в резонансном случае, когда выполняется соотношение

$$(2h/\lambda) \sqrt{\varepsilon_x - \sin^2 \varphi} = n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Последнее имеет место при

$$\theta \varepsilon_1 + (1 - \theta) \varepsilon_2 \geq (n\lambda/2h)^2 \geq \theta \varepsilon_1 + (1 - \theta) \varepsilon_2 - 1.$$

Анализ дифракционных полей позволяет сделать следующие выводы:

1) Для частой диэлектрической гребенки только при H -поляризации падающей волны существуют углы падения, при которых модуль коэффициента отражения не зависит от глубины решетки.

2) Для частой диэлектрической решетки из прямоугольных брусьев возможно резонансное полное прохождение как при H -, так и при E -поляризациях падающей волны.

3) Нерезонансное прохождение волной частой решетки (эффект Малюжинца) возможно только для H -поляризации.

4) Для частой решетки с уменьшением относительной ширины щели θ и увеличением диэлектрической проницаемости ε_2 решетки угол полной нерезонансной прозрачности увеличивается и в предельном случае ($\theta \rightarrow 0$, $\varepsilon_2 \rightarrow \infty$) стремится к 90° .

При возрастании относительной ширины θ решетки и ее диэлектрической проницаемости ϵ_2 угол нерезонансной полной прозрачности уменьшается тем быстрее, чем больше ϵ_2 , и в предельном случае стремится к нулю.

В заключение авторы выражают благодарность С. А. Масалову за ценные советы при обсуждении полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карпов С. Ю.—ЖТФ, 1978, 48, вып. 9, с. 1774
2. Шестопапов В. П., Литвиненко Л. Н., Масалов С. А., Сологуб В. П. Дифракция волн на решетках.— Харьков: Гос. ун-т, 1973, 287 с.
3. Масалов С. А., Репа Ю. Т. В кн.: Радиотехника: Респ. межвед. темат. научно-техн. сб.— Харьков: Гос. ун-т, 1972, вып. 20, с. 116.
4. Масалов С. А., Репа Ю. Т., Шестопапов В. П. В кн.: Радиотехника: Респ. межвед. темат. научно-техн. сб.— Харьков: Гос. ун-т, 1969, в. 10, с. 15.
5. Масалов С. А., Сиренко Ю. К., Шестопапов В. П.— Радиотехника и электроника, 1978, 23, вып. 3, с. 481.
6. Файнберг Я. Б., Хижняк Н. А.— ЖТФ, 1955, 25, вып. 4, с. 1566.
7. Масалов С. А., Сиренко Ю. К., Шестопапов В. Н.— ДАН УССР, сер. А, 1977, № 6, с. 539.
8. Масалов С. А., Сиренко Ю. К., Шестопапов В. П.— Письма в ЖТФ, 1980, 6, № 16, с. 998.

Харьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
5 апреля 1982 г.

DIFFRACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY A THICK DIELECTRIC COMB AND AN ARRAY MADE OF RECTANGULAR RODS

I. V. Borovskij, N. A. Khizhnyak

Dispersive equations as well as formulas similar to Fresnel ones have been obtained and investigated at an arbitrary incident angle of E - and H -polarized electromagnetic waves on the structures considered. It is shown that the phenomenon of the wave passage of such structure is of a double character—resonance and nonresonance (Malyuzhinets' effect). Conditions have been obtained for this phenomena existence depending on the structure geometry and the polarization of the incident wave. The results of the numerical analysis of the reflection coefficient and angles of the complete nonresonance passage are presented.
