

УДК 535.338

НЕЛИНЕЙНАЯ ОПТИЧЕСКАЯ ИНДИКАЦИЯ В СИСТЕМАХ СТАБИЛИЗАЦИИ ЧАСТОТЫ

Л. А. Будкин, В. В. Митюгов, А. И. Пихтелев, А. Н. Яшина

Исследован двойной резонанс в ячейке с парами щелочного металла, помещенной внутри оптического резонатора лазера. Решены уравнения для матрицы плотности атомного пара, находящегося под совместным воздействием радиочастотного поля и стоячей световой волны. С учетом различных физических факторов вычислены параметры сигнала нелинейной оптической индикации в условиях двойного резонанса.

Метод оптической индикации для стабилизации кварцевого генератора по частоте эталонного перехода в парах щелочных металлов достаточно широко известен [1-4]. Этот метод сводится к оптическому наблюдению двойного резонанса в трехуровневой квантовой системе, находящейся под действием оптического и радиочастотного полей. В качестве радиочастотного перехода обычно используют 0-0-переход между подуровнями основного состояния одного из щелочных металлов (Rb, Cs, Na). Если переход между одним из этих подуровней и высоколежащим оптическим уровнем возбуждается светом спектральной лампы, то наличие радиочастотного резонанса существенно влияет на распределение населенностей рабочих энергетических уровней системы, и, следовательно, о наличии этого резонанса можно судить по величине поглощения света.

Новые возможности для стабилизации частоты открылись с развитием нелинейной лазерной спектроскопии [5]. Дело даже не в том, что замена спектральной лампы лазерной накачкой позволяет увеличить отношение сигнал/шум, хотя и это уже дает определенный выигрыш [6]. Значительно более заманчивым представляется использование нелинейных эффектов, возникающих при помещении ячейки с атомным паром внутри резонатора лазера, настроенного на частоту соответствующего оптического перехода в щелочном металле. Естественно ожидать, что в этих условиях даже небольшое изменение эффективного поглощения света ячейкой за счет перераспределения населенностей в атомном паре может сильно изменить генерируемую лазером мощность*. Теоретическому анализу возникающих при этом процессов и посвящена предлагаемая работа.

1. НЕЛИНЕЙНАЯ ИНДИКАЦИЯ

Рассмотрим пространство между зеркалами оптического резонатора (см. рис. 1), в который наряду с рабочим веществом лазера (область I) помещена ячейка с атомным паром (II) (см. [8]). Сначала рассмотрим описание нелинейных квантовых переходов в атомах обоих сортов, находящихся в поле стоячей световой волны. Атомы пока будем считать неподвижными.

* Аналогичная ситуация ранее исследовалась применительно к лазерной накачке в атомно-лучевой трубке [7].

Атомы щелочного металла будем рассматривать как трехуровневые системы. Исследуем поведение атома под действием оптического и радиочастотного полей с частотами ω и Ω соответственно. Обозначив элементы матрицы плотности σ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$), введем $R_1 = \sigma_{33} - \sigma_{11}$ и $r = \sigma_{22} - \sigma_{11}$. Будем считать, что частота светового поля ω близка к частоте перехода ω_{31} и достаточно далека от резонанса ω_{32} . Кроме того, пренебрежем эффектами взаимной когерентности оптического и радиочастотного полей [5], положив $\sigma_{23} = 0$.

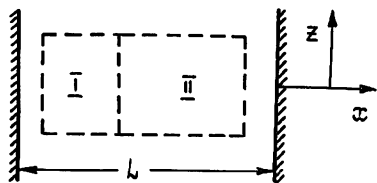


Рис. 1.

