

УДК 537.87;621.371

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЛУЧЕЙ В ТРЕХМЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДЕ

П. И. Акимов, С. И. Баскаков

Излагается принцип моделирования трехмерной турбулентной среды набором сферически-симметричных неоднородностей различных масштабов. Установлена связь параметров модели с параметрами пространственного спектра флуктуаций диэлектрической проницаемости моделируемой среды. Описан алгоритм построения лучевых траекторий в модельной среде и метод определения эйконала и интенсивности электромагнитной волны в лагранжевых координатах. Для среды, обладающей кармановской спектральной функцией флуктуаций диэлектрической проницаемости, описаны результаты численных экспериментов по расчету траекторных характеристик луча и флуктуаций эйконала. Проведено сравнение результатов моделирования с имеющимися аналитическими решениями для непрерывной среды.

В последнее время возрос интерес к методам численного анализа процесса распространения электромагнитных волн в турбулентной среде [1-3], поскольку в названной области радиофизики аналитические решения получены только для ряда моментов поля и носят, в основном, приближенный характер. Численные методы исследования требуют, в первую очередь, создания математической модели случайно-неоднородной среды. Алгоритмы имитации случайных полей диэлектрической проницаемости [4], использовавшиеся для расчета лучевых траекторий в двумерной турбулентной среде [1], в трехмерном случае практически неприменимы из-за слишком большого объема требуемой машинной памяти. В связи с этим в трехмерном случае возникает необходимость использования других подходов к решению поставленной задачи. Одним из таких подходов является идея создания случайного поля не во всем исследуемом пространстве, а лишь вдоль траектории рассматриваемого луча. Подобный подход широко использовался при моделировании процесса переноса частиц в веществе [5].

Алгоритм построения траекторий частиц применялся в работе [3] с целью численного решения интегродифференциального уравнения для четвертого момента поля плоской волны в турбулентной среде. В работе [6] предлагалось проводить исследование с помощью непосредственной имитации лучевых траекторий. В данной статье описывается применение этого метода как для определения статистических характеристик самих лучевых траекторий, так и для исследования эйконала и интенсивности прошедшей волны в лагранжевых (лучевых) координатах.

1. ПРИНЦИП МОДЕЛИРОВАНИЯ ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДЫ С ПОМОЩЬЮ СЛУЧАЙНО-РАСПОЛОЖЕННЫХ СФЕРИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Будем представлять модель турбулентной среды в виде набора сферически-симметричных неоднородностей (которые в дальнейшем для краткости будем называть вихрями), расположенных в пространстве случайным образом. Неоднородности характеризуются своими масштабами (размерами) l_j ($j = \overline{1, M}$). Считаем, что профиль изменения ди-

электрической проницаемости каждого вихря описывается детерминированной функцией $f(l_j, r)$, убывающей с увеличением расстояния r от центра вихря. Подобная феноменологическая модель предлагалась в работе [7].

Флуктуации диэлектрической проницаемости модельной среды в точке R представляются в следующем виде:

$$\delta\epsilon(R) = \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^{N_j} f(l_j, |R - R_{kj}|), \quad (1)$$

где N_j — число вихрей масштаба l_j в рассматриваемом объеме V , R_{kj} — центр k -го вихря масштаба l_j , M — число масштабов, используемых для моделирования среды.

Показано [7], что $\Phi(\mathbf{x})$ — пространственный спектр случайного поля диэлектрической проницаемости (1) — определяется суммой квадратов фурье-преобразований от функции, описывающей изменение диэлектрической проницаемости внутри вихря, т. е.

$$\Phi(\mathbf{x}) = 8\pi^3 \sum_{j=1}^M \xi_j \tilde{f}^2(l_j, \mathbf{x}), \quad (2)$$

где $\xi_j = N_j/V$ — среднее число вихрей масштаба l_j в единице объема,

$$\tilde{f}(l_j, \mathbf{x}) = (2\pi)^{-3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(l_j, \mathbf{R}) \exp(-i\mathbf{x}\mathbf{R}) d^3R.$$

Для моделирования случайного поля с заданным видом пространственного спектра $\Phi(\mathbf{x})$ нужно решить обратную по отношению к (2) задачу, т. е. выразить $\tilde{f}(l_j, \mathbf{x})$ и ξ_j через $\Phi(\mathbf{x})$. Решение этой задачи в общем виде неоднозначно, поэтому ограничимся рассмотрением неоднородностей с гауссовой функцией

$$f(l_j, r) = A(l_j) \exp(-r^2/l_j^2), \quad (3)$$

где $A(l_j)$ — значение диэлектрической проницаемости в центре вихря (амплитуда вихря) масштаба l_j .

