

УДК 533.9.07

ВЛИЯНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН НА ВХОДНУЮ ПРОВОДИМОСТЬ КОЛЬЦЕВОЙ АПЕРТУРНОЙ АНТЕННЫ

К. С. Карплюк

Проведено теоретическое исследование влияния продольных волн, возбуждаемых кольцевой апертурной антенной в плазме, на входной импеданс такой антенны. Исследование проведено в рамках гидродинамической модели плазмы. Показано, что в области низких частот (ниже плазменной) возбуждение продольных колебаний приводит к увеличению мнимой части входного импеданса, а в области высоких частот (выше плазменной) — к увеличению действительной части входного импеданса. Эти изменения величины входного импеданса тем значительнее, чем выше температура и чем меньше частота соударений.

1. Методы антенной диагностики плазмы вызывают неослабевающий интерес [1]. Один из таких методов заключается в определении параметров плазмы (плотности электронов и частоты соударений электронов) путем измерения входного сопротивления погруженной в плазму антенны. Для таких измерений, среди прочих антенн, используется

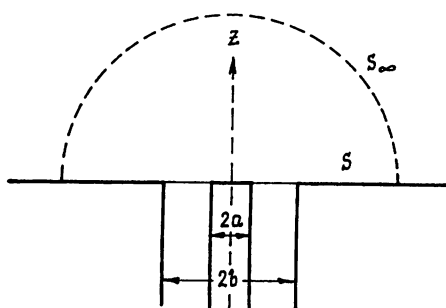


Рис. 1. Кольцевая апертурная антенна.

кольцевая апертурная антенна, возбуждаемая ТЕМ-волной, распространяющейся в коаксиальной линии (рис. 1) [2]. В [3] произведен расчет входной проводимости такой антенны, погруженной в холодную плазму. При этом остался открытым вопрос о влиянии продольных волн, распространяющихся в теплой плазме, на входную проводимость кольцевой апертурной антенны. Для тонкой цилиндрической антенны различные вопросы, связанные с таким влиянием, исследовались в [4-16].

Цель настоящей статьи — учесть влияние продольных волн на входную проводимость кольцевой апертурной антенны с помощью гидродинамического описания теплой плазмы.

2. При вычислении входной проводимости рассматриваемой антенны в теплой плазме будем поступать так же, как и в случае холодной плазмы. Выразив касательный к плоскости апертуры компонент магнитного поля в коаксиальной линии $H_{\varphi}^{(-)}$ и в плазме $H_{\varphi}^{(+)}$ через касательный компонент электрического поля E_r на апертуре и приравняв $H_{\varphi}^{(-)}$ и $H_{\varphi}^{(+)}$ на апертуре, мы получим интегральное уравнение для E_r . С помощью этого интегрального уравнения можно получить стационарный функционал, выражающий входную проводимость антенны через поле E_r на апертуре антенны. Окончательную расчетную формулу найдем, аппроксимируя E_r полем в бесконечной коаксиальной линии.

В холодной плазме, присутствие которой можно было учесть путем введения в уравнения Максвелла диэлектрической проницаемости плазмы

$$\epsilon_p = 1 - \Omega^2/\omega(\omega + iv), \quad (1)$$

для нахождения магнитного поля $H_\varphi^{(+)}$ по заданному электрическому полю достаточно было воспользоваться леммой Лоренца. Для высокочастотных волн в теплой плазме, описываемых линеаризованными уравнениями гидродинамики для электронов и уравнениями Максвелла.

$$-i\omega\mathbf{v} + (s^2/N)\nabla n - (e/m)\mathbf{E} + \mathbf{v}\mathbf{v} = 0; \quad (2)$$

$$-i\omega n + N \cdot \nabla\mathbf{v} = 0; \quad (3)$$

$$-i\omega\mu_0\mathbf{H} + \nabla \times \mathbf{E} = 0; \quad (4)$$

$$-i\omega\epsilon_0\mathbf{E} - \nabla \times \mathbf{H} + eN\mathbf{v} = 0, \quad s^2 = 3kTm^{-1}, \quad (5)$$

