ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVI, № 2 РАДИОФИЗИКА 1983

УДК 534.222.1

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ ЗВУКА ДВИЖУЩИМИСЯ ИСТОЧНИКАМИ В НЕОДНОРОДНОЙ ГАЗООБРАЗНОЙ СРЕДЕ

В. Д. Липовский, В. В. Тамойкин

Рассмотрено излучение звуковых волн равномерно движущимися источниками тепла и импульса в газообразной среде с флуктуациями плотности. Получены формулы для силы реакции излучения для случаев мелкомасштабных и крупномасштабных неоднородностей при дозвуковом и сверхзвуковом движении источников. Расчет проведен с помощью тензора эффективной проницаемости, связывающего между собой средние значения импульса единицы объема среды и скорости возмущений.

Излучению равномерно движущихся заряженных частиц в среде со случайными неоднородностями посвящен целый ряд работ. Впервые эта задача рассматривалась в [1, 2], где исследовались интенсивность и угловое распределение переходного излучения в среде как с мелко-, так и с крупномасштабными неоднородностями. При этом оказалось, что в рамках проведенного в [1, 2] приближенного расчета интенсивности необходимо в соответствующих расходящихся интегралах сделать «обрезание» на некотором минимальном расстоянии $r_{\min}$, значение которого, по мнению авторов [1, 2], определяется пределами применимости макроэлектродинамики. Позднее [3] было показано, что в действительности при корректном вычислении, учитывающем конечный радиус корреляции l неоднородностей, роль $r_{\min}$ играет масштаб l. Необходимо отметить, что расчет потерь частицы на излучение волн можно проводить как путем подсчета потока вектора Пойнтинга [1–4], так и методом реакции излучения среднего поля, вычисленного с помощью тензора эффективной диэлектрической проницаемости [3, 4] хаотически неоднородной среды. При этом существенным оказался тот факт, что для получения конечных потерь следует учитывать пространственную дисперсию мнимой части $\varepsilon_{ij}^{\text{eff}}$ [3–5].

Аналогичная акустическая задача решалась в [6] для случая равномерно движущегося δ-образного силового источника, однако в [6] не учитывалась пространственная дисперсия $\operatorname{Im}\varepsilon_{ij}^{\text{eff}}$, и результаты [6] справедливы лишь в условиях мелкомасштабных неоднородностей среды. В настоящей работе методом реакции излучения вычислены потери энергии точечных равномерно движущихся теплового и силового источников как для мелко-, так и для крупномасштабных неоднородностей. При этом показано, что в общем случае эта задача является векторной, причем по аналогии с электромагнитным случаем можно ввести понятие тензора $\varepsilon_{ij}^{\text{eff}}$, характеризующего связь между средними импульсом единицы объема и скоростью возмущений. В случае теплового источника переходный механизм возникает за счет трансформации на неоднородностях среды ближнего продольного поля в звуковую волну. Источник силы генерирует и ближнее вихревое поле, эффект трансформации которого в продольную волну является акустическим аналогом стохастических поляризационных потерь в электродинамике.

1. ТЕНЗОР $\varepsilon_{ij}^{\mathrm{eff}}$ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

Рассмотрим малые колебания в случайно-неоднородной среде с флуктуациями плотности и скорости звука. В случае газообразной среды, находящейся при постоянном давлении, флуктуации скорости звука могут быть выражены через флуктуации плотности [7]. Система уравнений для возмущений скорости $\boldsymbol{v}$, создаваемых внешними источниками тепла $h(\boldsymbol{r}, t)$ и импульса $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r}, t)$, получается из уравнений движения, непрерывности и энтропии и имеет вид

$$[1+\varepsilon(\boldsymbol{r})]\,c_0^{-2}\frac{\partial^2 v_n}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 v_m}{\partial x_n\,\partial x_m}=\rho_0^{-1}c_0^{-2}\frac{\partial f_n}{\partial t}-(\gamma-1)\times$$
$$\times\,\rho_0^{-1}c_0^{-2}(\partial h/\partial x_n). \tag{1}$$

Здесь $\gamma=c_p/c_v$, $\delta T/\langle T\rangle=-\delta\rho/\rho_0$, $\varepsilon(\boldsymbol{r})=\delta\rho(\boldsymbol{r})/\rho_0$, c_0 — средняя скорость звука, ρ_0 — средняя «фоновая» плотность газа, $|\delta\rho|\ll\rho_0$, $\delta\rho(\boldsymbol{r})$ — флуктуация плотности, символ $\langle\cdots\rangle$ означает статистическое усреднение. Из тех же уравнений легко получить интегральное соотношение, определяющее закон сохранения энергии:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_V\left\langle\frac{\rho_0 v^2}{2}+\frac{p^2}{2\rho_0 c_0^2}\right\rangle dV+\oint\limits_S\langle p v_n\rangle dS=$$
$$=\int\limits_V \boldsymbol{f}(\boldsymbol{r}, t)\langle\boldsymbol{v}\rangle\,dV+\frac{\gamma-1}{\rho_0 c_0^2}\int\limits_V h(\boldsymbol{r}, t)\langle p\rangle dV, \tag{2}$$