Так как в реальной турбулентной среде существуют неоднородности произвольного масштаба [8], перейдем к непрерывному изменению l_j и преобразуем сумму в выражении (2) в интеграл

$$\Phi(\mathbf{x}) = 16\pi^3 \int_0^{\infty} \eta(l) \tilde{f}^2(l, \mathbf{x}) dl, \quad (4)$$

где $\eta(l) dl$ — число вихрей в единице объема, характерные размеры которых лежат в интервале от l до $l + dl$.

Подставляя в (4) фурье-преобразование функции (3), легко получить

$$\Phi(\mathbf{x}) = (1/4) \int_0^{\infty} l^6 A^2(l) \exp(-\mathbf{x}^2 l^2/2) \eta(l) dl, \quad (5)$$

где $\mathbf{x} = [\mathbf{x}]$.

Для определения параметров модели необходимо выразить $\eta(l)$ как функцию $\Phi(\mathbf{x})$. Производя в (5) замену переменной $x = l^2/2$ и применяя обратное преобразование Лапласа, находим

$$\eta_1(x) = \frac{x^{-5/2}}{\sqrt{2} A_1^2(x)} \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \Phi_1(p) e^{px} dp, \quad (6)$$

где $A_1(x) = A(\sqrt{2x})$, $\eta_1(x) = \eta(\sqrt{2x})$, $\Phi_1(\rho) = \Phi(\sqrt{\rho})$.

Таким образом, используя выражение (6), с помощью вихрей гауссова профиля можно моделировать случайное поле диэлектрической проницаемости, обладающее заданным видом пространственного спектра $\Phi_\varepsilon(\kappa)$.

В частности, для моделирования изотропной турбулентности с гауссовой корреляционной функцией

$$B(r) = \sigma_\varepsilon^2 \exp(-r^2/a^2) \quad (7)$$

достаточно применять вихри одного масштаба $l = a/\sqrt{2}$, плотность размещения которых в пространстве равна

$$\xi = 4\sigma_\varepsilon^2 (\pi^{3/2} a^3 A^2)^{-1}. \quad (8)$$

В формулах (7) и (8) использованы следующие обозначения: σ_ε^2 и a — дисперсия и радиус корреляции флуктуаций диэлектрической проницаемости соответственно, A — амплитуда вихрей.

Для представления локально-изотропной среды с пространственным спектром флуктуаций вида

$$\Phi_\varepsilon(\kappa) = 0,033C_\varepsilon^2 (\kappa^2 + \kappa_0^2)^{-\nu} \exp(-\kappa^2/\kappa_m^2) \quad (9)$$

функция $\eta(l)$ определяется выражением

$$\eta(l) = \frac{0,132C_\varepsilon^2}{\Gamma(\nu) A^2(l) l^5} \left(\frac{l^2}{2} - \frac{1}{\kappa_m^2} \right)^{\nu-1} \exp\left(\frac{\kappa_0^2}{\kappa_m^2} - \frac{\kappa_0^2 l^2}{2} \right). \quad (10)$$

Здесь C_ε — структурная характеристика диэлектрической проницаемости, $\kappa_m = 5,92 l_0^{-1}$, $\kappa_0 = 2\pi L_0^{-1}$, l_0 , L_0 — микро- и макромасштаб турбулентных пульсаций диэлектрической проницаемости, $\Gamma(\nu)$ — гамма-функция.

Следует отметить, что параметр ν , описывающий показатель степени в формуле (9), позволяет создавать модели турбулентных сред различной физической природы. Так, при $\nu = 11/6$ выражение (9) становится известной кармановской спектральной функцией, которая применяется для описания флуктуаций диэлектрической проницаемости турбулентной атмосферы [8]. При этом в инерционном интервале ($\kappa_0 \ll \kappa \ll \kappa_m$) формула (9) представляет колмогоровский спектр. Значения $\nu = 11/6 \div 2$ характерны для модели «сжимаемой жидкости» [9]. Использование спектра такого вида возможно при описании плазменных флуктуаций.

2. АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ЛУЧЕВЫХ ТРАЕКТОРИЙ

Используемая модель среды представляет собой набор сферически-симметричных неоднородностей (вихрей) различных масштабов. При встрече с вихрем луч отклоняется от своего первоначального направления распространения из-за преломления в сферически-симметричной неоднородной среде. Новое направление луча можно характеризовать азимутальным углом φ и полярным θ . В силу симметрии вихря угол φ считается случайной величиной, равномерно распределенной на интервале $(0, 2\pi)$. Для вывода закона распределения угла θ необходимо решить задачу о рефракции луча в вихре гауссова профиля. На рис. 1 показаны точное (сплошной линией) и приближенное (пунктиром) решения этой задачи [10]. Точное решение было получено методом чис-

ленного интегрирования системы уравнений, описывающих рефракцию луча, а приближенное (при $|A(l)| \ll 1$) определялось по формуле

$$\theta = \sqrt{\pi} A(l) \rho \exp(-\rho^2), \quad (11)$$

где $A(l)$ — амплитуда турбулентных пульсаций диэлектрической проницаемости внутри вихря масштаба l , ρ — нормированное по l прицельное расстояние луча от центра вихря.

Из рис. 1 видно, что при $|A(l)| \ll 0,2$ приближенное решение достаточно хорошо совпадает с точным решением. Таким образом, для сред, в которых относительные пульсации диэлектрической проницаемости невелики (например для турбулентной атмосферы), при создании алгоритма можно пользоваться формулой (11). В том случае, если для среды характерны сильные пульсации диэлектрической проницаемости, в алгоритме можно использовать точные решения (рис. 1), вводя в ЭВМ массивы значений функции $\theta(\rho)$ и используя линейную или квадратичную аппроксимацию в промежуточных точках.

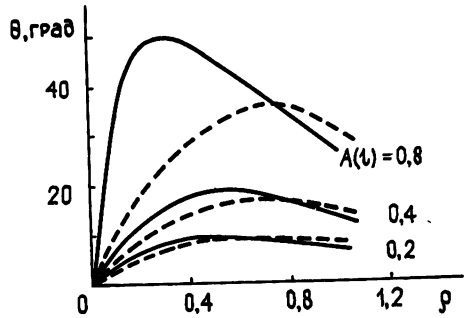


Рис. 1.

Для вихря гауссова профиля значение диэлектрической проницаемости на расстоянии от центра, большем, чем $2l$ ($\rho \geq 2$), составляет менее 2% от своего значения в центре. Так как при $\rho \geq 2$ угол $\theta \ll 0,01$ рад, то полагаем, что эффективный радиус гауссова вихря равен $2l$, т. е. на лучи, проходящие на расстоянии, большем, чем $2l$, вихрь не оказывает влияния.

Попадание луча в любую точку круга радиуса $2l$ есть равновероятное событие. При этом плотность вероятности величины ρ равна

$$W(\rho) = \rho/2 \quad \text{при} \quad 0 \leq \rho \leq 2. \quad (12)$$

Будем предполагать, что расположение в пространстве вихрей различных масштабов взаимно независимо и размеры вихрей меньше среднего расстояния между ними. При этом расстояние между двумя последовательными встречами луча с вихрями масштаба l является случайной величиной с плотностью вероятности

$$W(R) = h \exp(-hR) \quad \text{при} \quad R \geq 0, \quad (13)$$

где $h = 1/\langle R \rangle$ — параметр экспоненциального закона распределения, равный среднему числу столкновений луча с вихрями на единице длины пути.

Численное значение h зависит как от размера вихрей l , так и от плотности их размещения в пространстве и определяется количеством центров вихрей в цилиндре единичной длины и радиуса, равного эффективному размеру вихря. Для среды, обладающей гауссовой корреляционной функцией (см. (7)), учитывая выражение (8), легко получить

$$h = 8\sigma_e^2 (\sqrt{\pi} a A^2)^{-1}. \quad (14)$$

При моделировании случайного поля ϵ с пространственным спектром вида (9) используются вихри различных масштабов l_j ($j = \overline{1, M}$); в этом случае параметр в (13) равен

$$h_j = 2\pi l_j \eta(l_j) \Delta l, \quad (15)$$

где $l_j = l_0 + (L_0 - l_0)(j - 1)(M - 1)^{-1}$, $\Delta l = (L_0 - l_0)(M - 1)^{-1}$, $\eta(l)$ вычисляется по формуле (10).

