

УДК 537.86

## ИМПУЛЬСНЫЕ РЕАКЦИИ ЗАМКНУТЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЭКРАНОВ

Я. Р. Гринберг

Найдены временные зависимости проникших в полость сферической и цилиндрической металлических оболочек компонент полей, возникающих при возбуждении этих оболочек извне плоской  $\delta$ -импульсной электромагнитной волной. Показано, что импульсные реакции определяются одной универсальной функцией и двумя характерными временными постоянными, зависящими от геометрических и электрофизических характеристик экрана. Рассмотрен критерий применимости полученных результатов.

Вопрос о проникновении широкополосных импульсных сигналов (видеоимпульсов) в металлические экраны обсуждался в ряде работ [1-5]. В [1-3] рассматривался в качестве внешнего сигнал гауссовой формы, притом временные формы проникших импульсов были получены лишь численными методами. В [4, 5] поставлен вопрос об аналитическом определении импульсных реакций, т. е. временных форм проникших полей, если внешнее поле представляет собой  $\delta$ -импульс. Результаты этих работ имеют смысл оценок начального участка импульсных реакций и, по-видимому, неправильно описывают поведение этих функций после достижения ими максимального значения. Цель настоящей работы — основываясь на результатах проникновения монохроматической волны в цилиндрический и сферический экраны, полученных в [6], вывести выражения для импульсных реакций этих экранов, имеющие смысл приближенных решений на всем временном интервале.

1. В соответствии с [6] электромагнитное поле, проникшее в полость сферической металлической оболочки (внешний радиус  $r_1$ , толщина стенки  $a$ , проводимость и относительная магнитная проницаемость материала оболочки — соответственно  $\sigma$ ,  $\mu$ ), в результате возбуждения ее монохроматической (частоты  $\omega$ ) плоской (с волновым вектором  $k_1 = \omega/c$ ,  $c$  — скорость света в вакууме, направленным по оси  $z$ ) волной, поляризованной по оси  $x$ , имеет следующую структуру:

$$H = \{\cos k_2 a + [(2\mu/3k_2 r_1) - (k_2 r_1/3\mu)] \sin k_2 a\}^{-1},$$

$$E_\theta^{(1)} = -i(\eta H/2) k_1 r \cos \varphi, \quad E_\varphi^{(1)} = i(\eta H/2) k_1 r \cos \theta \sin \varphi, \quad (1)$$

$$E_r^{(1)} = 0, \quad E_z^{(2)} = i(3\eta \epsilon_0 \omega k_2 r_1/2\sigma \sin k_2 a),$$

где  $r$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$  — сферические координаты точки пространства,  $k_2 = (-1 + i)\sqrt{\mu_0 \omega \sigma/2}$ ,  $\mu_0$ ,  $\epsilon_0$  — магнитная и диэлектрическая проницаемости вакуума,  $\eta = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  и принято, что амплитуда магнитного поля в падающей волне равна  $1A/m$ .

Таким образом, магнитное поле однородно в полости экрана, электрическое — суперпозиция индукционного  $E^{(1)}$  и однородного  $E^{(2)}$  поля, причем максимальное значение первого значительно больше (примерно в  $1/k_1 r_1 \gg 1$  раз) второго.

2. Определение импульсных реакций сводится к вычислению обратного фурье-преобразования от частотных характеристик экранов. Соответствующие интегралы после замены независимой переменной

$$\omega = i\omega_0 r_1 v^2 / 2a^2, \quad d\omega = i\omega_0 r_1^2 dv / a^2, \quad \omega_0 = 1/\mu_0 \sigma r_1^2$$

принимают следующий вид:

$$h_1(t) = i \frac{\eta\omega_0}{2\pi a^2} \int_{\Gamma} \frac{v \exp(-sv^2/2a^2) dv}{\cos v + [(2a\mu/3v) - (v/3a\mu)] \sin v}; \quad (2)$$

$$h_2(t) = i \frac{\eta\omega_0^2 r_1}{8\pi c a^4} \int_{\Gamma} \frac{v^3 \exp(-sv^2/2a^2) dv}{\cos v + [(2a\mu/3v) - (v/3a\mu)] \sin v}; \quad (3)$$

$$h_3(t) = i \frac{3\eta\epsilon_0\omega_0^2}{32\pi^2 a^5 \sigma} \int_{\Gamma} \frac{v^4 \exp(-sv^2/2a^2) dv}{\sin v}, \quad (4)$$

где  $h_1(t)$ ,  $h_2(t)$ ,  $h_3(t)$  — импульсные реакции сферического экрана по отношению к проникшим однородному магнитному, индукционному электрическому (зависимость от углов опущена) и однородному электрическому полям соответственно,  $t$  — время,  $s = \omega_0 t$ ,  $a = a/r_1$ ,  $\Gamma$  — состоящий из биссектрис I и IV координатных углов путь интегрирования в плоскости комплексного переменного  $v$ , в который переходит вещественная ось плоскости  $\omega$ .

