

УДК 538.574.6 : 523.8

К ТЕОРИИ ДИФРАКЦИИ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА НЕПРОЗРАЧНОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ В ТУРБУЛЕНТНОМ АТМОСФЕРНОМ СЛОЕ

Г. Л. Абрамян

Исследовано распределение мощности излучения волны, дифрагировавшей на непрозрачном экране — полуплоскости — и распространяющейся далее в турбулентном слое за экраном. Задача решена в приближении параболического уравнения. Вычислена функция пространственной когерентности излучения. Установлено соотношение, в соответствии с которым турбулентный слой, рассеивая проходящее через него излучение дифрагировавшей на крае экрана плоской волны, осуществляет фильтрацию низкочастотных пространственных спектральных компонент в его угловом распределении средней мощности. Рассмотрено влияние турбулентности атмосферы Земли на картину дифракции при покрытии звезд Луной в оптическом диапазоне длин волн.

Задача исследования дифракционного распространения волн за краем непрозрачной полуплоскости со статическим неровным краем рассматривалась в [1-4]. В работе [5] изучены эффекты случайной рефракции дифракционных лучей на крупномасштабных неоднородностях коэффициента преломления.

В настоящей работе рассмотрены статистические характеристики волны, дифрагирующей на крае полуплоскости и прошедшей через слой турбулентной атмосферы. Вычислена функция когерентности и средняя мощность поля. Проведено обсуждение результатов в связи с задачей о дифракции излучения звезд на крае Луны.

1. Комплексная функция когерентности излучения. Пусть удаленный источник квазимонохроматического излучения с длиной волны λ создает плоскую волну, распространяющуюся в направлении оси x .

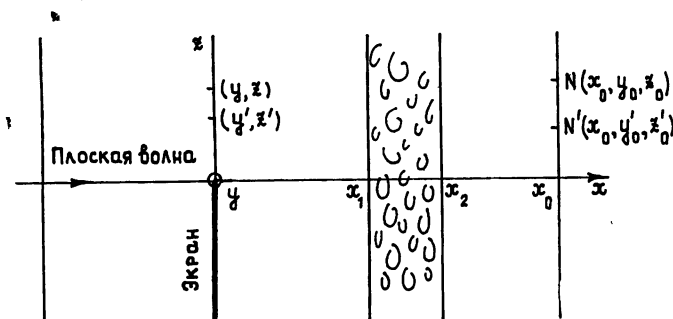


Рис. 1.

Излучение принимается за полуплоскостью в точках N, N' после прохождения слоя с изотропной турбулентностью толщины Δ . Атмосферный слой находится на расстоянии x_1 от экрана и на расстоянии $x_0 - x_2$ от плоскости наблюдения $x = x_0$ (рис. 1).

Будем предполагать, что наименьший характерный размер вихрей турбулентного слоя l и наибольший «внешний масштаб» турбулентности L удовлетворяют условию

$$l \gg \lambda. \quad (1)$$

Это условие позволяет пренебречь обратным рассеянием на неоднородностях и воспользоваться методом параболического уравнения, учитывающего дифракционные явления в приближении Френеля [6]. Тогда, предполагая, что пространственные флуктуации диэлектрической проницаемости в данной задаче характеризуются структурной функцией, подчиняющейся «закону двух третей» Колмогорова—Обухова [6], можно представить функцию когерентности излучения в плоскости наблюдения в виде

$$\Gamma(x_0, y_0, y'_0, z'_0) = (k/2\pi x_0)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dy \int_0^{+\infty} dz \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \int_0^{+\infty} dz' \exp \{ [j(k/2x_0)] \times \\ \times [(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 - (y' - y'_0)^2 - (z' - z'_0)^2] - \Phi \}. \quad (2)$$

Здесь $k = 2\pi/\lambda$, функция Φ в рамках рассматриваемого приближения имеет вид

$$\Phi = (\pi k^2/4) 1,88 C_n^2 \int_{x_1}^{x_2} |\rho(\xi)|^{5/3} d\xi, \quad l < |\rho| < L, \quad (3)$$