Каждое новое отклонение луча при встрече с вихрем вычисляется относительно предыдущего направления распространения. Так как все вычисления должны проводиться в одной системе координат, то координаты текущей точки вдоль луча необходимо выразить в исходном базисе. Для этого введем матрицу поворота луча при встрече его с k -м вихрем:

$$\|P_k\| = \begin{vmatrix} \cos \theta_k & \sin \theta_k \cos \varphi_k & \sin \theta_k \sin \varphi_k \\ 0 & \sin \varphi_k & -\cos \varphi_k \\ -\sin \theta_k & \cos \theta_k \cos \varphi_k & \cos \theta_k \sin \varphi_k \end{vmatrix}. \quad (16)$$

Используя (16), легко показать, что координаты луча на k -м шаге являются элементами первой строки матрицы

$$\|B_k\| = \|I\| R_0 + \|T_1\| R_1 + \dots + \|T_k\| R_k, \quad (17)$$

где $\|I\|$ — единичная матрица, R_j — случайные величины, подчиняющиеся закону распределения (13), $\|T_k\| = \|P_k\| \|P_{k-1}\| \dots \|P_1\|$.

Описанный здесь метод дает возможность формировать случайные траектории, на основе которых могут быть определены статистические характеристики координат и углов отклонения луча в турбулентной среде.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЙКОНАЛА И ИЗМЕНЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ВДОЛЬ ЛУЧА

Кроме исследования траекторных характеристик луча созданная модель позволяет вычислять значения эйконала и изменения интенсивности в лагранжевых координатах. Рассмотрим известное выражение для изменения эйконала вдоль луча

$$S = \int_L \sqrt{\varepsilon(\tau)} d\tau, \quad (18)$$

где L — траектория луча, ε — диэлектрическая проницаемость среды.

Диэлектрическая проницаемость модельной среды с учетом (1) и (3) записывается в виде

$$\varepsilon(\mathbf{R}) = \langle \varepsilon \rangle \left[1 + \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^{N_j} A(l_j) \exp(-|\mathbf{R} - \mathbf{R}_{kj}|^2 l_j^{-2}) \right], \quad (19)$$

где $\langle \varepsilon \rangle$ — среднее значение диэлектрической проницаемости.

Предполагаем, как и ранее, что $|A(l_j)| < 1$. Тогда, подставив (19) в (18) и ограничившись двумя первыми членами разложения корня по степеням $A(l_j)$, получаем

$$S = S_1 + S_0 = \int_L \sqrt{\langle \varepsilon \rangle} d\tau + (\sqrt{\langle \varepsilon \rangle} / 2) \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^{N_j} A(l_j) \int_L \exp(-|\mathbf{R} - \mathbf{R}_{kj}|^2 l_j^{-2}) d\tau. \quad (20)$$

Таким образом, изменение эйконала складывается из оптического пути в пространстве, заполненном однородным диэлектриком с проницаемостью $\langle \varepsilon \rangle$, и приращения эйконала за счет прохождения лучом неоднородностей.

Рассмотрим один из членов суммы во втором слагаемом

$$\Delta S_{kj} = (\sqrt{\langle \varepsilon \rangle} / 2) A(l_j) \int_L \exp(-r^2 l_j^2) d\tau,$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ — расстояние от центра вихря, x и y — координаты в плоскости луча.

Учитывая сделанные ранее предположения относительно величин $|A(l)|$, θ и быстрое убывание подинтегральной функции, интегрирование по τ можно заменить интегрированием по x в бесконечных пределах. Тогда приближенно

$$\Delta S_{kj} = (\sqrt{\pi} / 2) \sqrt{\langle \varepsilon \rangle} l_j A(l_j) \exp(-\rho^2). \quad (21)$$

Изменение интенсивности при встрече луча с вихрем вычисляется на основе закона сохранения энергии внутри лучевой трубки. На рис. 2 показана элементарная лучевая трубка, образованная тремя первоначально параллельными лучами A , B и C . Первоначальное сечение этой трубки

$$\Delta_1 = (1/2) dr db. \quad (22)$$

Рассматриваемая трубка на расстоянии R от пройденного вихря будет иметь сечение

$$\Delta_2 = (1/2) (dr + R d\theta) (db + R d\gamma), \quad (23)$$

где $d\theta$ — угол между лучами A и B после вихря, $d\gamma$ — угол между лучами A и C после вихря.