Если выполнено условие

$$a\mu \ll 1 \quad (5)$$

(достаточно иметь  $a\mu \ll 0,1$ ), то все полюсы подынтегральных функций (2), (3) расположены вблизи значений  $v_k = \pi k$ ,  $k = 0, 1, \dots$ ,

$$v_0 = \sqrt{3a\mu}, \quad v_k = \pi k (1 + 3a\mu/\pi^2 k^2), \quad k = 1, 2, \dots$$

Значения вычетов подынтегральной функции, например, для интеграла (2), в этих полюсах таковы:

$$\omega_0 = - (3/2) a\mu \exp(-3\omega_0 t \mu / 2a),$$

$$\omega_k = (-1)^{k+1} 3a\mu \exp(-\pi^2 k^2 \omega_0 t / 2a^2), \quad k = 1, 2, \dots$$

Вычисление положения полюсов и вычетов в них для интеграла (4) также не представляет труда. Окончательно имеем следующие выражения для импульсных реакций:

$$h_1(t) = (3\omega_0 \mu / 2a) [\exp(-t/\tau_1) - 2f_0(t/\tau_2)], \quad (6)$$

$$h_2(t) = (3\pi^2 \eta \omega_0^2 r_1 \mu / 4c a^3) [f_1(t/\tau_2) + (3a\mu / 2\pi a^2) \exp(-t/\tau_1)],$$

$$h_3(t) = (3\pi^3 \eta \epsilon_0 \omega_0^2 / 16a^5 \sigma) f_2(t/\tau_2),$$

где

$$\tau_1 = 2a / 3\omega_0 \mu = (2/3) \mu_0 \sigma a r_1,$$

$$\tau_2 = 2a^2 / \pi^2 \omega_0 = (2/\pi^2) \mu_0 \mu \sigma a^2; \quad (7)$$

$$f_0(p) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \exp(-pk^2), \quad (8)$$

$$f_1(p) = -df_0/dp, \quad f_2(p) = d^2 f_0/dp^2.$$

Таким образом, импульсные реакции сферического экрана при одном неограничительном условии (5) характеризуются двумя параметрами  $\tau_1$  и  $\tau_2$  и одной универсальной функцией. Параметр  $\tau_1$  характеризует экспоненциальный спад импульсной реакции по магнитному полю, а  $\tau_2$  — длительность ее переднего фронта. Импульсная реакция по индукционному электрическому полю состоит из двух полуволн. Первая имеет длительность порядка  $\tau_2$ , вторая — порядка  $\tau_1$ . По амплитуде первая полуволна значительно (примерно в  $\tau_1/\tau_2 = \pi^2/3\alpha\mu \gg 1$  раз) превосходит вторую. В большинстве случаев вторую полуволну можно вообще отбросить, т. е. во второй формуле из (6) пренебречь последним слагаемым. Графики функций  $f_0$ ,  $f_1$ ,  $f_2$  представлены на рис. 1.

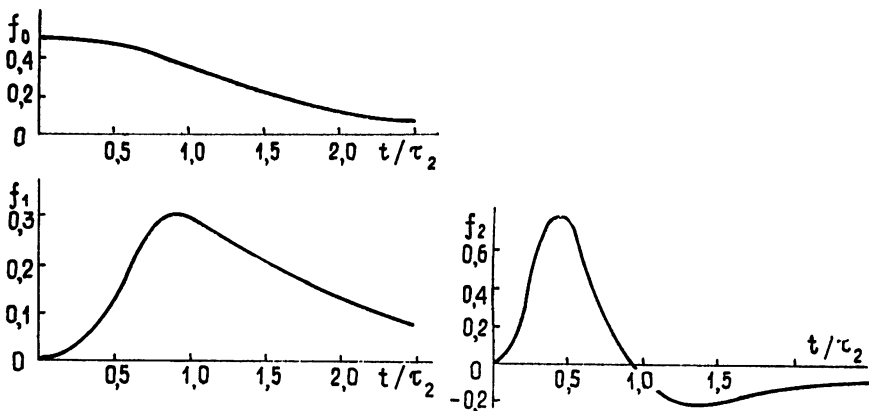


Рис. 1.