где $p(\boldsymbol{r}, t)$ — волновое возмущение давления, S — поверхность, охватывающая объем интегрирования V. Из (2) видно, что при $V\to\infty$ и при наличии сколь угодно малого затухания $\oint\limits_S\to 0$ и увеличение запасенной энергии в среде (первый член слева в (2)) определяется работой заданных силового и теплового источников. Последнюю можно отыскать, зная средние возмущения $\langle\boldsymbol{v}\rangle$ и $\langle p\rangle$, генерируемые этими источниками. Следовательно, задача нахождения средних потерь заданных источников на излучение звуковых волн в газе с неоднородностями сводится к вычислению тензора $\varepsilon_{ij}^{\mathrm{eff}}$, который полностью определяет средние возмущения $\langle\boldsymbol{v}\rangle$ и $\langle p\rangle$.

Для нахождения $\varepsilon_{ij}^{\mathrm{eff}}$ запишем эквивалентную (1) систему уравнений для процессов $\exp(i\omega t)$:

$$k_0^2[1+\varepsilon(\boldsymbol{r})]\,\delta_{nm}v_m+(\partial^2 v_m/\partial x_n\,\partial x_m)=\delta_{nm}f_m\delta(\boldsymbol{r}), \tag{3}$$

где δ_{nm} — символы Кронекера, $k_0=\omega/c_0$, $f_m\delta(\boldsymbol{r})\exp(i\omega t)$ — точечный сторонний источник. Проводя статистическое усреднение в (3) и беря пространственное фурье-преобразование от левой и правой частей, получим

$$k_0^2\delta_{nm}\left[\langle v_m(\boldsymbol{k})\rangle+\int\langle\varepsilon(\boldsymbol{k}_1)v_m'(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_1)\rangle\,d\boldsymbol{k}_1\right]-$$
$$-\,k_n k_m\langle v_m(\boldsymbol{k})\rangle=(2\pi)^{-3}\delta_{nm}f_m. \tag{4}$$

Здесь учтено, что $v_m(\boldsymbol{k})=\langle v_m(\boldsymbol{k})\rangle+v_m'(\boldsymbol{k})$, v_m' — флуктуационное отклонение скорости возмущений от своего среднего значения.

Следуя процедуре, изложенной в [6], для v_m' при $|\varepsilon|\ll 1$ можно записать

$$k_0^2\delta_{nm}v_m'(\boldsymbol{k})-k_n k_m v_m'(\boldsymbol{k})\simeq-k_0^2\int\varepsilon(\boldsymbol{k}_2)\langle v_n(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_2)\rangle\,d\boldsymbol{k}_2. \tag{5}$$

Подставляя решение (5) в (4) и учитывая, что для изотропного поля флуктуаций

$$\langle \varepsilon(\boldsymbol{k}_1)\varepsilon(\boldsymbol{k}_2)\rangle = \Phi_\varepsilon(|\boldsymbol{k}_1|)\delta(\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}_2), \tag{6}$$

$\Phi_\varepsilon(k)$ — угловой спектр мощности флуктуаций $\varepsilon(\boldsymbol{r})$, получаем

$$k_0^2\varepsilon_{ij}^{\text{eff}}(\omega, \boldsymbol{k})\langle v_j(\boldsymbol{k})\rangle - k_i k_j\langle v_j(\boldsymbol{k})\rangle = (2\pi)^{-3}\delta_{im}f_m, \tag{7}$$

где тензор $\varepsilon_{ij}^{\text{eff}}$ равен

$$\varepsilon_{ij}^{\text{eff}}(\omega, \boldsymbol{k}) = \delta_{ij}(1-\langle\varepsilon^2\rangle) - \int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\Phi_\varepsilon(|\boldsymbol{k}-\boldsymbol{\varkappa}|)}{k_0^2-\varkappa^2}\varkappa_i\varkappa_j\,d\boldsymbol{\varkappa}, \tag{8}$$

$\boldsymbol{\varkappa} = \{\varkappa_1, \varkappa_2, \varkappa_3\}$, $i, j = 1, 2, 3$. Из сказанного выше ясно, что введенный здесь тензор $\varepsilon_{ij}^{\text{eff}}(\omega, \boldsymbol{k})$ определяется соотношением

$$\langle(\rho_0+\delta\rho(\boldsymbol{r}))v_i(\omega, \boldsymbol{r})\rangle_{\boldsymbol{k}} = \rho_0\varepsilon_{ij}^{\text{eff}}(\omega, \boldsymbol{k})\langle v_j(\omega, \boldsymbol{k})\rangle. \tag{9}$$

Следовательно, он с точностью до множителя ρ_0 связывает между собой фурье-образы среднего импульса единицы объема и средней скорости возмущений.