С этими допущениями, вводя расстройки $\delta = \omega - \omega_{31}$, $\Delta = \Omega - \omega_{21}$ и времена продольной (T_1, T) и поперечной (τ_1, τ) релаксации соответственно для оптически возбужденных уровней и подуровней сверхтонкого состояния и обозначая $\tilde{\sigma} = \sigma_{13} \exp(-i\delta t)$, $\tilde{\theta} = \sigma_{12} \exp(-i\Delta t)$, запишем уравнения

$$\frac{dR_1}{dt} = -\frac{1}{\hbar} (2d_1 E \operatorname{Im} \tilde{\sigma} + \mu H \operatorname{Im} \tilde{\theta}) - \frac{R_1 - R_{01}}{T_1} - \frac{r}{2} (T^{-1} - T_1^{-1}),$$

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{1}{\hbar} (2\mu H \operatorname{Im} \tilde{\theta} + d_1 E \operatorname{Im} \tilde{\sigma}) - \frac{r}{T},$$

$$\frac{d\tilde{\sigma}}{dt} + i\delta\tilde{\sigma} = i \frac{d_1 E R_1}{2\hbar} - \frac{\tilde{\sigma}}{\tau_1},$$

$$\frac{d\tilde{\theta}}{dt} + i\Delta\tilde{\theta} = i \frac{\mu H r}{2\hbar} - \frac{\tilde{\theta}}{\tau},$$

где μ и d_1 — матричные элементы магнитно- и электродипольного перехода, H и E — амплитуды напряженностей СВЧ и оптического полей.

При составлении этих уравнений принято, что спонтанная релаксация с оптического уровня 3 на подуровни 1 и 2 происходит одинаковым образом. В отсутствие внешних полей при обычных температурах атомного пара ($T \sim 300 \div 400$ К) следует предположить, что рабочие атомы равномерно распределены по подуровням основного состояния, чему соответствует $R_{01} = -1, 2$.

Стационарное решение системы (1) приводит к формулам

$$\tilde{\sigma} = i d_1 E R_1 [2\hbar (\tau_1^{-1} + i\delta)]^{-1};$$

$$R_1 = \left\{ 1 + G_1 E^2 L(\delta) \left[\frac{3}{4} + \frac{1}{4T_1 T^{-1} (1 + g H^2 l(\Delta))} \right] \right\}^{-1},$$

где

$$L(\delta) = (1 + \tau_1^2 \delta^2)^{-1}, \quad l(\Delta) = (1 + \tau^2 \Delta^2)^{-1},$$

$$G_1 = d_1^2 \tau_1 T_1 \hbar^{-2}, \quad g = \mu^2 \tau T \hbar^{-2}.$$

Результат (3) заслуживает небольшого самостоятельного обсуждения. Дело в том, что величина R_1 пропорциональна коэффициенту поглощения света атомным паром, поэтому анализ ее поведения в условиях двойного резонанса представляет непосредственный физический интерес. Прежде всего заметим, что произведение $T_1 T^{-1}$ обычно яв-

ляется очень малой величиной (порядка 10^{-6}), поэтому коэффициент поглощения света оказывается весьма чувствителен к изменению интенсивности, т. е. поглощение обладает высокой степенью нелинейности. По этой же причине ячейка с атомным паром оказывается весьма чувствительной и к наличию радиочастотного резонанса. Характерно, что в отсутствие СВЧ поля ($H=0$) трехуровневая система значительно раньше обеспечивает насыщение оптического поглощения по сравнению с двухуровневой. Физически это понятно: возбуждая переход 1—3, световая волна «перекачивает» атомы на долгоживущий уровень 2 и тем самым эффективнее просветляет среду, чем при обычном насыщении. Этот эффект может быть также использован для измерения времени продольной релаксации T , поскольку время жизни на оптическом уровне T_1 почти полностью определяется спонтанным процессом и известно с хорошей степенью точности.

При очень большом радиочастотном поле $gH^2 \gg 1$ величина R_1 стремится к асимптоте

$$R_1 = R_{01} [1 + (3/4)G_1 E^2 L]^{-1}, \quad (4)$$

отличающейся от обычной формулы насыщения в двухуровневой системе лишь наличием коэффициента $3/4$ перед E^2 . Это происходит потому, что сильное резонансное поле выравнивает населенности подуровней 1 и 2 и как бы объединяет их в некий общий резервуар, а при насыщении обоих переходов 1—2 и 1—3 устанавливается равенство $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = 1/3$.