Интересно отметить, что параметр, аналогичный характерному времени  $\tau_2$ , получен в [7] как время диффузии электромагнитного поля в проводник.

3. Вычисление импульсных реакций для цилиндрического экрана при нормальном падении плоской волны производится полностью аналогично рассмотренному выше сферическому случаю. Приведем лишь конечный результат. Для волны, поляризованной вдоль оси оболочки, имеем следующее выражение импульсной реакции по отношению к поперечному однородному магнитному полю  $h_{1c}$ :

$$h_{1c} = (\omega_0\mu/\alpha) [\exp(-t/\tau_{1c}) - 2f_0(t/\tau_2)], \quad (9)$$

где

$$\tau_{1c} = \alpha/\omega_0\mu = \mu_0\sigma ar_1 = (3/2)\tau_1. \quad (10)$$

Для индукционной продольной электрической компоненты имеем

$$h_{2c} = (\pi^2\eta\omega_0^2\mu/c\alpha^3)r \cos\varphi [f_1(t/\tau_2) + (2\alpha\mu/\pi^2)\exp(-t/\tau_{1c})]. \quad (11)$$

При другой поляризации выражение для импульсной реакции по отношению к продольной однородной магнитной компоненте совпадает с (9), для поперечной индукционной электрической (т. е.  $E_\varphi$ ) — с (11), где множитель перед квадратными скобками надо заменить на  $-(\eta\pi^2\omega_0^2\mu r/c\alpha^3)$ ; импульсная реакция по отношению к поперечной однородной электрической компоненте такова:

$$h_{3c} = (\pi^3\eta\varepsilon_0\omega_0^2/4\alpha^5\sigma)f_2(t/\tau_2) \quad (12)$$

Временные зависимости проникших полей и в случае цилиндрической оболочки выражаются с помощью той же универсальной функ-

ции  $f_0(t/\tau_2)$ , единственное отличие связано с величиной  $\tau_{1c}$ , т. е. временем спадаания магнитного поля, которое оказалось несколько больше, чем в сферическом случае.

4. Монохроматические решения, использованные при нахождении импульсных реакций, были получены в предположении квазистационарности, вместе с тем, интегрирование было распространено на всю область частот от 0 до  $\infty$ , т. е. также и на ту ее часть, где монохроматические решения заведомо неверны. Следует ожидать поэтому, что полученные в пп. 2, 3 результаты останутся справедливыми лишь в том случае, если эти решения будут сильно убывать при частотах, больших  $c/r_1$ . Зависимость компонент полей от частоты определяется, в основном, величиной  $|k_2a|$ . Резкое спадание их начинается при частотах, когда эта величина порядка единицы. Таким образом, важно, чтобы экраны не были «слишком тонкими», т. е. чтобы при частотах  $c/r_1$  величина  $|k_2a|$  была больше единицы. Это выражается следующим соотношением:  $r_1/c\mu_0\mu\sigma a^2 \ll 1$ . Можно показать, что это условие обеспечивает также малость следующих за основным членом рядов, выражающих импульсные реакции. Если потребовать, чтобы каждый последующий член этих рядов был по крайней мере в десять раз меньше предыдущего, то указанный критерий приобретает следующий окончательный вид:

$$r_1/c\mu_0\mu\sigma a^2 < 0,1 \cdot 2/\pi^2 \approx 0,02. \quad (13)$$

К такому же точно результату можно прийти, если потребовать, чтобы время квазистационарности  $r_1/c$  было много меньше времени диффузии  $\tau_2$ .

В элементарной теории экранирования используется аналогия с теорией цепей и, например, проникновение магнитного поля описывается с помощью  $RL$ -цепочки, где  $R$  — омическое сопротивление витка, соответствующего металлической оболочке, а  $L$  — его индуктивность. В этой теории импульсная реакция сферической оболочки имела бы вид

$$h = \tau_0 \exp(-t/\tau_0), \quad \tau_0 = L/R = (2\pi\mu_0 r_1 \cdot 9) \times \\ \times (2\pi/3a\sigma)^{-1} = (1/3)\mu_0 r_1 a \sigma \sim \tau_1.$$

Такое рассмотрение в общем верно описывает спад магнитного поля, однако, поскольку не учитывает скин-эффекта, не в состоянии объяснить начальный участок импульсной реакции.