где C_n^2 — структурная постоянная турбулентности [6], а двумерный вектор $\rho(\xi)$ определяется соотношением

$$\rho(\xi) = \rho [(\xi/x_0)(y_0 - y'_0) + (1 - \xi/x_0)(y - y'), ((\xi/x_0)(z_0 - z'_0) + \\ + (1 - \xi/x_0)(z - z'))]. \quad (4)$$

Вычислим Γ из (2) в виде однократного интеграла. Для этого, проводя вычисления, аналогично расчету падения плоской волны на неоднородную среду в [6], выполним в (2) интегрирование по переменным y и y' . Тогда после некоторых преобразований найдем выражение для комплексной функции когерентности дифракционного поля

$$\Gamma = \pi^{-1} \int_{-\omega}^{+\infty} d\zeta \int_{-\tilde{\omega}}^{+\infty} d\tilde{\zeta} \exp(j\zeta^2 - j\tilde{\zeta}^2 - \Phi_0), \quad (5)$$

где

$$\Phi_0 = (\pi k^2/4) 1,88 C_n^2 \int_{x_1}^{x_2} |\rho_0(\xi)|^{5/3} d\xi, \quad (6)$$

двумерный вектор $\rho_0(\xi)$ имеет вид

$$\rho_0(\xi) = \rho_0 [(y_0 - y'_0), \sqrt{2x_0 k^{-1}} ((\omega - \tilde{\omega})\xi/x_0 + (1 - \xi/x_0)(\zeta - \tilde{\zeta}))], \quad (7)$$

а

$$\omega = \frac{z_0}{x_0} \left(\frac{\lambda}{\pi x_0} \right)^{-1/2}, \quad \tilde{\omega} = \frac{z'_0}{x_0} \left(\frac{\lambda}{\pi x_0} \right)^{-1/2}. \quad (8)$$

Производя в соотношениях (5) — (7) замену переменных

$$\xi - \tilde{\xi} = p, \quad (\xi + \tilde{\xi})/2 = q, \quad (9)$$

и учитывая, что для любых чисел a и b имеет место соотношение

$$\int_a^b \exp(-j2pq) dq = p^{-1} \sin [p(b-a)] \exp[-jp(a+b)], \quad (10)$$

выражение для комплексной функции когерентности можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Gamma = & \lim_{b \rightarrow +\infty} \pi^{-1} \int_{-b}^{\Omega} dp p^{-1} \sin [p(b+\omega + p/2)] \exp[-jp(-\omega - p/2 + b) - \Phi_0] + \\ & + \lim_{b \rightarrow +\infty} \pi^{-1} \int_{\Omega}^b dp p^{-1} \sin [p(b+\omega + \Omega - p/2)] \exp[-jp(-\omega - \Omega + p/2 + b) - \Phi_0], \end{aligned} \quad (11)$$

где $\Omega = \tilde{\omega} - \omega$, а функция Φ_0 определена соотношениями (6), (7), (9). Выполняя некоторые преобразования в подынтегральных выражениях соотношения (11) и переходя к пределу при $b \rightarrow \infty$, получим окончательно выражение для комплексной функции когерентности в виде

$$\begin{aligned} \Gamma = & 1/2 + \pi^{-1} \int_{-\infty}^{\Omega} \{(2p)^{-1} \sin [2p(\omega + p/2)] + jp^{-1} \sin^2 [p(\omega + \\ & + p/2)]\} \exp(-\Phi_0) dp + \pi^{-1} \int_{\Omega}^{\infty} \{(2p)^{-1} \sin [2p(\omega + \Omega - p/2)] + \\ & + jp^{-1} \sin^2 [p(\omega + \Omega - p/2)]\} \exp(-\Phi_0) dp. \end{aligned} \quad (12)$$

Отметим, что соотношение (12) получено в малоугловом приближении в рамках МПУ [6], поэтому предполагается, что угловые расстояния ω , Ω , при которых можно пользоваться выражением (12), не превышают нескольких угловых единиц (угловые расстояния выражены в единицах $\sqrt{\lambda/\pi x_0}$). При $y_0 = y'_0$, $z_0 = z'_0$ ($\Omega = 0$) выражение для комплексной функции когерентности переходит в выражение для средней мощности $\langle |U|^2 \rangle$ в плоскости $x = x_0$.