Аналогично (2), (3) запишем выражения для недиагонального $\tilde{\rho}$ и диагонального R_2 элементов матрицы плотности рабочего вещества лазера в двухуровневом приближении (см. [9]):

$$\tilde{\rho} = \frac{id_2 E R_2}{|2\hbar(\tau_2^{-1} + i\varepsilon)}, \quad R_2 = \frac{R_{02}}{1 + G_2 E^2 L(\varepsilon)}, \quad (5)$$

где $G_2 = d_2^2 \tau_2 T_2 \hbar^{-2}$, $L(\varepsilon) = (1 + \tau_2^2 \varepsilon^2)^{-1}$, T_2 , τ_2 — соответственно времена продольной и поперечной релаксаций, d_2 — матричный элемент дипольного перехода, $\varepsilon = \omega - \omega_{21}$ ($\omega_{21} = (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)/\hbar$ — частота рабочего перехода). Исходная инверсная разность населенностей $R_{02} > 0$ обеспечивается фактором накачки, физическая природа которого для нас не существенна.

2. УСЛОВИЯ ГЕНЕРАЦИИ

Изучив поведение в заданных монохроматических полях атомов из обеих областей (I и II, рис. 1), мы должны теперь описать стоячую световую волну в оптическом резонаторе и путем решения самосогласованной задачи найти энергию этой волны [8, 10].

Рассмотрим случай одночастотной генерации. Уравнение для поля в резонаторе лазера с учетом усиливающей и поглощающей среды запишем в виде

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 E(t)}{\partial t^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{\partial E(t)}{\partial t} + \omega_0^2 E(t) = \\ & = -8\pi \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[n_1 d_1 \frac{V_1}{V} \operatorname{Re}(\tilde{\sigma} \exp(i\omega t)) + n_2 d_2 \frac{V_2}{V} \operatorname{Re}(\tilde{\rho} \exp(i\omega t)) \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь Q , ω_0 — добротность и частота пустого резонатора, V — его объем, а V_1 , n_1 и V_2 , n_2 — соответственно объем, концентрация атомов рабочего вещества лазера и объем, концентрация рабочих атомов ячейки. При подстановке в правую часть (6) $\tilde{\sigma}$ и $\tilde{\rho}$ из (2), (5) под E в нашем приближении следует понимать амплитуду осциллирующего

поля. Используя (6), получаем уравнения относительно амплитуды и частоты оптического поля:

$$Q = \beta/\omega = (1/2)[A_1R_1L(\delta) + A_2R_2L(\epsilon)], \quad (7)$$

$$(\omega_0^2/\omega^2) - 1 = A_1R_1\tau_1\delta L(\delta) + A_2R_2\tau_2\epsilon L(\epsilon),$$

где $A_1 = 4\pi n_1 d_1^2 \tau_1 V_1 (\hbar V)^{-1}$, $A_2 = 4\pi n_2 d_2^2 \tau_2 V_2 (\hbar V)^{-1}$.

В этой статье мы будем интересоваться исследованием генерируемой лазером мощности с помощью первого из уравнений (7), положив з нем $\omega = \omega_0$. Совместный анализ обоих уравнений показывает, что это допущение тем ближе к истине, чем выше добротность Q оптического резонатора. В частности, при $A_1 = 0$ (ячейка с атомным паром отсутствует) получим

$$1 - \omega^2 \omega_0^{-2} = 2\tau_1 \epsilon Q^{-1}. \quad (8)$$

Эффекты затягивания частоты при несовпадении ω_{31} с ω_0 предполагается рассмотреть в отдельной статье.

Первое из уравнений (7) при $A_1 = 0$ с учетом (5) обычным образом определяет условия генерации и генерируемую мощность:

$$\frac{A_2 R_{02}}{2(1 + \tau_2^2 \epsilon^2 + G_2 E^2)} = \frac{\beta}{\omega}. \quad (9)$$

Проведем анализ роли поглощения в атомном паре на генерацию оптического излучения. Подставляя (2) и (5) в первое из уравнений (7), найдем

$$\frac{A_2 R_{02}}{1 + \tau_2^2 \epsilon^2 + G_2 E^2} + \frac{A_1 R_{01}}{1 + \tau_1^2 \delta^2 + J E^2} = \frac{2\beta}{\omega}, \quad (10)$$