В случае изотропного поля флуктуаций $\varepsilon(\boldsymbol{r})$ $\varepsilon_{ij}^{\text{eff}}$ может быть представлен в виде

$$\varepsilon_{ij}^{\text{eff}}(\omega, \boldsymbol{k}) = (\delta_{ij}-k_ik_j/k^2)\varepsilon_{\text{tr}}(\omega, k) + (k_ik_j/k^2)\varepsilon_l(\omega, k), \tag{10}$$

где продольная ε_l и поперечная ε_{tr} эффективные проницаемости равны

$$\varepsilon_{\text{tr}}(\omega, k) = (1-\langle\varepsilon^2\rangle) - \frac{1}{2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\Phi_\varepsilon(|\boldsymbol{k}-\boldsymbol{\varkappa}|)\frac{\varkappa^2k^2-(\boldsymbol{\varkappa}\boldsymbol{k})^2}{k^2(k_0^2-\varkappa^2)}\,d\boldsymbol{\varkappa}; \tag{11}$$

$$\varepsilon_l(\omega, k) = (1-\langle\varepsilon^2\rangle) - \int\limits_{-\infty}^{\infty}\Phi_\varepsilon(|\boldsymbol{k}-\boldsymbol{\varkappa}|)\frac{(\boldsymbol{\varkappa}\boldsymbol{k})^2}{k^2(k_0^2-\varkappa^2)}\,d\boldsymbol{\varkappa}. \tag{12}$$

Для дальнейшего представляет интерес знание мнимых частей $\varepsilon_{\text{tp}}(\omega, k)$ и $\varepsilon_l(\omega, k)$. Их легко отыскать, взяв полувычет в (11) и (12). Например, из (11), переходя предварительно к сферическим координатам в пространстве волновых чисел $\boldsymbol{\varkappa}$ с осью z вдоль $\boldsymbol{k}$ и делая замену переменных $\cos\vartheta = t$, имеем

$$\operatorname{Im}\varepsilon_{\text{tr}}(\omega, k) = -\frac{i\pi^2k_0^3}{2}\int\limits_0^1(1-t^2)\Phi_\varepsilon(k^2+k_0^2-2kk_0t)\,dt. \tag{13}$$

Аналогично из (12) получаем

$$\operatorname{Im}\varepsilon_l(\omega, k) = -i\pi^2k_0^3\int\limits_0^1 t^2\Phi_\varepsilon(k^2+k_0^2-2kk_0t)\,dt. \tag{14}$$

Интегралы в (13) и (14) вычисляются до конца при задании некоторых конкретных функций $\Phi_\varepsilon(\varkappa)$. Например, в случае экспоненциальной функции корреляции флуктуаций $\varepsilon(\boldsymbol{r})$ $\Phi_\varepsilon(q) = \langle\varepsilon^2\rangle l^3/2\pi^2(q^2l^2+1)^2$, $q^2 = k^2+k_0^2-2kk_0t$. При этом выражения для $\varepsilon_{\text{tr}}(\omega, k)$ и $\varepsilon_l(\omega, k)$ имеют довольно громоздкий вид, и мы их выписывать не будем. Приведем лишь формулы для них в случаях мелкомасштабных ($k_0l \ll 1$) и крупномасштабных ($k_0l \gg 1$) неоднородностей:

$$\varepsilon_l(\omega, k) \simeq \varepsilon_{\text{tr}}(\omega, k) \simeq \varepsilon_0 + i\varepsilon''(\omega, k), \quad \varepsilon_0 \simeq 1-(2/3)\langle\varepsilon^2\rangle; \tag{15}$$

$$\varepsilon''(\omega, k) \simeq (2/3)\langle\varepsilon^2\rangle (k_0 l)^3 (1 + k^2 l^2)^{-2}, \quad k_0 l \ll 1;$$

$$\varepsilon_l(\omega, k) \simeq 1 + i\tilde{\varepsilon}(\omega, k), \quad \tilde{\varepsilon}(\omega, k) \simeq 2\langle\varepsilon^2\rangle(k_0 l)^3 \times \times [(k - k_0)^2 l^2 + 4k_0^2 l^2]^{-1}, \quad \operatorname{Im}\varepsilon_{tr} \ll \operatorname{Im}\varepsilon_l. \tag{16}$$

2. ЧЕРЕНКОВСКО-ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ТЕПЛОВОГО ИСТОЧНИКА