соотношение, аналогичное лемме Лоренца, будет выглядеть несколько иначе. Чтобы получить такое соотношение, пригодное для нахождения магнитного поля, рассмотрим, наряду с системой (2)—(5), другую систему уравнений:

$$-i\omega\mathbf{v}_0 + (s^2/N)\nabla n_0 - (e/m)\mathbf{E}_0 + \mathbf{v}_0\mathbf{v}_0 = 0; \quad (6)$$

$$-i\omega n_0 + N \cdot \nabla\mathbf{v}_0 = 0; \quad (7)$$

$$-i\omega\mu_0\mathbf{H}_0 + \nabla \times \mathbf{E}_0 + \mathbf{j}_m = 0; \quad (8)$$

$$-i\omega\epsilon_0\mathbf{E}_0 - \nabla \times \mathbf{H}_0 + eN\mathbf{v}_0 = 0. \quad (9)$$

Комбинируя (2)—(5) и (6)—(9), можно получить

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{j}_m = \nabla(\mathbf{E} \times \mathbf{H}_0 + \mathbf{H} \times \mathbf{E}_0) + s^2 m \nabla(n\mathbf{v}_0 - n_0\mathbf{v}). \quad (10)$$

Положив

$$\mathbf{j}_m = \mathbf{e}_\varphi \cdot j_0 = \mathbf{e}_\varphi \left(\frac{1}{2\pi} \right) \frac{\delta(r - r_0) \delta(z - z_0)}{r} \quad (11)$$

и проинтегрировав (10) по объему, ограниченному поверхностью фланца S и поверхностью бесконечно удаленной полусферы S_∞ (рис. 1), найдем

$$H_\varphi = \int_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}_0 + \mathbf{H} \times \mathbf{E}_0) d\mathbf{S} + s^2 m \int_S (n\mathbf{v}_0 - n_0\mathbf{v}) d\mathbf{S}. \quad (12)$$

Соотношение (12) отличается от обычной леммы Лоренца вторым слагаемым. Его присутствие указывает на то, что для определения H_φ нужно задать на поверхности фланца не только тангенциальные компоненты \mathbf{E} и \mathbf{H} , но и гидродинамические переменные — плотность и нормальную составляющую скорости. Если для аффинора Грина, определяемого уравнениями (6)—(9), выбрать граничные условия

$$E_r = 0, \quad z = 0, \quad r \in [0, \infty); \quad (13)$$

$$v_z = 0, \quad z = 0, \quad r \in [0, \infty), \quad (14)$$

то для определения H_φ достаточно будет задать тангенциальный компонент \mathbf{E} и нормальный \mathbf{v} . Задавая для этих компонентов граничные условия

$$E_r = 0, \quad z = 0, \quad r \in [0, a], \quad r \in [b, \infty); \quad (15)$$

$$v_z = 0, \quad z = 0, \quad r \in [0, \infty), \quad (16)$$

мы получим для поля H_φ такое же выражение, как и в случае холодной плазмы:

$$H_\varphi^{(+)}(r, z) = -2\pi \int_a^b E_r(r_0) H_{\varphi_0}(r, z | r_0, z_0) r_0 dr_0, \quad (17)$$

с тем, однако, отличием, что H_{φ_0} -компонент аффинора Грина будет определяться уравнениями (6)—(9) и граничными условиями (13) и (14), а не одними уравнениями Максвелла и граничным условием (13), как это имело место в случае холодной плазмы.

Коль скоро оказалось, что выражение для H_φ в теплой плазме выглядит так же, как и в холодной плазме, то и остальные соотношения, получаемые с его помощью — интегральное уравнение для E_r и вариационный принцип и приближенное выражение для входной проводимости, также сохранят свой вид. Поэтому мы можем сразу написать приближенную формулу для вычисления входной проводимости:

$$\frac{Y}{Y_0} = \frac{1}{\ln(b/a)} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_a}} \int_a^b H_\varphi^{(+)}(r, 0) dr, \quad (18)$$

где ϵ_a — диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей коаксиальную линию, Y_0 — проводимость бесконечной коаксиальной линии. Чтобы воспользоваться этой формулой, необходимо найти H_{φ_0} , т. е. отыскать решение системы (6)—(9) с граничными условиями (13), (14).