где $J = G_1 \{(3/4) + (4T_1 T^{-1} [1 + gH^2 l(\Delta)])^{-1}\}$. Это соотношение позволяет рассчитать величину E^2 , которую при заданной добротности нетрудно пересчитать в генерируемую лазером мощность по формуле

$$P = (1/4\pi)\beta E^2 V. \quad (11)$$

Поскольку $R_{01} < 0$ (в нашем случае $R_{01} = -1/2$), из (10) следует, что ячейка с атомным паром ухудшает условия генерации и уменьшает генерируемую мощность. Наличие резонансного радиочастотного поля увеличивает по абсолютной величине второе слагаемое в правой части (10) и при надлежащем выборе параметров может привести даже к срыву генерации, чему формально будет соответствовать отсутствие действительных положительных решений для E^2 . Такую ситуацию можно проследить на одном из графиков (рис. 2), где построена зависимость выходной мощности P от параметра $\tau\Delta$ при различных значениях gH^2 и $A_1 R_{01} Q = -2$, $A_2 R_{02} Q = 2,2$.

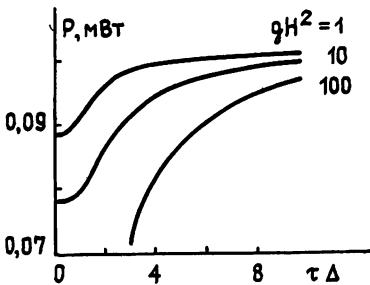


Рис. 2. Зависимость выходной мощности лазера от радиочастотной отстройки.

Решение уравнения (10) относительно E^2 проводилось на ЭВМ для $\epsilon = \delta = 0$. Заметим, что вблизи срыва генерации возможны специфические гистерезисные явления, связанные с неоднозначностью реше-

ния (10) относительно E^2 [8]. Мы же пока будем интересоваться в основном лишь модуляцией мощности лазера ячейкой с атомным паром в режиме устойчивой генерации. Надлежащие численные оценки проведем несколько ниже.

Обобщение этих результатов построим на основе упрощенного, но физически достаточно оправданного метода эффективной добротности. Можно проанализировать большинство интересующих нас эффектов непосредственно с помощью формулы (9), если заменить коэффициент β на величину $\beta_{\text{эфф}}$, учитывающую и поглощение света атомным паром. Разумеется, при таком подходе некоторые тонкие эффекты будут потеряны. В частности, мы ничего не сможем сказать о затягивании частоты генерации при несовпадении частоты оптического перехода в атомном паре с ω_0 .

Обычным образом запишем

$$\beta_{\text{эфф}} = \beta - A_1 R_1 \omega L(\delta). \quad (12)$$

Заменяя в (9) β на $\beta_{\text{эфф}}$ из (12), снова придем к (10). При обобщении наших результатов с целью учета доплеровского уширения оптической линии в атомном паре мы будем пользоваться именно этим упрощенным методом расчета генерируемой мощности. Далее ограничимся получением формул для $\beta_{\text{эфф}}$, поскольку последующая подстановка в (9) и решение алгебраического уравнения являются лишь делом несложной техники, хотя и трудоёмки.

3. ЭФФЕКТ ДОПЛЕРА ПРИ НЕЛИНЕЙНОМ ПОГЛОЩЕНИИ

Исследуем процессы, возникающие при нелинейном поглощении света в ячейке с учетом теплового движения атомов. Доплеровское уширение радиочастотного перехода в этой статье учитывать не будем. Вначале обратимся к уравнению типа (3) для отдельного атома. Если атом имеет составляющую скорости v вдоль оси резонатора, то в связанной с ним системе отсчета временная зависимость поля стоячей волны $E(x, t) \sim E \cos kx \cos \omega t$ при надлежащем выборе фазы примет вид

$$E(t) = (1/2) E [\cos \omega (1 + v/c) t + \cos \omega (1 - v/c) t].$$

Оценим световую энергию, поглощаемую в единицу времени движущимся атомом. В пренебрежении когерентными эффектами при оптическом насыщении (1) эквивалентно скоростным уравнениям (см. [5, 11])

$$\begin{aligned} \frac{dR_1}{dt} = & - \frac{G_1 E^2}{2T_1} [L^+(\delta) + L^-(\delta)] R_1 - \frac{gH^2 r}{2T} - \\ & - (R_1 - R_{01}) T_1^{-1} - (r/2) (T^{-1} - T_1^{-1}), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\frac{dr}{dt} = - \frac{gH^2 r}{T} - \frac{G_1 E^2}{4T_1} [L^+(\delta) + L^-(\delta)] R_1 - \frac{r}{T},$$