Рассмотрим равномерно движущийся в неоднородной среде с постоянной скоростью $\boldsymbol{v}_0$ точечный источник тепла $h = h_0\delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{v}_0 t)$, где h_0 — количество тепла, выделяемое в единицу времени. Из разд. 1 следует, что средняя сила реакции излучения $(F = \langle I\rangle/v_0)$ может быть выражена через продольную проницаемость:

$$F = \int_0^\infty d\omega\, F(\omega),$$

$$F(\omega) = \frac{(\gamma - 1)^2 h_0^2 \omega}{4\pi^2 \rho_0 v_0^2 c_0^4} \int_0^\infty dk_\perp^2 \,[(k_\perp^2 + \omega^2 v_0^{-2})\, \varepsilon_l''(\omega, k_\perp)] \times \times \{[k_\perp^2 + \omega^2 v_0^{-2}(1 - M^2 \varepsilon_l'(\omega, k_\perp))]^2 + k_0^4 \varepsilon_l''^2(\omega, k_\perp)\}^{-1}. \tag{17}$$

В (17) $M = v_0/c_0$, $\varepsilon_l(\omega, k_\perp) = \varepsilon_l'(\omega, k_\perp) + i\varepsilon''(\omega, k_\perp)$, $k_\perp$ — поперечное волновое число. Источник движется по оси z: $\varepsilon_l(\omega, k_\perp)$ может быть получено из $\varepsilon_l(\omega, k)$ путем замены в последнем k_z на ω/v_0. Формула (17) описывает черенковское и переходное излучение звука. Последний механизм в данном случае связан с трансформацией на флуктуациях среды ближнего продольного поля движущегося источника в звуковую волну. Ограничимся оценками спектральной плотности силы реакции излучения $F(\omega)$.

Для мелкомасштабных флуктуаций $\varepsilon_l(\omega, k_\perp)$ в (17) можно заменить выражением (15), причем в существенной для интегрирования области в знаменателе подынтегрального выражения (17) можно не учитывать зависимость ε_l' от $k_\perp$. Ее учет приводит к поправкам высшего приближения по $S_0 = k_0 l \ll 1$. Тогда

$$F(\omega) \simeq \frac{(\gamma - 1)^2 h_0^2 \langle\varepsilon^2\rangle \omega^4 l^3 \varepsilon_0^{3/2}}{6\pi^2 \rho_0 v_0^2 c_0^7} \left\{\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon''(\omega)}\left[\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{1 - M^2\varepsilon_0}{M^2 \varepsilon''(\omega)}\right] - \right. \left. - \frac{1}{1 + \omega^2 l^2 v_0^{-2}} + \ln\frac{1 + \omega^2 l^2 v_0^{-2}}{\omega^2 l^2 v_0^{-2}\sqrt{(1 - M^2\varepsilon_0)^2 + M^4 \varepsilon''^2(\omega)}}\right\}; \tag{18}$$

$$\varepsilon''(\omega) = \varepsilon''(\omega, k_\perp = 0) = (2/3)\langle\varepsilon^2\rangle(k_0 l)^3 (1 + \omega^2 l^2/v_0^2)^{-2}. \tag{19}$$

Рассмотрим предельные случаи. Если $M^2\varepsilon''(\omega) \ll |1 - M^2\varepsilon_0| < 1$, то

$$F(\omega) \simeq \frac{(\gamma - 1)^2 h_0^2 \langle\varepsilon^2\rangle \omega^2 l \varepsilon_0^{3/2}}{6\pi^2 \rho_0 c_0^7} \times \left\{\frac{\omega^2 l^2 M^2 \varepsilon_0}{v_0^2(1 - M^2\varepsilon_0)}\left[1 - \frac{1 - M^2\varepsilon_0}{M^2\varepsilon_0}\ln(1 - M^2\varepsilon_0)\right] + \varphi\left(\frac{\omega^2 l^2}{v_0^2}\right)\right\}, \tag{20}$$

$$\varphi(x) = x\left(\ln\frac{1+x}{x} - \frac{1}{1+x}\right) \simeq \begin{cases} x\ln(1/ex), & x \ll 1 \\ 1/2x, & x \gg 1 \end{cases}.$$