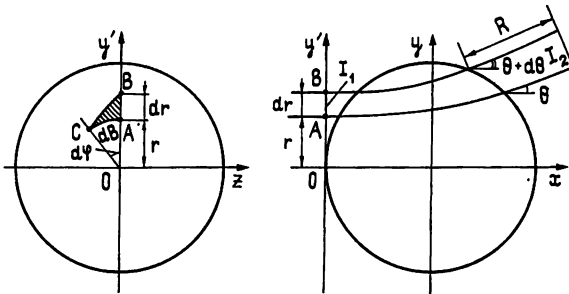


Рис. 2.

Как видно из чертежа, $db = r d\varphi$, $d\gamma = \sin \theta d\varphi$.

Таким образом, на основе закона сохранения энергии лучевой трубки, используя выражения (22) и (23), можно записать

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\Delta_2}{\Delta_1} = \left(1 + R \frac{d\theta}{dr} \right) \left(1 + \frac{R}{r} \sin \theta \right), \quad (24)$$

где I_1 и I_2 — интенсивность волны в лучевой трубке до и после вихря соответственно.

Окончательно, учитывая (11), находим

$$\frac{I_1}{I_2} = \left[1 + \sqrt{\pi} \frac{R}{l} A(l) \left(1 - \frac{r^2}{l^2} \right) \exp \left(-\frac{r^2}{l^2} \right) \right] \left(1 + \frac{R}{r} \sin \theta \right). \quad (25)$$

Формулы (20), (21) и (25) позволяют проводить с помощью описанной модели вычисление эйконала и изменения интенсивности вдоль лучей.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Было проведено моделирование распространения лучей в турбулентной среде с параметром $\nu = 11/6$ в формуле (9). Среда представлялась набором вихрей двадцати масштабов, отношение L_0/l_0 выбиралось равным десяти.

Для того, чтобы проводить сравнение результатов моделирования с имеющимися аналитическими результатами, необходимо вычислить коэффициент диффузии модельной среды, который определяется выражением [11]

$$D = \pi \int_0^{\infty} x^3 \Phi(x) dx. \quad (26)$$

Подставляя (2) и (3) в (26), находим

$$D = (\pi^2/4) \sum_{j=1}^M \xi_j l_j^2 A^2(l_j), \quad (27)$$

где l_j — масштаб вихря, ξ_j — число вихрей масштаба l_j в единице объема, $A(l_j)$ — значение отношения диэлектрической проницаемости в центре вихря масштаба l_j к $\langle \epsilon \rangle$, M — число масштабов.

Известно [12], что в малоугловом приближении дисперсии поперечных координат смещения луча y и z зависят от длины трассы x следующим образом:

$$\sigma_y^2 = \sigma_z^2 = (2/3) D x^3. \quad (28)$$

Флуктуации модуля полярного угла θ имеют рэлеевский закон распределения с дисперсией [12]

$$\sigma_{|\theta|}^2 = (4 - \pi) D x. \quad (29)$$

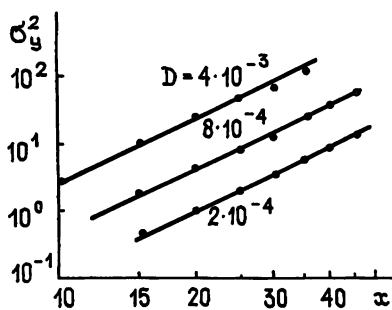


Рис. 3.

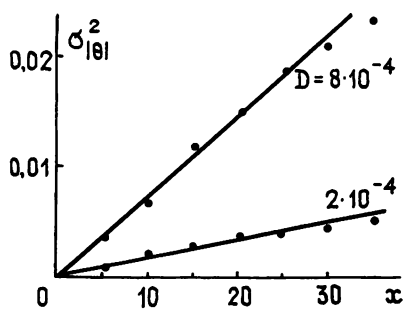


Рис. 4.