где

$$L^+(\delta) = [1 + \tau_1^2 (\delta + vc^{-1}\omega)^2]^{-1}, \quad L^-(\delta) = [1 + \tau_1^2 (\delta - vc^{-1}\omega)^2]^{-1}.$$

Отсюда оптическая разность населенности R_1 выразится формулой, получающейся из (3) простой заменой $L(\delta)$ на $[L^+(\delta) + L^-(\delta)]/2$. Соответственно световая энергия, поглощаемая атомом в единицу времени,

$$\left(\frac{dW}{dt} \right)_{\text{ат}} = \frac{G_1 E^2 [L^+(\delta) + L^-(\delta)] R_{01} \hbar \omega}{2T_1 \{1 + JE^2 [L^+(\delta) + L^-(\delta)]/2\}}. \quad (14)$$

Чтобы найти полную величину поглощения света атомным паром и вычислить $\beta_{эфф}$, нужно умножить (14) на функцию распределения

$$f(v) = n_1 \sqrt{a/\pi} \exp(-\alpha v^2)$$

и проинтегрировать по скоростям. Здесь $\alpha = 2k_B T/m$, где k_B — постоянная Больцмана. При небольших упрощениях с условием $\tau_1 \gg c\sqrt{a}/\omega$ получим

$$\beta_{эфф} = \beta - A_1 R_{01} \sqrt{\pi a} c \tau_1^{-1} F(\delta, \Delta), \quad (15)$$

где

$$F(\delta, \Delta) = \exp\left[-\frac{\alpha c^2}{\omega^2 \tau_1^2} (\tau_1^2 \delta^2 - 1)\right] \cos\left(\frac{\alpha c^2}{\omega^2 \tau_1^2} 2\tau_1^2 \delta^2\right) \times \\ \times \left[1 - \frac{J E^2}{4} \frac{\tau_1^2 \delta^2 + 2}{\tau_1^2 \delta^2 + 1}\right].$$

Обсудим результат численного решения уравнения, полученного подстановкой $\beta_{эфф}$ из (15) вместо β в (9). Для удобства анализа зависимости выходной мощности P от безразмерных расстройек радиочастотного $\xi = \Delta\tau$ и оптического $\eta = \delta\tau_1$ полей запишем указанное уравнение в виде

$$-\frac{a}{1 + s\zeta} + \frac{b}{1 + \zeta} = 1, \quad (16)$$

где

$$a = A_1 R_{01} \sqrt{\pi a} c (2\beta\tau_1)^{-1} \exp[-\alpha c^2 (\eta^2 - 1)/\omega^2 \tau_1^2] \times \\ \times \cos(2\eta\alpha c^2/\omega^2 \tau_1^2), \quad b = A_1 R_{01} \omega/2\beta,$$

$$s = \frac{G_1 V_2}{16\Gamma_1 T^{-1} G_2 V_1} \frac{(\xi^2 + 1)(\eta^2 + 2)}{(gH^2 + \xi^2 + 1)(\eta^2 + 1)}, \quad \zeta = \frac{4\pi G_2}{\beta V} P.$$

Результаты решения уравнения (16) на ЭВМ представлены графически на рис. 3 и 4.

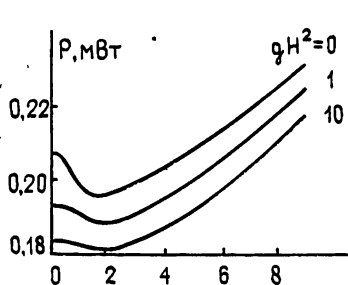


Рис. 3.

Рис. 3. Зависимость P от оптической отстройки.

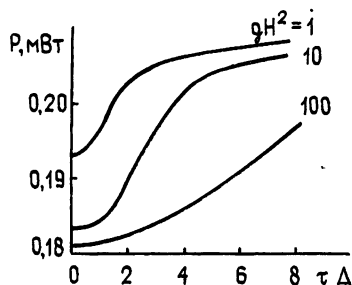


Рис. 4.