3. При решении системы (6)—(9) выразим \mathbf{v}_0 и E_0 через n_0 и H_0 :

$$\mathbf{v}_0 = \frac{1}{\omega + i\nu} \frac{1}{\epsilon_p} \left[-i \frac{s^2}{N} \nabla n_0 - \frac{1}{\omega} \frac{1}{\epsilon_0} \frac{e}{m} \nabla \times H_0 \right]; \quad (19)$$

$$E_0 = \frac{1}{i\omega\epsilon_0\epsilon_p} \left[\frac{es^2}{i(\omega + i\nu)} \nabla n_0 - \nabla \times H_0 \right], \quad (20)$$

а для самих n_0 и H_0 получим следующие уравнения:

$$k_t^2 n_0 + \Delta n_0 = 0; \quad (21)$$

$$k_t^2 H_0 - \nabla \times \nabla \times H_0 = \omega \epsilon_0 \epsilon_p i^{-1} \mathbf{e}_\varphi j_0, \quad (22)$$

где

$$k_t^2 = \omega(\omega + i\nu) s^{-2} \epsilon_p,$$

$$k_l^2 = \omega^2 c^{-2} \epsilon_p.$$

Выполнив преобразования Фурье—Бесселя,

$$n_0 = \int_0^\infty \tilde{n} J_0(k_\perp r) k_\perp dk_\perp,$$

$$H_{\varphi_0} = \int_0^\infty \tilde{H} J_1(k_\perp r) k_\perp dk_\perp,$$

и решив уравнения для \tilde{n} и \tilde{H} ,

$$(d^2 \tilde{n} / dz^2) + \gamma_t^2 \tilde{n} = 0,$$

$$\frac{d^2 \tilde{H}}{dz^2} + \gamma_t^2 \tilde{H} = \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_p}{2\gamma_t} J_1(k_\perp r_0) \delta(z - z_0),$$

найдем решения (21) и (22), удовлетворяющие граничным условиям (13), (14):

$$n_0(r, z | r_0, z_0) = -\frac{e}{m} \frac{\varepsilon_p}{2\pi} \frac{N}{s^2} \int_0^\infty \left\{ \frac{k_t}{\gamma_t \gamma_l} J_1(k_\perp r_0) J_0(k_\perp r) \times \right. \\ \left. \times \left[1 - \frac{\Omega^2}{\omega(\omega + i\nu)} \frac{k_\perp^2}{\gamma_t \gamma_l} \right]^{-1} \exp(i\gamma_t z_0) \exp(i\gamma_l z) k_\perp \right\} dk_\perp; \quad (23)$$

$$H_{\varphi_0}(r, z | r_0, z_0) = -\frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_p}{2\pi} \int_0^\infty \left\{ \frac{J_1(k_\perp r_0) J_1(k_\perp r)}{\gamma_t} \times \right. \\ \left. \times \exp(i\gamma_l z) \left[\cos \gamma_t z < -i \frac{\Omega^2}{\omega(\omega + i\nu)} \frac{k_\perp^2}{\gamma_t \gamma_l} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \sin \gamma_t z < \right] \left[1 + \frac{\Omega^2}{\omega(\omega + i\nu)} \frac{k_\perp^2}{\gamma_t \gamma_l} \right]^{-1} k_\perp \right\} dk_\perp. \quad (24)$$

Здесь

$$\gamma_l = \sqrt{k_t^2 - k_\perp^2}, \quad \gamma_t = \sqrt{k_t^2 - k_\perp^2},$$

$z <$ и $z >$ — меньшее и большее из чисел z и z_0 .

4. Объединив (17), (18) и (24), получим окончательную формулу для входной проводимости кольцевой апертурной антенны в теплой плазме:

$$\frac{Y}{Y_0} = \frac{\omega}{c} \frac{\varepsilon_p}{\sqrt{\varepsilon_d}} \frac{1}{\ln(b/a)} \int_0^\infty \frac{|J_0(k_\perp b) - J_0(k_\perp a)|^2}{k_\perp \gamma_t} \left[1 + \frac{\Omega^2}{\omega(\omega + i\nu)} \times \right. \\ \left. \times k_\perp^2 (\gamma_t \gamma_l)^{-1} \right]^{-1} dk_\perp. \quad (25)$$