При малых числах Маха ($M^2\varepsilon_0 \ll 1$) в фигурных скобках в (20) можно оставить только второе слагаемое φ. При этом, если $\omega l/v_0 \gg 1$ ($M^2 \ll S_0^2$), то $F(\omega) \sim M^2$: при медленной смене реализаций $\delta\rho$ эффект перестройки ближнего продольного поля мал. Если $\omega l/v_0 \ll 1$ (но $S_0^2 \ll M^2 \ll 1$), то $F(\omega) \sim (\omega l/v_0)^2$: смена реализаций происходит достаточно быстро и вклады от перестройки на большом числе неоднородностей компенсируются. В средней области при $M \ll 1$ существует локальный максимум $F(\omega)$ (максимум φ) при $\omega l/v_{0\max} \simeq 1$, что соответствует синхронизму между продольным масштабом изменения поля движущегося источника v_0/ω и радиусом корреляции l. Следовательно, при малых скоростях наиболее эффективна резонансная трансформация ближнего потенциального поля источника тепла в продольную волну. По мере приближения к черенковскому порогу $F(\omega)$ возрастает и на пороге ($|1 - M^2\varepsilon_0| \ll M^2\varepsilon''(\omega)$)

$$F(\omega) \simeq (\gamma - 1)^2 h_0^2 \omega / 8\pi\rho_0 c_0^6. \tag{21}$$

Из (21) следует, что в акустике имеет место жесткое включение черенковского излучения — оно доминирует в $F(\omega)$ уже при околопороговом значении скорости. Заметим, что в аналогичной ситуации в электродинамике включение мягкое: переходное излучение превалирует над черенковским в области порога [6]. Для гиперзвукового источника ($M^2 \gg 1$)

$$F(\omega) \simeq (\gamma - 1)^2 h_0^2 \omega / 4\pi\rho_0 c_0^4 v_0^2. \tag{22}$$

Качественное поведение реакции излучения в зависимости от скорости движения можно представить следующим образом: $F(\omega)$ стремится к нулю при $M \to 0$, имеет максимум при $v_{0\max} \sim \omega l \ll c\varepsilon_0^{-1/2}$, убывает при $M^2\varepsilon_0 \ll 1$ и $\omega l/v_0 \ll 1$ и начинает расти по мере приближения к черенковскому порогу. При $M^2\varepsilon_0 > 1$ потери имеют второй максимум, значительно превышающий первый (в $1/S_0 \langle\varepsilon^2\rangle \gg 1$ раз), а затем начинает убывать в соответствии с (22). Отметим, что наличие флуктуаций сдвигает порог черенковского излучения ($M = 1$) в сторону ухудшения условия его возникновения на величину $(2/3)\langle\varepsilon^2\rangle$.

В случае крупномасштабных флуктуаций $\varepsilon_l(k_\perp, \omega)$ определяется выражением (16). Его мнимая часть $\varepsilon_l''(s, s_0)$ имеет максимум при $s = s_0$: $\varepsilon_l''(s_0, s_0) \simeq \tilde{\varepsilon}(\omega) = \langle\varepsilon^2\rangle k_0 l/2$. Заменим в знаменателе подынтегрального выражения (17) ε_l' на 1 и ε_l'' на $\tilde{\varepsilon}(\omega)$ — это соответствует отбрасыванию поправок более высокого порядка по $\langle\varepsilon^2\rangle$ и s_0^{-1}. Результат интегрирования:

$$F(\omega) \simeq \frac{(\gamma-1)^2 h_0^2 \langle\varepsilon^2\rangle \omega^2 l}{16\pi^2\rho_0 v_0^2 c_0^5}\left\{\ln\frac{(1-M^2)^2 + 4M^4/k_0^2 l^2}{(1-M^2)^2 + M^4\tilde{\varepsilon}^2(\omega)} + \frac{2}{\tilde{\varepsilon}(\omega)}\left[\frac{\pi}{2} - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \operatorname{arctg}\frac{1-M^2}{M^2\tilde{\varepsilon}(\omega)}\right] - k_0 l\left[\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{k_0 l}{2M^2}(1-M^2)\right]\right\}. \tag{23}$$

При $(1 - M^2) \gg 2M^2/k_0 l \gg M^2\tilde{\varepsilon}^2(\omega)$ из (23) следует, что

$$F(\omega) \simeq (\gamma - 1)^2 h_0^2 \langle\varepsilon^2\rangle M^2/4\pi^2\rho_0 c_0^5 (1 - M^2)^2.$$

В частности, при $M \ll 1$ $F(\omega) \sim M^2$. В области чисел Маха, удовлетворяющих неравенству $M^2\tilde{\varepsilon}(\omega) \ll (1-M^2) \ll 2M^2/k_0 l$,

$$F(\omega) \simeq (\gamma-1)^2 h_0^2 \langle\varepsilon^2\rangle \omega^2 l/8\pi^2\rho_0 c_0^7 (1-M^2) \tag{23a}$$

при M, не близких к единице, реакция излучения возрастает с ростом скорости источника. На пороге черенковского излучения ($|1-M^2| \ll \ll M^2\tilde{\varepsilon}(\omega) \ll 2M^2/k_0 l$) $F(\omega)$ описывается (21), а при гиперзвуковом движении — формулой (22). Для крупномасштабных флуктуаций потери имеют максимум по v_0 только для черенковского излучения. Здесь резонансный механизм переходного излучения не наблюдается из-за отсутствия синхронизма между масштабом изменения поля движущегося источника v_0/ω и масштабом корреляции l при $M < 1$, а при $M \gtrsim 1$ в игру вступает черенковское излучение.