На рис. 3 и 4 показаны зависимости, рассчитанные в соответствии с (28) и (29), а также результаты моделирования. Расхождение данных не превышает 7% и может быть объяснено конечным объемом выборки. Проверка гистограмм распределения случайных величин y , z и $|\theta|$ по критерию Пирсона показала, что закон распределения поперечных координат является нормальным, а распределение модуля полярного угла θ — рэлеевским не только в области малоуглового приближения, но и там, где это приближение не выполняется.

Особый интерес представляет характер флуктуаций эйконала луча в турбулентной среде. Проведение моделирования позволяет изучить влияние обеих слагаемых формулы (20) на моменты и закон распределения флуктуаций эйконала. Численные эксперименты показали, что S_0 — флуктуации эйконала за счет изменения оптической длины луча внутри вихря (без учета искривления лучей) — подчиняются гауссову

закону распределения с нулевым средним и дисперсией, пропорциональной толщине турбулентного слоя.

Флуктуации эйконала за счет изменения геометрической длины луча (S_1) носят иной характер. Оказалось, что дисперсия подобных флуктуаций возрастает пропорционально четвертой степени толщины слоя. Плотность вероятности первого слагаемого формулы (20) хорошо согласуется с выражением, полученным в работе [13]:

$$W_1(S_1) = \alpha^{-1} f_0(S_1 \alpha^{-1}), \quad (30)$$

где $\alpha = \sqrt{3/2} \sigma_{S_1}^2$, $f_0(t) = (\pi/2) \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k (2k+1) \exp [(-1)^k \pi^2/8 t (2k+1)^2]$,

$\sigma_{S_1}^2$ — дисперсия флуктуаций эйконала за счет изменения геометрической длины луча.

На рис. 5 приведены графики дисперсий обеих составляющих эйконала $\sigma_{S_0}^2$, $\sigma_{S_1}^2$ и дисперсия полного изменения эйконала σ_S^2 . Из рисунка следует, что на малых расстояниях основной вклад во флуктуации эйконала вносит второе слагаемое (S_0). При больших расстояниях преобладающим становится первое слагаемое. Это подтверждается видом гистограмм распределения случайных величин S_0 , S_1 и S , приведенных на рис. 6. На том же рисунке представлены графики плотностей вероятности (30) и нормального закона распределения.

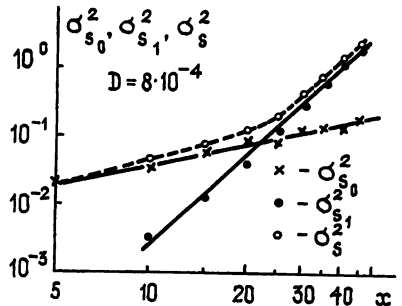


Рис. 5.

Дисперсии флуктуаций обоих слагаемых становятся величинами одного порядка при значении

$$x_0 = \sqrt[3]{\left(6 \sum_{j=1}^M \sigma_{\xi_j}^2 l_j\right) D^{-2}}, \quad (31)$$

где $\sigma_{\xi_j}^2 = (\pi/2)^{3/2} \xi_j A^2 (l_j) l_j^3$ — вклад вихрей j -го масштаба в дисперсию σ_{ξ}^2 , D — коэффициент диффузии лучей.

Приведенные примеры дают основание предполагать адекватность созданной модели исследуемому явлению.

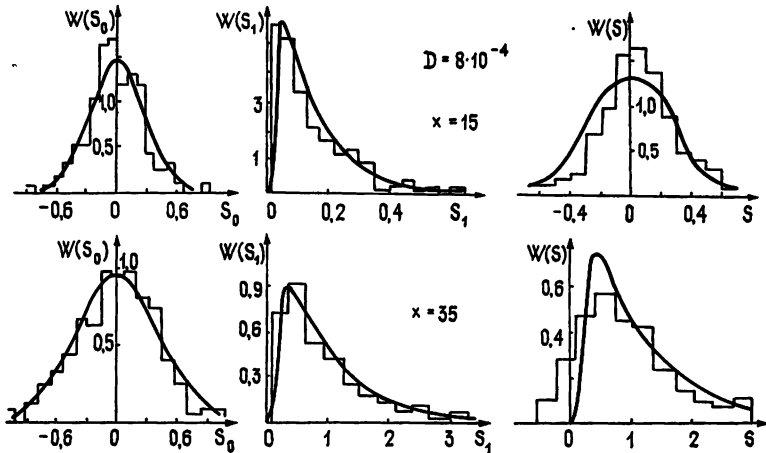


Рис. 6.