На рис. 2—5 представлены кривые для входного импеданса антенны, рассчитанные с помощью (25). Сплошные кривые соответствуют температуре $T = 10^5$ К, пунктирные — холодной плазме, входная проводимость которой, как известно [2, 3], определяется формулой (25) без последнего множителя в подынтегральном выражении. Кривые рассчитаны для случая $f = 4$ ГГц, $\omega a/c = 0,182$, $b/a = 2,3$. На рис. 2, 3 представлен расчет для большой частоты соударений ($\nu/\omega = 0,3$), а на рис. 4, 5 — для малой ($\nu/\omega = 0,001$). Видим, что в поведении импеданса для теплой и холодной плазмы имеется несколько отличий.

Во-первых, при высоких частотах ($\omega > \Omega$) действительная часть импеданса в теплой плазме больше, чем в холодной. Это объясняется тем, что в этой области частот в теплой плазме имеется дополнительный источник потерь: на излучение продольных волн.

Этими же дополнительными потерями объясняется уменьшение резонансного значения действительной части импеданса при $\omega \approx \Omega$.

Во-вторых, при низких частотах ($\omega < \Omega$) мнимая часть импеданса в теплой плазме больше, чем в холодной. Причиной этого также являются продольные колебания. Хотя продольные волны при $\omega < \Omega$ распространяться не могут, но вблизи антенны могут возбуждаться нераспространяющиеся продольные колебания. Они являются дополнительным резервуаром, запасующим энергию в течение полупериода и затем

возвращающим ее также в течение полупериода. Наличие такого дополнительного резервуара обуславливает появление дополнительной части импеданса.

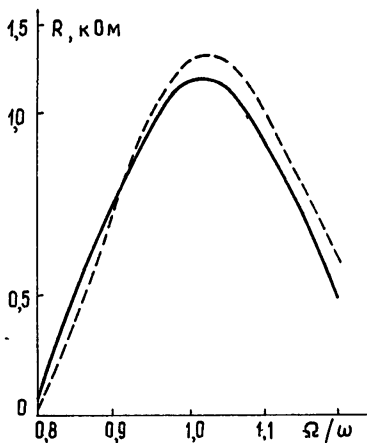


Рис. 2.

Рис. 2. Действительная часть импеданса при большой частоте соударений.

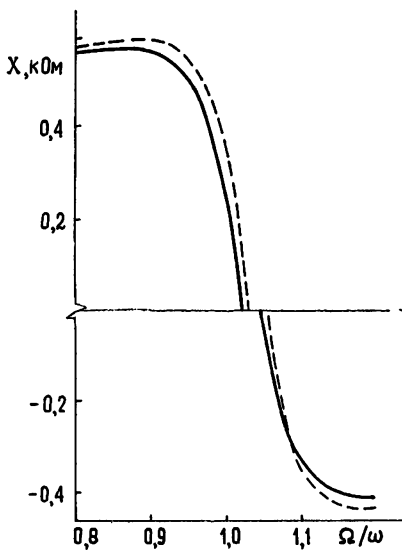


Рис. 3.

Рис. 3. Мнимая часть импеданса при большой частоте соударений.

С помощью найденных значений импеданса мы можем также оценить эффективность излучения продольных волн кольцевой апертурной антенной. Для этого сравним долю энергии, излучаемой антенной в холодной и теплой плазме. При малой частоте соударений ($\nu/\omega=0,001$) этот коэффициент излучения энергии, определяемый соотношением

$$K = 1 - \left| \frac{(Y/Y_0) - 1}{(Y/Y_0) + 1} \right|^2,$$

в холодной плазме при $\omega=\Omega$ равен $5,4 \cdot 10^{-4}$, а в теплой — $2 \cdot 10^{-3}$. Четырехкратный рост излучения указывает на то, что эффективность излучения продольных волн того же порядка, что и поперечных.

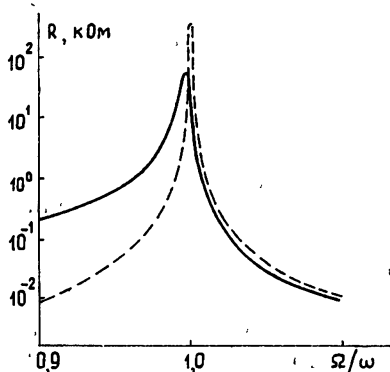


Рис. 4.