3. ЧЕРЕНКОВСКО-ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ИСТОЧНИКА ИМПУЛЬСА

Оценим силу реакции излучения, возникающую при движении в неоднородной среде источника импульса $\boldsymbol{f} = f_0\delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{v}_0 t)\boldsymbol{v}_0/v_0$. Здесь f_0 — сила, действующая на газ со стороны источника. Подобная задача о дозвуковом движении силового источника специального вида рассматривалась в [7]. В данном случае спектральная плотность силы реакции излучения выражается через продольную и поперечную проницаемости:

$$F(\omega) = F_{tr}(\omega) + F_l(\omega); \tag{24}$$

$$F_{tr}(\omega) = \frac{f_0^2}{4\pi^2\rho_0 v_0^2\omega}\int_0^\infty dk_\perp^2 \frac{k_\perp^2 \varepsilon''_{tr}(\omega, k_\perp)}{(k_\perp^2 + \omega^2 v_0^{-2})(\varepsilon'^2_{tr} + \varepsilon''^2_{tr})}; \tag{25}$$

$$\begin{gathered} F_l(\omega) = \frac{f_0^2\omega^5}{4\pi^2\rho_0 v_0^4 c_0^4}\int_0^\infty dk_\perp^2 [\varepsilon''_l(\omega, k_\perp)]\{(k_\perp^2 + \omega^2 v_0^{-2}) \times \\ \times [[k_\perp^2 + \omega^2 v_0^{-2}(1 - M^2\varepsilon'_l)]^2 + k_0^4 \varepsilon''^2_l(\omega, k_\perp)]\}^{-1}. \end{gathered} \tag{26}$$

Величина (25) связана с чисто переходным механизмом — она соответствует трансформации ближнего вихревого поля, создаваемого силовым источником, в звуковую волну. В выражении для реакции излучения источника тепла подобный член отсутствовал, так как этот источник является потенциальным. Формула (26) описывает черенковское и переходное излучение звуковых волн за счет перестройки на флуктуациях среды ближнего продольного поля.

Проанализируем случай мелкомасштабных неоднородностей. Члены, входящие в (24), удобно рассмотреть отдельно. При оценке $F_{tr}(\omega)$ в знаменателе подынтегрального выражения (25) заменим $|\varepsilon_{tr}|^2$ на единицу, а для ε''_{tr} в числителе используем выражение (15):

$$\begin{gathered} F_{tr}(\omega) \simeq \frac{f_0^2\langle\varepsilon^2\rangle}{6\pi^2\rho_0 c_0^3 l}\,\chi\left(\frac{\omega^2 l^2}{v_0^2}\right), \\ \chi(x) = x\left(1 - x\ln\frac{1+x}{x}\right) \simeq \begin{cases} x, & x \ll 1 \\ 1/2, & x \gg 1 \end{cases}. \end{gathered} \tag{27}$$

Заметим, что (27) отлично от нуля и при $v_0 = 0$

$$F_{tr}(\omega) \simeq f_0^2\langle\varepsilon^2\rangle/12\pi^2\rho_0 c_0^3 l,$$

а в случае больших скоростей ($\omega l/v_0 \ll 1$) спадает по закону v_0^{-2}. Разумеется, интенсивность излучения $\langle I_{tr}\rangle = F_{tr}v_0$ обращается в нуль при $v_0=0$. При оценке (26) можно пренебречь зависимостью ε_l от $k_\perp$ во всем подынтегральном выражении (26):

$$F_l(\omega) \simeq \frac{f_0^2\langle\varepsilon^2\rangle\,\omega^4 l^3}{6\pi^2\rho_0 c_0^3 v_0^4\,\varepsilon_0^{1/2}(1+\omega^2 l^2 v_0^{-2})^2}\Big\{\ln\big[(1-M^2\varepsilon_0)^2 + M^4\varepsilon''^2(\omega)\big]^{1/2} + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon''(\omega)}\Big[\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{1-M^2\varepsilon_0}{M^2\varepsilon''(\omega)}\Big]\Big\}. \quad (28)$$

В (28) ε_0 имеет вид (15), а $\varepsilon''(\omega)$ определена в (19). Если $M^2\varepsilon''(\omega) \ll \ll 1 - M^2\varepsilon_0 < 1$, то

$$F_l(\omega) \simeq \frac{f_0^2\langle\varepsilon^2\rangle\,\omega^4 l^3}{6\pi^2\rho_0 c_0^3 v_0^4\,\varepsilon_0^{1/2}(1+\omega^2 l^2 v_0^{-2})^2}\Big[\frac{M^2\varepsilon_0}{1-M^2\varepsilon_0} + \ln(1-M^2\varepsilon_0)\Big]. \quad (29)$$