2. Средняя мощность. Полагая в выражениях (12), (6), (7) $y_0 = y'_0$ и $\Omega = 0$, учитывая (9) и выполняя интегрирование в соотношении (6), найдем из (12) выражение для средней мощности излучения $\langle |U|^2 \rangle$:

$$\langle |U|^2 \rangle = 1/2 + \pi^{-1} \int_0^{+\infty} \exp(-D|p|^{5/3}) p^{-1} \sin [2p(\omega - p/2)] dp, \quad (13)$$

$$|\omega| \leq 5 \div 10,$$

где

$$D = \frac{1,88 \cdot 3}{8} \pi^{13/16} x_0^{11/6} \lambda^{-7/6} C_n^2 \left(\left| \frac{d}{x_0} + \frac{\Delta}{x_0} \right|^{8/3} - \left| \frac{d}{x_0} \right|^{8/3} \right), \quad (14)$$

$$\Delta = x_2 - x_1, \quad d = x_0 - x_2.$$

Можно показать, что величина D представляет собой средний квадрат разности хода флуктуирующих фаз двух лучей, приходящих в точку наблюдения из двух точек на плоскости $x = 0$, разнесенных на расстояние зоны Френеля $\sqrt{\lambda x_0/\pi}$. При $D = 0$ выражение (13) описывает дифракцию Френеля плоской волны, нормально падающей на экран — полуплоскость. Если толщина слоя с изотропной турбулентностью $\Delta \ll d$, то $D \sim d^{5/3} \Delta$, при $d = 0$ параметр $D \sim \Delta^{8/3}$. Соотношение (14) по-

казывает, что чем больше толщина слоя и чем дальше он от наблюдателя и соответственно ближе к полуплоскости, тем больше значение D и в соответствии с (13) значительнее искажения в распределении мощности $\langle |U|^2 \rangle$. На рис. 2 приведены результаты расчета $\langle |U|^2 \rangle$ из (13), иллюстрирующие «динамику» размытия дифракционной картины в зависимости от величины параметра D .

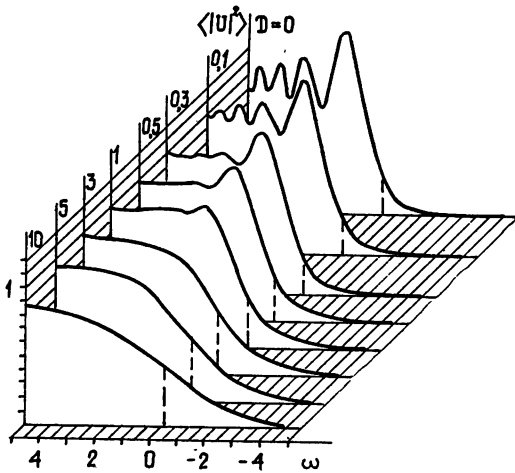


Рис. 2.

3. Пространственный спектр углового распределения мощности.

В последнее время наблюдается повышенный интерес к фотоэлектрическим наблюдениям покрытий звезд краем астероидов и планет, используемых как для исследования покрываемых объектов, так и среды, окружающей планету — экран. Большой астрофизический интерес представляют исследования с высоким угловым разрешением звезд, квазаров и ядер галактик и других объектов по наблюдениям покрытий их безатмосферными планетами и их спутниками, такими, как Меркурий и Луна [7–12].

Одна из основных трудностей метода покрытий состоит в корректной оценке влияния атмосферных возмущений и неровностей лимба планеты—экрана на пространственный спектр углового распределения мощности дифракционного поля [3, 4]. При наземных наблюдениях дифракционной картины покрытий звезд краем Луны в оптическом диапазоне длин волн обеспечивается соблюдение следующих условий:

$$r_c \ll \theta x_0 \tau \sim s \ll \sqrt{\lambda x_0 / \pi}, \quad (15)$$

где $r_c = (C_n^2 k^2 \Delta)^{-3/5}$ — радиус когерентности поля волны, прошедшей гурбулентный слой при нормальном падении плоской волны на атмосферу [6] ($r_c \sim 1$ см), θ — топоцентрическая угловая скорость звезды по отношению к краю Луны ($\dot{\theta} \sim 0''{,}4$ в секунду, линейная скорость перемещения дифракционной картины относительно наблюдателя $\dot{\theta} x_0 \sim 700$ м/с), τ — постоянная времени усреднения приемной аппаратуры ($\tau \sim 10^{-3}$ с), s — размер апертуры телескопа ($s \sim 1$ м), $\sqrt{\lambda x_0 / \pi}$ — характерный масштаб, на котором изменяется функция $\langle |U|^2 \rangle$ при $D = 0$ ($\sqrt{\lambda x_0 / \pi} \sim 10$ м). Учитывая (15), можно показать, что при перемещении дифракционной картины, обусловленном движением звезды и Луны, в момент покрытия, должны возникать быстрые в сравнении с временем усреднения τ мелкомасштабные по сравнению с размером апертуры телескопа s флуктуации интенсивности на кривой покрытия,

которые в значительной степени усредняются при проведении наблюдений. Учитывая это обстоятельство, можно использовать среднее по ансамблю $\langle |U|^2 \rangle$ из (13) для оценки пространственного спектра углового распределения мощности при наблюдениях покрытий звезд Луной.

Вычислим угловой спектр мощности функции $\langle |U|^2 \rangle$ из (13). С этой целью выполним в выражении (13) замену переменных $p = \kappa/2$ и, воспользовавшись соотношением $1/2 = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{+\infty} \pi \delta(x) \cos \kappa x dx$, где $\delta(x)$ — функция Дирака, после некоторых преобразований найдем из (13)

$$\langle |U|^2 \rangle = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x) \cos \kappa x dx + (1/2\pi) \int_{-\infty}^{+\infty} \beta(x) \sin \kappa x dx, \quad (16)$$

где $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ представляют собой, как это с очевидностью следует из формы записи выражения (16), косинусный и синусный спектры функции $\langle |U|^2 \rangle$, которые определяются соотношениями

$$\alpha(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle |U|^2 \rangle \cos \kappa x dx = \pi \delta(x) - \exp(-D_0 |x|^{5/3}) [\sin(x^2/4)] x^{-1} \operatorname{sgn} x; \quad (17)$$

$$\beta(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle |U|^2 \rangle \sin \kappa x dx = \exp(-D_0 |x|^{5/3}) [\cos(x^2/4)] x^{-1}, \quad (18)$$

где функция $\operatorname{sgn} x$ имеет вид

$$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1 & \text{при } x > 0 \\ 0 & \text{при } x = 0 \\ -1 & \text{при } x < 0 \end{cases}, \quad (19)$$

а

$$D_0 = 2^{-5/3} D. \quad (20)$$

Используя (17) и (18), угловой спектр мощности функции $\langle |U|^2 \rangle$ можно записать для удобства в комплексной форме:

$$S_{\langle |U|^2 \rangle}(x) = \alpha(x) - j\beta(x) = \pi \delta(x) - j [\exp(-D_0 |x|^{5/3})] x^{-1} \exp[j(x^2/4) \operatorname{sgn} x]. \quad (21)$$

Соотношения (17), (18), (21) показывают, что угловой спектр картины дифракции излучения удаленного точечного источника на полуплоскости подавляется на высоких пространственных частотах κ с весом $\exp(-D_0 |\kappa|^{5/3})$, тем большим, чем больше величина параметра D_0 , определяемая соотношениями (20) и (14). Таким образом, турбулентный атмосферный слой является своеобразным фильтром низких пространственных частот для излучения, дифрагирующего на полуплоскости.

Полагая для атмосферы Земли $C_n^2 \sim 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$, $\Delta \sim 10 \text{ км}$, $\lambda \sim 550 \text{ нм}$, находим из (14) величину $D \sim 2 \cdot 10^{-9}$, так что фильтрующая пространственные спектральные компоненты $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ функция $\exp(-D_0 |\kappa|^{5/3})$ из соотношений (17), (18), (13) спадает с ростом κ в e раз при $\kappa = m \sim 10^5$, что соответствует угловому разрешению при обработке записи покрытия источника Луной [9] $(\pi/m) \sqrt{\lambda/\pi x_0} \sim 6 \cdot 10^{-8} \text{ рад}$. Для сравнения укажем, что космический объект с размерами Земли на расстоянии $1,3 \text{ пс}$ от наблюдателя имеет угловые размеры $\sim 10^{-8} \text{ рад}$.