Рис. 4. Действительная часть импеданса при малой частоте соударений.

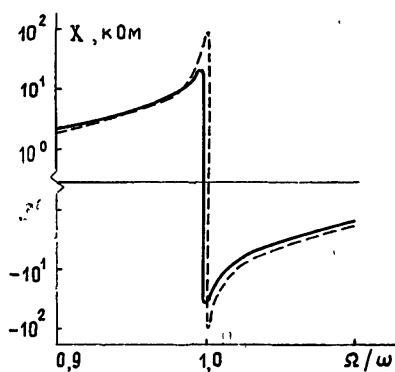


Рис. 5.

Рис. 5. Мнимая часть импеданса при малой частоте соударений.

Импеданс антенны в теплой плазме тем сильнее отличается от импеданса в холодной плазме, чем меньше частота соударений электронов. Если при $\nu/\omega=0,3$ импедансы антенны в теплой и холодной плазме отличаются примерно на 10%, то при $\nu/\omega=0,001$ эти импедансы отличаются в несколько раз. Опубликованные экспериментальные результаты [2] относятся как раз к случаю $\nu/\omega=0,3$, когда различие между теплой и холодной плазмой незначительно. Желательно было бы провести измерения при малой частоте соударений, с тем, чтобы выяснить, насколько хорошо гидродинамическая теория описывает поведение плазмы, окружающей антенну.

Автор благодарен Т. А. Грязновой, выполнившей численный расчет кривых, представленных на рис. 2—5.

ЛИТЕРАТУРА

1. Balmain K. G.—Ann. Telecommunic, 1979, 34, № 3, 4, p. 273.
2. Грязнова Т. А., Иванчинов Н. Н., Карплюк К. С., Филоненко Е. Г., Шашури И. П.—ЖТФ, 1976, 46, № 5, с. 1081.
3. Карплюк К. С., Павленко В. П.—Радиотехника и электроника, 1977, 22, № 1, с. 15.
4. Эйдрман В. Я.—Изв. вузов — Радиофизика, 1963, 6, № 6, с. 1140.
5. Андронов А. А., Эйдрман В. Я.—ЖТФ, 1969, 39, № 2, с. 365.
6. Balmain K. G.—Radio Sci., 1965, 69D, № 4, p. 559.
7. Cook K. R., Edgar B. C.—Radio Sci., 1966, 1, № 1, p. 13.
8. Kuehl H. H.—Radio Sci., 1967, 2, № 1, p. 73.
9. Carlin J., Mittra R.—Can. J. Phys., 1967, 45, № 3, p. 1251.
10. Carlin J., Mittra R.—Radio Sci., 1967, 2, № 11, p. 1327.
11. Miller E. K.—IEEE Trans., 1968, AP-16, № 1, p. 111.
12. Galejs J.—Radio Sci., 1969, 4, № 2, p. 269.
13. Lin S. H., Mei K. K.—IEEE Trans., 1970, AP-18, № 5, p. 672.
14. Schiff M. L.—Radio Sci., 1970, 5, № 12, p. 1489.
15. Rao V. S., Verma D.—IEEE Trans., 1974, AP-22, № 6, p. 815.
16. Ward M. A. V.—Plasma Physics, 1977, 19, № 11, p. 1017.

Киевский государственный
университет

Поступила в редакцию
7 апреля 1982 г.

AN EFFECT OF LONGITUDINAL WAVES ON THE INPUT CONDUCTIVITY OF A RING APERTURE ANTENNA

K. S. Karplyuk

A theoretical investigation has been carried out on the effect of longitudinal waves excited by a ring aperture antenna in a plasma on the input impedance of such an antenna. The investigation has been carried out in the frames of the plasma hydrodynamic model. It is shown that in the region of low frequencies (lower than the plasma one) the excitation of longitudinal oscillations leads to an increase of the imaginary part of the input impedance. In the region of high frequencies (higher than the plasma one) it leads to an increase of the real part of the input impedance. These variations of the input impedance values are the more essential the higher the temperature and the lower the collision frequency.