При $M^2\varepsilon_0 \ll s_0^2$ из (29) следует, что

$$F_l(\omega) \simeq f_0^2\langle\varepsilon^2\rangle M^4/12\pi^2\rho_0 c_0^3 l.$$

При малых числах Маха, но таких, что $s_0^2 \ll M^2\varepsilon_0 \ll 1$, имеем

$$F_l(\omega) \simeq f_0^2\langle\varepsilon^2\rangle\,\omega^4 l^3/12\pi^2\rho_0 c_0^7. \quad (30)$$

Зависимость $F_l(\omega)$ от v_0 выходит на плато. При дальнейшем росте M происходит увеличение $F_l(\omega)$ и на пороге черенковского излучения ($|1 - M^2\varepsilon_0| \ll M^2\varepsilon''(\omega)$):

$$F_l(\omega) \simeq f_0^2\omega/8\pi\rho_0 c_0^4. \quad (31)$$

Отношение значения реакции излучения на плато (30) к пороговому (31) $\sim s_0^3\langle\varepsilon^2\rangle \ll 1$, таким образом, для силового источника также имеет место жесткое включение черенковского излучения. Для гиперзвукового источника

$$F_l(\omega) \simeq f_0^2\omega/4\pi\rho_0 v_0^4, \quad (32)$$

т. е. убывает с ростом скорости. Сравним величины $F_{tr}(\omega)$ и $F_l(\omega)$ при различных скоростях движения. Если $s_0^2 \ll M^2\varepsilon_0$, то $F_{tr}/F_l \sim M^{-4} \gg 1$. При $M^2\varepsilon_0 \ll s_0^2 \ll 1$ $F_{tr}/F_l \sim 2/M^2 s_0^2 \gg 1$. На пороге черенковского излучения последнее доминирует над переходным:

$$F_{tr}(\omega)/F_l(\omega) \simeq (4/3\pi)\langle\varepsilon^2\rangle s_0 \ll 1.$$

Эта же ситуация сохраняется и при $1 \ll M^2 \ll 1/\langle\varepsilon^2\rangle s_0$. Если же $M^2 \gg 1/\langle\varepsilon^2\rangle s_0$, то переходное излучение за счет трансформации ближнего вихревого поля превосходит и черенковский механизм.

В случае крупномасштабных неоднородностей $F_{tr}/F_l \sim s_0^{-1} \ll 1$. Качественно это можно объяснить тем, что ближнее вихревое поле силового источника, перемещающееся в среде с крупномасштабными флуктуациями, не чувствует неоднородности газа. При оценке $F_l(\omega)$ с целью учесть случай $v_0 \to 0$ мы рассмотрим ε_l'', определенное в (16), причем в знаменателе подынтегрального выражения (26) положим $\varepsilon_l' = 1$, $\varepsilon_l'' = \tilde{\varepsilon}(\omega)$. Тогда

$$F(\omega) \simeq \frac{f_0^2\langle\varepsilon^2\rangle\omega^2 l}{16\pi^2\rho_0 v_0^4 c_0}\left\{\ln\frac{(1-M^2)^2+M^4\tilde{\varepsilon}^2(\omega)}{(1-M^2)^2+4M^4/k_0^2l^2}+\frac{2}{\tilde{\varepsilon}(\omega)}\times\right.$$

$$\times\left[\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\frac{1-M^2}{M^2\tilde{\varepsilon}(\omega)}\right]-\frac{4}{k_0^2l^2}\ln\left[(1-M^2)^2+\frac{4M^4}{k_0^2l^2}\right]- \qquad (33)$$

$$\left.-k_0 l\left(1+\frac{4}{k_0^2l^2}\right)\left[\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\frac{k_0 l}{2M^2}(1-M^2)\right]\right\}.$$

При $M^2\tilde{\varepsilon}(\omega) \ll 2M^2/k_0 l \ll 1-M^2 < 1$ (33) можно существенно упростить:

$$F_l(\omega) \simeq f_0^2\langle\varepsilon^2\rangle g(M)/12\pi^2\rho_0 c_0^3 l M^4(1-M^2)^3,$$

$$g(M) = 11M^6-15M^4+6M^2+6(1-M^2)^3\ln(1-M^2).$$

Если $M \ll 1$, то $g(M) \simeq 3M^8/2$ и

$$F_l(\omega) \simeq f_0^2\langle\varepsilon^2\rangle M^4/8\pi c_0^3 l.$$

По мере увеличения v_0 наблюдается рост $F_l(\omega)$ и на черенковском пороге мы получим выражение (31). В гиперзвуковом режиме движения сила реакции излучения падает по закону (33).