Рис. 4. Зависимость P от радиочастотной отстройки в условиях оптического резонанса.

На рис. 3. показаны зависимости выходной мощности P (мВт) от параметра $\tau_1\delta$ при $\Delta=0$ и различных значениях параметра насыщения gH^2 радиочастотного перехода. Для расчета были выбраны численные значения, соответствующие полупроводниковому инжекционному лазеру на GaAlAs с внешним зеркалом, дающему в отсутствие поглощающей ячейки мощность $P \approx 0,6$ мВт. Результирующая длина оптического ре-

зонатора $L=20$ см, коэффициенты отражения зеркал 30 и 70%, что дает $\beta=6 \cdot 10^8$ Гц. Параметры ячейки вычислялись для паров Rb^{87} с концентрацией 10^{11} ат/см³ (достигаемой при температуре 340 К) [12] в объеме $V=50$ см³.

На графиках рис. 3 хорошо прослеживается относительно небольшое увеличение выходной мощности лазера вблизи центра доплер-уширенной линии поглощения атомного пара. Это не что иное, как уменьшение поглощения на обращенном провале Лэмба (см. [5]). Глубина и ширина провала существенно зависят от амплитуды радиочастотного поля, которое как бы «выталкивает» этот провал. Физически это объясняется участием в поглощении света второго подуровня основного состояния, которое усиливается по мере выравнивания населенностей при насыщении радиочастотного перехода.

На рис. 4 при $\delta=0$ и прежних значениях остальных параметров показана зависимость световой мощности P от параметра расстройки $\tau\Delta$ радиочастотного поля. Заметно уширение линии при оптической индикации за счет насыщения, несколько усложненного оптической нелинейностью.

Оценки показывают, что при наших параметрах и разумной амплитуде СВЧ поля лазер остается в режиме устойчивой генерации.

Таким образом, развитый в статье метод позволяет рассчитывать изменения интенсивности лазерной генерации в условиях двойного резонанса.

Полученные результаты предполагается использовать для расчета частотных характеристик нового класса устройств стабилизации частоты на основе лазерной накачки с повышенными частотными характеристиками.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьянц В. В., Жаботинский М. Е., Золин В. Ф. Квантовые стандарты частоты.— М.: Наука, 1968.
2. Хеллвич Г.— ТИИЭР, 1975, 68, № 2, с. 5.
3. Arditi M., Cerez P.— IEEE Trans., 1972, IM-21, p. 391.
4. Picque J. L.— Metrologia, 1977, 13, p. 115.
5. Летохов В. С., Чеботаев В. П. Принципы нелинейной лазерной спектроскопии.— М.: Наука, 1975.
6. Будкин Л. А., Мишаков Г. А., Пихтелев А. И. Тезисы докладов сибирского симпозиума по лазерной спектроскопии.— Красноярск, 1973.
7. Будкин Л. А., Болдин В. Г., Пихтелев А. И.— Изв. вузов — Радиофизика, 1978, 21, № 5, с. 673.
8. Greenstein H.— J. Appl. Phys., 1972, 43, № 4, p. 1732.
9. Файн В. М., Ханин Я. И. Квантовая радиофизика.— М.: Сов. радио, 1965.
10. Ханин Я. И. Динамика квантовых генераторов.— М.: Сов. радио, 1975.
11. Лазерная спектроскопия атомов и молекул/Под ред. Вальтера Г.— М.: Мир, 1979.
12. Базаров Е. Н., Телегин Г. И.— Радиотехника и электроника, 1969, 14, с. 1043.

Поступила в редакцию
7 сентября 1981 г.,
в окончательном варианте
10 июня 1982 г.

NONLINEAR OPTICAL INDICATION IN SYSTEMS OF THE FREQUENCY STABILIZATION

L. A. Budkin, V. V. Mityugov, A. I. Pikhtele, A. N. Yashina

A double resonance is investigated in a cell with vapour of an alkali metal which is placed inside of the optical laser resonator. Equations have been solved for the matrix of the density of the atomic vapour being under the mutual action of the radio frequency field and the stable light wave. The signal parameters of the nonlinear optical indications have been calculated under the conditions of the double resonance taking into account different physical factors.