Следует отметить, что описанный выше алгоритм целиком и полностью основывается на приближении метода геометрической оптики. Следовательно, все ограничения, присущие геометрическому приближению, распространяются и на область применения предлагаемого алгоритма. Для расширения его возможностей при расчете флуктуаций лучевой интенсивности можно ввести ограничение на минимальную величину расходимости, рассматриваемой в модели лучевой трубки, ограничивая тем самым максимальную величину интенсивности лучевого поля. Это позволит проводить расчет не только при слабых флуктуациях интенсивности, но и в окрестности случайных каустик. При таком подходе в численную процедуру должна войти еще одна исходная величина, характеризующая отношение длины трассы или масштаба турбулентности к длине волны исследуемого излучения. Все остальное остается неизменным.

Необходимо еще раз подчеркнуть, что численный алгоритм строился с использованием лучевых (лагранжевых) координат. Для получения статистических характеристик волны в фиксированной точке пространства (в эйлеровых координатах) необходимо использовать известные формулы перехода от лагранжевой статистики к эйлеровой [14, 15].

ЛИТЕРАТУРА

1. Youakim M. J., Liu C. H., Yeh K. C.—Appl. Sci. Res., 1973, 28, № 3, p. 223.
2. Buckley R.—J. Atmos. Terr. Phys., 1975, 37, № 11, p. 1431.
3. Гурвич А. С., Елепов Е. С., Покасов В. В., Сабельфельд К. К.—Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 2, с. 198.
4. Youakim M. J., Liu C. H., Yeh K. C.—J. Comput. Phys., 1971, 8, № 3, p. 382.
5. Ермаков С. М., Михайлов Г. А. Курс статистического моделирования.—М.: Наука, 1976.
6. Акимов П. И., Баскаков С. И. Тезисы докладов IV Всесоюзного симпозиума по распространению лазерного излучения в атмосфере.—Томск: 1977, с. 224.
7. De Wolf D. A.—Autumn school propagation of electromagnetic waves in randomly fluctuating medium.—Bratislava, 15—22 October, 1975.
8. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере.—М.: Наука, 1967.
9. Моисеев С. С., Тур А. В., Янковский В. В.—ЖЭТФ, 1976, 71, вып. 3(9), с. 1062.
10. Holwey L. H., Jr.—Radio Sci., 1973, 8, № 7, p. 681.
11. Клячкин В. И., Татарский В. И.—Изв. вузов — Радиофизика, 1971, 14, № 5, с. 706.
12. Чернов Л. А. Волны в статистически-неоднородных средах.—М.: Наука, 1975.
13. Молодцов С. Н., Саичев А. И.—Изв. вузов — Радиофизика, 1977, 20, № 5, с. 726.
14. Малахов А. Н., Саичев А. И.—ЖЭТФ, 1974, 67, вып. 6(12), с. 2080.
15. Малахов А. Н., Саичев А. И.—Изв. вузов — Радиофизика, 1976, 19, № 9, с. 1368.

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию
29 января 1982 г.,
после доработки
26 августа 1982 г.

IMITATION MODEL OF RAY PROPAGATION IN A THREE-DIMENSIONAL TURBULENT MEDIUM

P. I. Akimov, S. I. Baskakov

A principle is presented for the modelling of a three-dimensional turbulent medium by a set of spherically symmetrical inhomogeneities of different scales. A relation is stated between parameters of the model and parameters of the spatial fluctuation spectrum of the dielectric permittivity of the modelling medium. The algorithm is described for the ray trajectory building in the modelled medium and the method of definition of the eikonal and the electromagnetic wave intensity in the Lagrangian coordinates. For a medium possessing the Harmon's spectral function of the dielectric permittivity fluctuations, results of numerical experiments are described for the calculation of trajectory ray characteristics and the eikonal fluctuations. A comparison is made of the modelling results and analytical solutions available for the continuous medium.