Тем не менее, почти все результаты регистрации дифракционных кривых покрытия оптических источников Луной искажены в той или иной степени заметными, хотя и не сильными флуктуациями интенсивности, природа которых, как следует из вышеприведенного рассмотрения, не связана со случайными деформациями и перемещениями участков дифракционной кривой покрытия вследствие турбулентности атмосферы Земли, а объясняется каким-то другим механизмом. В связи с этим интересно сравнить эффект размытия дифракционной картины за счет турбулентности атмосферы и за счет шероховатостей края полуплоскости. В работе [1] в приближении Френеля рассмотрены статистические характеристики волны, дифрагировавшей на неровном крае полуплоскости, и показано, что если дисперсия флуктуаций фазы волны в точке наблюдения $\sigma^2 = kh_0^2/2x_0 \gg 1$ (h_0^2 — средний квадрат отклонения неровностей края «полуплоскости»), то дифракционная картина полностью замыкается. При $\lambda \sim 550$ нм, $h_0 \sim 1 \div 2$ м величина $\sigma^2 \sim 0,1 \div 0,25$. Сравнение σ^2 с ранее полученной оценкой для D показывает, что влияние неоднородностей атмосферы на распределение средней мощности в картине покрытия пренебрежимо мало по сравнению с возможным влиянием неровностей лунного лимба. Эффекты, описываемые (13), (14), могут оказаться значительными при наблюдении покрытий звезд планетами и их спутниками в условиях больших расстояний d , когда $\Delta \ll d$, а $D \sim \Delta d^{5/3}$. Такие наблюдения в настоящее время технически осуществимы и успешно проводятся [10–12].

Автор выражает благодарность Н. Г. Денисову за постановку задачи, обсуждение результатов и замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Fugitsu K.— Radio Science (New Series), 1966, 1, p. 79.
- (2) Полищук Ю. М.— Изв. вузов — Радиофизика, 1968, 11, № 1, с. 72.
3. Evans D. S.— Astron. J., 1970, 75, p. 588.
4. Sowers J. L.— Astron. J., 1974, 79, p. 321.
5. Кашкан А. А., Полищук Ю. М. Вопросы статистической теории дифракции.— Томск: Гос. ун-т, 1974.
6. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2.— М.: Наука, 1978.
7. Brébeу C. L., Fletcher J. M., Edwards G.— J. Roy. Astron. Soc. Can., 1978, 72, p. 305.
8. Africano J. L., Evans D. S., Feker F. C. et. al.— Astron. J., 1978, 83, p. 1100.
9. Абрамян Г. Л.— Астрон. журн., 1971, 48, с. 269.
- (10) Liller W., Elliot J. L., Veverka J. et. al.— Icarus, 1974, 22, p. 82.
11. Elliot J. L., Dunham E., Mink D.— Nature, 1977, 267, p. 328.
12. Nicholson P. D., Person S. E., Matthews K. et. al.— Astron. J., 1978, 83, p. 1240.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
26 марта 1982 г.

TO THE THEORY OF OPTICAL RADIATION DIFFRACTION BY AN OPAQUE HALF-PLANE IN THE TURBULENT ATMOSPHERIC LAYER

G. L. Abramyan

We investigate the distribution of the radiation power of a wave diffracted by an opaque screen — half-plane and propagating further in the turbulent layer behind the screen. The problem is solved in the approximation of the parabolic equation. The function of the spacial radiation coherency has been calculated. A relation is stated, in accordance with it the turbulent layer behind the screen makes filtration of low-frequency spacial spectral components in the angular distribution of the power diffracted at the screen edge of a plane wave. An effect is considered of the Earth atmosphere turbulence on the diffraction picture in the lunar occultation of stars in the optical waveband.