Будем считать, что какая-либо из импульсных реакций и временная форма внешней плоской волны  $U(t)$  аппроксимируются выражениями

$$h(t) = \sum_{m=1}^M a_m \exp(-\alpha_m t), \quad U(t) = \sum_{n=1}^N b_n t^{\beta'_n} \exp(-\beta_n t), \quad (14)$$

где  $\beta'_n$  — целые неотрицательные числа,  $\alpha_m \neq \beta_n$ ,  $m, n = 1, 2, \dots, M, N$ . Первое из этих соотношений представляет конечный отрезок какого-либо ряда из (8) и может обеспечить любую точность аппроксимации; второе — охватывает многие интересные и важные для приложений ситуации. Определяя интеграл свертки этих функций, получаем для временной зависимости проникшей в экран компоненты поля  $V(t)$  следующее выражение:

$$V(t) = - \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a_m b_n \left\{ \exp(-\beta_n t) [t^{\beta'_n} (\alpha_m - \beta_n)^{-1} + \right.$$

$$+ \left. \sum_{k=1}^{\beta'_n} \frac{\beta'_n (\beta'_n - 1) \dots (\beta'_n - k + 1)}{(\alpha_m - \beta_n)^{k+1}} t^{\beta'_n - k} \right] - \exp(-\alpha_m t) \frac{\beta'_n!}{(\alpha_m - \beta_n)^{\beta'_n + 1}} \}. \quad (15)$$

Эта сравнительно несложная формула дает прямой ответ на вопрос об амплитуде и временной форме проникшего в экран помехового электромагнитного поля.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Harrison C. W.—IEEE Trans., 1964, AP-12, № 3, p. 319.
2. Harrison C. W., Houston M. L. et. al.—IEEE Trans., 1965, AP-13, № 1, p. 149.
3. Harrison C. W., Paras C. H.—IEEE Trans., 1965, AP-13, № 6, p. 960.
4. Коленский Л. Л., Медведев Ю. А.—Изв. вузов — Радиофизика, 1969, 12, № 4, с. 588.
5. Коленский Л. Л., Медведев Ю. А., Степанов Б. М.—Измерительная техника, 1971, № 3, с. 56.
6. Гринберг Я. Р.—Изв. вузов — Радиофизика, 1975, 18, № 5, с. 746.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред.— М.: Физматгиз, 1959.

Поступила в редакцию  
23 июня 1982 г.

#### PULSE REACTIONS OF CLOSED METALLIC SCREENS

*Ya. R. Grinberg*

Time dependences have been found of field components penetrating into the cavity of spherical and cylindrical metallic envelopes. Time dependences occur at the excitation of these envelopes from outside by a plane  $\delta$ -pulse electromagnetic wave. It is shown that pulse reactions are defined by one universal function and two characteristic time constants depending on the geometric and electrophysical characteristics of the screen. The applicability criterion on the results obtained is considered.

#### ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ, т. XXII, № 6, 1982 г.

(Окончание)

**Гельфонд О. А., Гуревич А. В., Цедилина Е. Е.** Расчет дальних радиотрасс адиабатическим методом при использовании параболической модели ионосферы.

Разработан адиабатический метод расчета дальних радиотрасс для радиоволн КВ-диапазона на параболической модели ионосферы. Метод расчета позволяет провести полный анализ трассы, включая определение МПЧ, нахождение мод, определение времени запаздывания сигналов, построение ионограмм дальнего наклонного зондирования, определение амплитуды поля волны в точке приема.

**Новиков В. Д., Сергейчев К. Ф.** Об оптимальных условиях создания искусственной ионизованной области в атмосфере пересекающимися пучками СВЧ-волн.

Показана возможность существенного (на 2—3 порядка) снижения импульсной СВЧ-мощности, необходимой для создания искусственной ионизованной области в атмосфере. Это достигается за счет уменьшения поперечного сечения пучков и выбора оптимальной высоты  $\sim 70$  км, на которой уменьшение скорости деионизации по сравнению с высотами 30—60 км облегчает поддержание ионизации на заданном уровне.