В заключение заметим, что аналогичные рассмотренным выше эффекты должны иметь место и в случае жидких сред. При этом движущийся тепловой источник может быть создан, например, путем сканирования лазерного луча по поверхности жидкости [8–10]. В этих условиях подсчет интенсивности излучаемого звука сводится к более сложной задаче об излучении теплового источника, движущегося по границе раздела двух статистически-неоднородных сред: газ—жидкость. Такая задача будет сделана в другом месте. Однако для получения ориентировочных оценок можно воспользоваться вышеприведенными формулами. Полная излучаемая мощность звука $P_{зв}$ определяется формулой

$$P_{зв} \simeq v_0\int\limits_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} F(\omega)\,d\omega, \qquad (34)$$

где $F(\omega)$ дается выражением (23а) при $M \sim 1$ и в случае крупномасштабных неоднородностей $\omega l/c_0 \gg 1$. Из этого условия легко определить $\omega_{min} \sim c_0/l$. Подставляя значения $c_0 = 340$ *м* $\cdot$ *с*$^{-1}$, $l \sim 10$ *см*, имеем $\omega_{min} \sim 3\cdot10^3$ *с*$^{-1}$. Максимальную частоту ω_{max} можно найти из условия «точечности» источника $\omega a/c_0 \ll 1$, где a — характерный размер источника, образованного за счет поглощения мощности падающего лазерного пучка жидкостью. Взяв $a \sim 10^{-1}$ *см*, получаем $\omega_{max} \simeq c_0/a \simeq 3\cdot10^5$ *с*$^{-1}$ $(\omega_{max} \gg \omega_{min})$.

Подставляя (23а) в (34), имеем

$$P_{зв} \simeq (\gamma-1)^2 h_0^2\langle\varepsilon^2\rangle\omega_{max}^3 l/24\pi^2\rho_0 c_0^6(1-M^2). \qquad (35)$$

Очевидно, величина h_0 в (35) по своему смыслу представляет собой мощность лазерного пучка, которую в непрерывном режиме можно положить равной $h_0 \sim 10$ *Вт*.

Считая, что для воздуха $\gamma \sim 1{,}4$, $\langle\varepsilon^2\rangle = \langle\delta\rho^2/\rho_0^2\rangle \sim 10^{-4}$, $\rho_0 \sim 1{,}3$ *кг* $\cdot$ *м*$^{-3}$, $1-M^2 \sim 10^{-2}$, из (35) имеем $P_{зв} \sim 2{,}3\cdot10^{-4}$ *Вт*, т. е. около двух тысячных долей процента от мощности лазера расходуется на излучение звука. Следует обратить также внимание на тот факт, что зависимость спектральной интенсивности от частоты различна при дозвуковом ($F(\omega) \sim \omega^2$ (см. (23а))) и сверхзвуковом движении источника ($F(\omega) \sim \omega$ (см. (22))). Это обстоятельство может быть использовано для измерения величины флуктуаций $\langle \varepsilon^2 \rangle$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Капица С П — ЖЭТФ, 1960, **39**, вып 4, с 1367
2. Тер-Микаелян М Л.— Изв. АН АрмССР, 1961, **14**, вып. 2, с. 103
3. Рыжов Ю. А., Тамойкин В В., Татарский В. И.— ЖЭТФ, 1965, **48**, вып. 2, с. 656
4. Тамойкин В. В.— Изв. вузов — Радиофизика, 1968, **11**, № 12, с. 1879.
5. Tamoykin V. V.— Astr. Space Sci., 1972, **16**, p. 120.
6. Тамойкин В В., Бирагов С Б — ЖЭТФ, 1963, **44**, вып. 5, с 1546.
7. Чернов Л. А. Волны в случайно-неоднородных средах.— М.: Наука, 1977.
8. Божков А. И., Бункин Ф. В., Коломенский А. А.— Квантовая электроника, 1977, **4**, № 4, с 942
9. Божков А. И., Коломенский А. А.— Квантовая электроника, 1978, **5**, № 12, с. 2577.
10. Божков А. И., Бункин Ф. В., Савранский В. В — Письма в ЖЭТФ, 1975, **1**, с 435.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию 7 апреля 1982 г.

RADIATION OF SOUND BY MOVING SOURCES IN AN INHOMOGENEOUS GASEOUS MEDIUM

V. D. Lipovskij, V. V Tamoikin

Sound wave radiation is considered by uniformly moving heat and pulse sources in a gaseous medium with the density fluctuations. Formulas have been obtained for the radiation reaction force for cases of small-scale and large-scale inhomogeneities in pre-sound and super-sound source motion. The calculation has been made by the tensor of the effective premittivity connecting the mean values of the medium volume unit pulse and the disturbance velocities between each other.